PAUL TANNERY

# Sur l'authenticité des axiomes d'Euclide

*Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2e série*, tome 8, nº 1 (1884), p. 162-175

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1884_2_8_1_162_1>

## MÉLANGES.

### SUR L'AUTHENTICITÉ DES AXIOMES D'EUCLIDE;

PAR M. PAUL TANNERY.

### I.

Si l'on devait considérer les *Éléments* d'Euclide comme une œuvre réellement originale, il serait bien difficile d'admettre l'authenticité des *définitions,* des *postulats* et des *axiomes* qui précèdent les propositions du Livre I. C'est incontestablement un début qui n'est point à la hauteur de ce qui suit : autant l'ordonnance des problèmes et des théorèmes du Livre témoigne d'un art consommé, ainsi que d'une méthode puissamment conçue et systématiquement poursuivie dans son développement peut-être un peu artificiel, autant la disposition des énoncés de l'Introduction offre, là où l'on devrait le moins s'y attendre, de l'incohérence et de singulières négligences.

Je ne m'arrête point aux définitions de la droite et du plan, dont l'obscurité est célèbre, ni à la proposition non démontrée que renferme la définition 17, que le diamètre divise le cercle en deux parties égales. Mais je dois signaler la classification des quadrilatères, où, après le carré, viennent l'ἑτερόμηκες (rectangle), qu'Euclide appelle constamment παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, le ῥόμβος (losange), dont il ne parlera jamais, le ῥομβοειδές, terme auquel il substituera toujours celui de παραλληλόγραμμον. De même, d'après les définitions, pour les polygones en général, le nom devrait être formé en ajoutant au radical indiquant le nombre des côtés la terminaison πλευρόν : (ainsi, πολύπλευρον, multilatère); Euclide ajoute, au contraire, toujours la terminaison γωνον :(τρίγωνον, πεντάγωνον, etc.)(¹).

Quant aux postulats et axiomes, que je me propose d'examiner spécialement, il me faut en donner une traduction ; je suivrai l'excellente édition de M. Heiberg (²) dont le premier Volume vient de paraître.

« *Postulats* (αἰτήματα).

» 1. Qu'il soit demandé de mener de tout point à tout point une ligne droite ;

» 2. Et de prolonger, en ligne droite et en continuité, une droite limitée;

» 3. Et de décrire un cercle de tout centre et de tout rayon;

» 4. Et que tous les angles droits soient égaux entre eux;

---

(¹) Τετράγωνον exceptionnellement désigne non pas le quadrilatère en général, mais seulement le carré. Par conséquent, Euclide dit exceptionnellement aussi τετράπλευρον pour le quadrilatère en général; il semble d'ailleurs avoir introduit le terme de τραπέζιον pour désigner le quadrilatère non parallélogramme.

(²) *Euclidis Opera omnia ediderunt* J.-L. Heiberg et H. Menge. — *Euclidis elementa edidit et latine interpretatus est* J.-Heiberg, Dr phil. Vol. I, Libr. I-IV continens. Leipzig, Teubner, 1883.

» 5. Et que, si une droite rencontrant deux droites fait du même côté des angles intérieurs dont la somme soit moindre que deux droits, les deux droites prolongées indéfiniment se rencontrent du côté des angles dont la somme est inférieure à deux droits.

» *Notions communes* (κοιναὶ ἔννοιαι).

» 1. Les choses égales à une même sont aussi égales entre elles;

» 2. Et si à des choses égales on ajoute des choses égales, les sommes sont égales;

» 3. Et si de choses égales on retranche des choses égales, les restes sont égaux;

» [4. Et si à des choses inégales on ajoute des choses égales, les sommes sont inégales];

» 5. Et les doubles d'une même chose sont égaux entre eux;

» [6. Et les moitiés d'une même chose sont égales entre elles];

» 7. Et les choses qui coïncident l'une avec l'autre sont égales entre elles;

» 8. Et le tout est plus grand que la partie;

» [9. Et deux droites ne comprennent pas d'espace] ».

Les trois premiers postulats ont un caractère tout particulier; ce ne peut certainement être qu'un profond penseur qui conçut le premier l'idée originale de réduire les constructions élémentaires au minimum de trois et de les *formuler en postulats*. Cette idée est, au reste, en parfait accord avec le plan d'Euclide, dont la seconde proposition est la solution d'un problème qui n'offre évidemment pas d'intérêt pratique : « Mener (avec la construction des postulats) à partir d'un point donné une droite égale à une droite lonnée. »

Mais ces postulats mis à part, l'impression que donne le reste est que l'on a ultérieurement recherché dans le premier Livre des *Éléments* tout ce qui était admis sans démonstration et que les propositions formulées à la suite de cette recherche ont été classées tant bien que mal (1).

Déjà Geminus (un siècle avant J.-C.) voulait séparer les postulats 4 et 5, qu'il considérait comme des théorèmes à démontrer. Il avait incontestablement raison, en ce qui concerne le postulat 4; mais il semble évident que, si Euclide le premier avait formulé cette proposition, il ne se serait pas mépris sur son caractère, pas plus qu'il n'aurait été arrêté par la difficulté d'une démonstration; le fait est que, d'un bout à l'autre des *Éléments*, l'égalité des angles droits entre eux est prise comme n'ayant pas même besoin d'être postulée.

Quant au fameux énoncé relatif aux parallèles, il est au contraire certain qu'Euclide a dû essayer de le démontrer et renoncer à ses inutiles recherches; il le postule nettement, quoique sous une forme beaucoup plus brève, au cours de la prop. XXIX; mais il est incontestable que sa place logique n'est nullement après les postulats de construction, mais bien après la prop. XXVIII dont il est la réciproque. En rapprochant de celle-ci la prop. XVII : « La somme de deux angles quelconques d'un triangle est inférieure à deux droits », le caractère et la convenance du postulat des parallèles sont mis en toute lumière. Au début du Livre, sa formule est incontestablement malheureuse (2).

On sait que l'édition de Bâle et celle d'Oxford (Gregory) ont rejeté les postulats 4-5 à la fin des notions communes sous les nos 10 et 11. Cet ordre était parfaitement justifié au point de vue de la convenance de distinguer ces postulats de ceux de construction; mais il est non seulement en contradiction avec l'autorité des meilleurs manuscrits et avec le témoignage de Geminus, mais encore avec le caractère de la seconde série d'énoncés, caractère

(1) Voici, pour chaque postulat et axiome, le numéro de la première proposition où il est employé :

*Postulats :* 1 (prop. I), 2 (prop. II), 3 (prop. I), 4 (prop. XIV), 5 (prop. XXIX).
*Notions communes :* 1 (prop. I), 2 (prop. XIII), 3 (prop. III), 4 (prop. XVII), 5 (prop. XLII), 6 (prop. XXXVII), 7 (prop. IV), 8 (prop. VI), 9 (prop. IV).

(2) Gregory pensait qu'il avait dû être posé originairement en corollaire de la prop. XXVIII, avec le rapprochement que j'indique.

indiqué par leur titre *Notions communes* (1), qui désigne des propositions n'étant pas spéciales à la Géométrie.

Au contraire, plusieurs manuscrits, et des meilleurs, ajoutent aux postulats la prétendue notion commune 9, que Proclus rejette expressément ainsi que trois autres 4, 5, 6; M. Heiberg considère ces quatre propositions comme interpolées, et il ne peut, je crois, y avoir de doutes à cet égard. Le n° 9 a été, en tout cas, tiré du texte même d'Euclide (prop. IV) : « Deux droites comprendront un espace, ce qui est impossible. »

Les trois premières notions communes étaient les seules reconnues par Héron, et ce fait, malgré l'appui que prête Proclus aux notions 7-8, ébranle singulièrement l'autorité de toutes les autres. On peut remarquer que le n° 1 est textuellement reproduit dans la prop. I.

M. Heiberg pense que le n° 4 a pu être emprunté au Commentaire de Pappus, qui avait démontré que l'addition de quantités égales ne change pas la différence. Je ne suis guère disposé à admettre cette hypothèse: je penserais plutôt que ces interpolations sont antérieures à Héron d'Alexandrie, peut-être même à Apollonius de Perge, s'ils avaient réagi contre elles. Mais je crois que M. Heiberg a eu entièrement raison d'écarter complètement la contrepartie de cet axiome, qui forme le n° 5 de l'édition de Gregory : « Si de choses inégales on retranche des choses égales, les restes sont inégaux. »

En effet, Euclide n'emploie pas cet axiome dans son premier Livre (2), et son adjonction aux autres a dû être de date relativement récente, comme l'indique le silence des autorités les plus anciennes.

En tout cas, la formule de la notion 4 est assez malheureuse; le sens de l'inégalité devrait être indiqué.

Les nos 5 et 6 se retrouvent à peine modifiés dans le texte d'Euclide, prop. XXXVII et XXXVIII : « Les moitiés de choses égales sont égales entre elles », et, prop. XLVII : « Les doubles de choses égales sont égaux entre eux ». M. Heiberg pense qu'il y a eu interpolation dans le texte, et qu'Euclide s'était servi en réalité

---

(1) Proclus les appelle *axiomes*, mais il spécifie nettement leur caractère de communauté aux diverses branches des Mathématiques.

(2) Il ne se trouve pas appliqué avant la prop. XVII du Livre III.

des notions 3 et 2. Je ne puis guère adopter cette opinion, car il faut toujours supposer que les notions 5 et 6 ont été déduites du raisonnement d'Euclide, et l'on ne comprendrait guère pourquoi l'interpolation de l'axiome dans le texte aurait été faite là et non pas aussi prop. XLII, pourquoi on n'aurait pas de même interpolé les autres notions communes qui ne se retrouvent pas explicitement dans Euclide. D'autre part, si 5 fait évidemment double emploi avec 2, il n'en est point tout à fait de même de 6 et de 3 ([1]).

Quant aux notions communes 7 et 8, elles me paraissent également ne pas davantage appartenir à Euclide, malgré l'autorité de Proclus.

L'énoncé 7 a un caractère géométrique incontestable qui aurait dû le faire exclure des notions communes; d'autre part, il est difficile de voir pourquoi il n'est pas accompagné de sa réciproque, au moins pour les lignes droites, réciproque dont Euclide doit user en premier lieu. En fait, il y a là une définition de l'égalité géométrique, définition plus ou moins suffisante, mais il n'y a pas d'axiome véritable.

Enfin l'énoncé 8 remplace une expression différente d'Euclide : la prop. VI : « Le moindre sera égal au plus grand, ce qui est absurde ». C'est une abstraction substituée à l'intuition de la figure géométrique; abstraction qui, d'ailleurs, se réduit à une définition plus ou moins insuffisante du tout et de la partie, si l'on veut la dégager de sa spécialité géométrique et en faire réellement une notion commune.

## II.

Les résultats de cette discussion sont donc les suivants :

Si l'on veut ne conserver comme véritablement euclidiens que les axiomes réellement dignes de l'auteur des *Éléments*, on est conduit à ne lui attribuer, au premier abord, que les trois premiers postulats et peut-être aussi les trois premières notions communes. Mais, pour ces dernières, le doute est très sérieux; car il paraît en même temps que l'illustre géomètre ne se serait nullement astreint à ne faire usage sans démonstration que de ces six

---

([1]) En fait, 6 doit se démontrer par l'absurde en employant 5, c'est-à-dire 2.

propositions; mais la rigueur extrême de sa méthode conduisit naturellement à rechercher dans son œuvre les autres propositions qu'il avait admises explicitement ou implicitement. On aurait dû, suivant leur nature, ou bien les démontrer en lemmes intercalés à l'endroit convenable, ou bien les classer soit avec les notions communes, soit comme postulats distincts de ceux de construction. Le travail ne fut pas accompli comme il aurait dû l'être, et le classement resta passablement arbitraire, comme le montrent les discordances des autorités les plus anciennes, et passablement incohérent, comme j'ai essayé de le montrer.

Mais l'aspect de la question change tout à fait, si l'on réfléchit que le degré de perfection des premiers Livres des *Éléments*, que les derniers à dire vrai sont loin d'égaler, ne doit pas être considéré comme provenant exclusivement du travail d'Euclide, que de nombreux précurseurs y ont contribué; qu'il n'a fait qu'y mettre la dernière main. Dès lors, il est possible que l'ensemble des observations qui précèdent tombe à faux, en ce sens que ce que nous avons supposé fait par un successeur d'Euclide sur son œuvre peut avoir été fait en réalité par lui sur l'œuvre d'Eudoxe ou de Théétète. Si nous pouvons maintenir que ce n'est pas l'inventeur des postulats de construction qui leur a accolé la proposition sur les parallèles, rien ne nous prouve que cet inventeur ait été Euclide.

Le langage de Geminus, tel que Proclus le rapporte (éd. Friedlein, p. 183-192), prouve très nettement que, de son temps, l'authenticité des cinq postulats, en tant qu'adoptés par Euclide lui-même, ne soulevait aucun doute. On ne peut guère en élever non plus contre l'ensemble des définitions; leur attribution à Euclide est d'autant plus certaine que, bien avant l'époque de Geminus, il y avait d'autres définitions élémentaires courantes, dont certaines auraient dû être préférées à celles que nous retrouvons au début des *Éléments*. Pour les notions communes, la question est moins claire; Geminus ou Proclus s'expriment assez vaguement; ils constatent les divergences des manuscrits et des auteurs et ne s'appuient que sur l'usage fait par Euclide de ces notions, raison qui n'est nullement décisive.

En se plaçant dans ce nouvel ordre d'idées, on serait conduit à admettre qu'Euclide se trouvait en présence, pour son premier

Livre, de matériaux déjà très profondément élaborés et d'un plan général déjà parfaitement défini. Il n'aura pas cru devoir s'imposer une refonte des définitions; elle lui a paru inutile et il a jugé à propos notamment d'y conserver une terminologie qu'il était cependant décidé à ne pas employer, mais dont les lecteurs pouvaient réclamer l'explication.

Aux trois postulats de construction, il a pu ajouter les deux autres: dans ce cas, la célèbre proposition sur les parallèles serait bien de lui; quant à l'égalité des angles droits, elle est supposée admise non seulement dans cette proposition, mais dans la définition des angles aigus, obtus, etc.; la démontrer l'eût obligé à refondre les définitions et à remanier l'ordonnance du début, ce qu'il voulait sans doute éviter, d'autant que les choses étaient déjà sans doute consacrées et ne soulevaient aucune difficulté.

Quant aux notions communes, elles ne seraient pas de lui; il les aurait employées comme allant de soi ou comme supposées par les définitions; l'attention ne se serait portée sur cette question qu'à l'époque d'Apollonius, qui essaya de démontrer (¹) ces propositions et reconnut leur liaison avec la définition de l'égalité et des opérations de l'addition et de la soustraction géométriques. Les éditeurs successifs d'Euclide auraient pris depuis lors l'habitude d'insérer un recueil plus ou moins complet de ces notions, suivant le point de vue auquel ils se plaçaient, et la tradition serait restée longtemps assez flottante à cet égard.

En tout cas, il ne faut pas croire que les postulats et les notions communes représentent tout ce qu'Euclide admet de fait dans ses démonstrations. Dès sa première proposition: « Construction d'un triangle équilatéral sur une base donnée, » nous le voyons admettre, sans démonstration, que les deux cercles qu'il trace se coupent, et il serait facile de multiplier des exemples semblables.

En somme, nous nous trouvons en présence de trois opinions: en premier lieu, celle qui attribuerait à Euclide la rédaction des postulats et des notions communes, sauf les suppressions opérées par Heiberg; celle qui ne lui laisserait que les postulats et que je viens d'exposer; celle enfin qui nierait l'authenticité des deux

(¹) *Voir* mon Essai : *Quelques fragments d'Apollonius, de Perge,* dans le *Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques,* t. V, 2ᵉ série.

derniers postulats et celle des notions communes, opinion que j'ai développée plus haut.

Pour faire un choix raisonné entre ces trois opinions, il faut nécessairement recourir à d'autres considérations que celles que nous avons pesées jusqu'à présent, et examiner les habitudes d'esprit des mathématiciens de la même époque.

Trois seulement peuvent être mis en ligne de compte, Autolycus de Pitane, Aristarque de Samos et Archimède.

Du premier, qui vivait un peu avant Euclide, il nous reste deux petits Traités : *Sur le mouvement de la sphère* et *Sur les levers et couchers*.

Le texte grec, dont M. Hultsch prépare une édition, n'est pas encore connu (¹), mais les définitions et les énoncés des propositions ont été publiés en 1572, par Dasypodius, en 1877 par Hoche.

Or le Livre *Du mouvement de la sphère* commence par deux définitions, que voici :

« 1. Des points sont dits se mouvoir uniformément lorsqu'ils parcourent en des temps égaux des grandeurs égales et semblables.

» 2. Si un point porté sur une ligne parcourt uniformément deux lignes, le rapport sera le même entre les temps dans lesquels il parcourt chaque ligne et entre les deux lignes. »

Il est clair que cette seconde définition est, en réalité, un *postulat*, et nous apprenons ainsi qu'immédiatement avant Euclide, il n'était pas de règle de distinguer avec précision les définitions et les axiomes, que tout était ou au moins pouvait être rangé sous une même rubrique. Il y a là un fait considérable.

Le Livre d'Aristarque de Samos, *Sur les grandeurs et distances du Soleil et de la Lune* (²), débute par cinq *thèses* ou

(¹) L'illustre éditeur de Héron et de Pappus comblera ainsi une lacune bien fâcheuse pour l'histoire des Mathématiques; si Autolycus qui, de fait, est le plus ancien mathématicien grec dont il nous reste un Ouvrage entier, a été négligé jusqu'à présent, c'est d'ailleurs parce qu'on avait pris ses démonstrations pour des scolies récents; de même que l'on a, pendant quelque temps, attribué à Théon d'Alexandrie les démonstrations d'Euclide.

(²) Aristarque de Samos vivait à peu près à la même époque qu'Euclide, mais devait être un peu plus jeune.

*hypothèses* qui sont supposées représenter des résultats d'observation. Mais le nom que portaient à l'origine ces propositions est en réalité douteux; elles se trouvent dans le même cas que les sept propositions analogues qui commencent les *Optiques* d'Euclide, et qui sont appelées aussi tantôt *thèses,* tantôt *définitions optiques* (ὀπτικοὶ ὅροι), quoiqu'elles n'aient nullement le caractère de définitions.

Euclide commence ces dernières propositions par le mot ὑποκείσθω (qu'il soit supposé); ce mot manque devant les propositions analogues d'Aristarque, où le verbe est à l'infinitif.

Il est parfaitement possible, au reste, qu'Euclide n'ait nullement inscrit αἰτήματα en tête de ses postulats géométriques; mais, en tout cas, il les a nettement distingués des définitions précédentes en les commençant par ἠτήσθω (qu'il soit demandé). On a pu remarquer qu'il n'y a aucune forme semblable pour les notions communes, et il y a là une raison qui milite contre leur authenticité.

Archimède commence son premier Livre : *Des équilibres des plans,* par une série de *postulats* de statique; αἰτούμεθα (nous demandons).

Dans le préambule de la *Quadrature de la parabole,* il désigne sous le nom de *lemme* cette proposition que, « si deux aires sont inégales, leur différence peut toujours être multipliée par un nombre tel que le produit dépasse toute aire donnée ». Ce lemme, qui paraît remonter à Eudoxe, correspond de fait dans Euclide à une *définition* (VI, 4).

Le Traité *De la sphère et du cylindre* débute par six *axiomes* (ἀξιώματα) qui sont de véritables définitions, et par cinq *lemmes* (λαμβανόμενα), qui sont, au contraire, de véritables *postulats*.

Les autres Traites d'Archimède ne nous apprennent rien de plus.

## III.

Les derniers rapprochements que je viens de faire sont évidemment favorables à l'hypothèse qui ferait des αἰτήματα une invention propre à Euclide. Avant lui, ils ne semblent pas trop en usage; après lui, Archimède les imite en Statique, tandis qu'en Géométrie, pour respecter les *Éléments,* s'il introduit de nouveaux postulats, il les désigne sous un nom nouveau.

Pour l'authenticité des notions communes, elle n'a, au contraire, reçu aucun appui, et nous pouvons maintenant mettre en avant contre elles de nouvelles raisons.

Si Euclide avait conçu le projet de distinguer les postulats suivant qu'ils sont communs aux diverses branches des Mathématiques ou qu'ils sont spéciaux à la Géométrie, il n'aurait certainement pas placé la première classe au second rang, et, d'autre part, il ne l'aurait pas désignée sous le nom de *notions communes.*

J'appelle spécialement l'attention sur ce nom; il est clair que si la seconde série de postulats est d'Euclide, le terme de κοιναὶ ἔννοιαι est évidemment aussi de lui. Car une distinction était nécessaire, et s'il avait adopté un autre terme, comme celui d'axiome (hypothèse en désaccord au reste avec l'usage d'Archimède), on ne peut concevoir pourquoi ce terme d'axiome aurait été remplacé ensuite par un autre beaucoup moins convenable.

Le mot ἔννοια, de fait, n'a jamais signifié *proposition*, mais bien *perception* et *notion.* La désignation est donc impropre, et il aurait fallu dire, par exemple : τὰ λαμβανόμενα κατὰ τὰς κοινὰς ἐννοίας (ce qui est admis selon les notions communes).

Ce terme d'ἔννοια, d'autre part, n'est nullement de la langue philosophique de l'époque; on le chercherait vainement avec une signification technique dans l'œuvre de Platon ou dans celle d'Aristote; il appartient aux stoïciens ([1]) dont l'école commençait seulement au temps d'Euclide et dont il ne pouvait subir l'influence à Alexandrie.

Peut-être par une heureuse fortune, ce mot se trouve dans les fragments d'Apollonius que j'ai essayé de reconstituer d'après Proclus et le pseudo-Héron.

*Proclus* (p. 100, l. 6) : « Disons avec Apollonius que nous avons la notion de ligne (γραμμῆς ἔννοιαν) ».

Cette coïncidence vient à l'appui de la conjecture émise plus haut, que la rédaction des *notions communes* date du temps d'Apollonius, et qu'elle aurait été provoquée par son travail sur les *Éléments.* Elle serait ainsi d'environ un siècle postérieure à Euclide.

([1]) *Voir* l'Index du *Doxographi Græci* de Diels; Berlin, 1879.

Il reste, dans cette conclusion, un certain nombre d'éléments hypothétiques ; je crois cependant avoir suffisamment montré l'impossibilité d'attribuer les *notions communes* à Euclide pour ne pas avoir besoin de revenir sur ce sujet.

Quant à la question des postulats, elle reste obscure, et je ne prétends pas la trancher de même; mais j'incline à revenir à la première opinion que j'ai exposée.

S'il est prouvé que le texte antérieur aux propositions n'a pas été respecté, il reste possible que les deux derniers postulats aient été ajoutés aux trois premiers en même temps que l'on rédigeait les *notions communes*. Il me semble plus glorieux pour Euclide de n'avoir formulé que les trois postulats de construction.

Cependant il est clair que les postulats d'Archimède n'ont nullement ce caractère constructif, et le fait mérite d'être pris en considération.

On sera peut-être curieux d'avoir quelques détails sur la signification des termes d'αἴτημα et d'ἀξίωμα dans la langue philosophique au temps d'Euclide, telle qu'elle nous apparaît dans Aristote (*Analytica post.* I, 10).

« Tout ce qui est démontrable et que l'on prend comme admis sans le démontrer est une *hypothèse*, si elle est conforme à l'opinion de celui qui reçoit l'enseignement...; si celui-ci n'a pas d'opinion ou s'il a une opinion contraire, c'est un *postulat*. C'est en cela que diffèrent l'hypothèse et le *postulat*. Le postulat est ce qui choque l'opinion de celui qui reçoit l'enseignement, ou ce que l'on prend sans le démontrer et dont on se sert sans l'avoir prouvé. »

Ce passage montre qu'Euclide a certainement détourné quelque peu le sens du mot αἴτημα, mais aussi qu'il était employé avant lui, quoique probablement seulement en dehors des Mathématiques.

Pour le mot axiome, Aristote l'emploie à peu près dans le même sens que nous, et il nous apprend qu'il était en usage chez les mathématiciens, mais particulièrement pour désigner les *notions communes* (τὰ κοινὰ λεγόμενα ἀξιώματα). Il cite même comme exemple que, si on retranche des choses égales de choses égales, les restes sont égaux. Il distingue, au reste, dans toute science apodictique, trois éléments de la démonstration : 1° ce qui est posé comme étant, et pris comme étant de telle manière; en Géométrie, les points et les lignes; 2° les axiômes dits communs, qui sont les points de départ des démonstrations; 3° les affections (τὰ πάθη) des éléments posés en premier lieu, affections dont la signification est prise suivant des définitions; ainsi le géomètre pose ce que signifie une grandeur irrationnelle, une ligne brisée sur une autre ligne ou dirigée vers un point, et il démontre l'existence de ces affections en se servant des axiomes communs et de ce qui a déjà été démontré.

« Mais », ajoute-t-il, « rien n'empêche que certaines sciences passent sous silence certains de ces éléments quand ils sont évidents... Ainsi, on ne prend même pas les axiomes communs, ce qui signifie retrancher les choses égales de choses égales, parce que c'est connu immédiatement. »

En résumé, Aristote ne semble pas connaître les *postulats* propres à la Géométrie, ce qui est une bonne raison pour en attribuer l'invention à Euclide. Les *notions communes* sont, au contraire, bien reconnues sous le nom d'axiomes communs ou simplement, comme il dit encore, τὰ κοινά (les communs). Mais il paraît aussi résulter de son texte que les géomètres n'avaient nullement l'habitude de les réunir en tête des *Éléments*, ce qui concorde parfaitement avec nos conclusions.

Il est à remarquer que les stoïciens changèrent complètement le sens du mot ἀξίωμα, et appelèrent de ce nom une proposition quelconque, vraie ou fausse; c'est là qu'il faut chercher la raison de l'adoption d'une autre désignation dans nos textes d'Euclide.

En terminant cette Note, comme j'ai été conduit à l'écrire à la suite de l'étude du premier Volume de l'édition d'Euclide par Heiberg, qu'il me soit permis de louer sans réserve le nouveau travail de l'illustre éditeur d'Archimède et de le recommander aux géomètres curieux de l'histoire de leur science. Je n'ai qu'une bien faible critique à formuler, et, sans doute, elle serait mieux à sa place dans un autre recueil que celui-ci.

Dans l'énoncé d'un προσδιορισμός, c'est-à-dire des conditions auxquelles sont soumises les données d'un problème pour qu'il soit possible, énoncé qui commence régulièrement en grec par δεῖ δή (il faut à savoir que), M. Heiberg a substitué, contre l'autorité des manuscrits, la particule δέ (d'autre part) à δή; je pense que les textes de Proclus et d'Eutocius qu'il a suivis ne sont nullement concluants; les énoncés semblables sont aussi fréquents dans Diophante qu'ils sont rares chez Euclide, et la formule δεῖ δή y est constante.