

# BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

DUARTE ZEITE PEREIRA DA SILVA

## Sur quelques intégrales données dans le cours d'analyse de M. Hermite

*Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2<sup>e</sup> série,*  
tome 7, n° 1 (1883), p. 291-292

[http://www.numdam.org/item?id=BSMA\\_1883\\_2\\_7\\_1\\_291\\_1](http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1883_2_7_1_291_1)

© Gauthier-Villars, 1883, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

---

**SUR QUELQUES INTÉGRALES DONNÉES DANS LE COURS D'ANALYSE  
DE M. HERMITE ;**

PAR M. DUARTE ZEITE PEREIRA DA SILVA.

Soient

$$u = x \sin x + \cos x, \quad v = \sin x - x \cos x,$$

et proposons-nous de trouver l'intégrale  $y = \int \frac{x dx}{(au + bv)^2}$ .

On a

$$\begin{aligned} au + bv &= (ax + b) \sin x + (a - bx) \cos x \\ &= (ax + b) \frac{e^{2ix} - 1}{2ie^{ix}} + (a - bx) \frac{e^{2ix} + 1}{2ie^{ix}} \\ &= \frac{1}{2ie^{ix}} [e^{2ix}(x + i)(a - ib) - (x - i)(a + ib)] \\ &= \frac{(x - i)(a + ib)}{2ie^{ix}} \left( e^{2ix} \frac{x + i}{x - i} \frac{a - ib}{a + ib} - 1 \right). \end{aligned}$$

Posant

$$z = e^{2ix} \frac{x + i}{x - i} \frac{a - ib}{a + ib},$$

on aura

$$au + bv = \frac{(x - i)(a + ib)}{2ie^{ix}} (z - 1);$$

donc

$$y = \int \frac{-4e^{2ix} x^2 dx}{(a + ib)^2 (x - i)^2 (z - 1)^2}.$$

Mais

$$dz = 2i \frac{a - ib}{a + ib} \frac{e^{2ix} x^2}{(x - i)^2} dx;$$

par suite,

$$y = \frac{2i}{a^2 + b^2} \int \frac{dz}{(z - 1)^2} = \frac{2i}{a^2 + b^2} \frac{1}{1 - z}$$

et

$$y = \frac{i - x}{a - ib} \frac{e^{-ix}}{au + bv} + \text{const.} = \frac{1}{a - ib} \frac{i u + v}{au + bv} + \text{const.},$$

et non  $-\frac{u}{au + bv}$ , comme je l'avais affirmé, par mégarde.

Pour obtenir  $\int \frac{x^2 dx}{u^2}$  et  $\int \frac{x^2 dx}{v^2}$ , il suffit de donner à  $a$  et  $b$  des valeurs convenables.

