SMF

Vie de la société

Bulletin de la S. M. F., tome 23 (1895), p. 98-102
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1895__23__98_0>

COMPTES RENDUS DES SÉANCES.

SÉANCE DU 3 AVRIL 1895.

PRÉSIDENCE DE M. BIOCHE.

Communications :

M. D. André : *Sur la structure des permutations circulaires.*

M. Fleury : *Sur une fausse propriété attribuée aux séries dites* semi-convergentes.

M. Lecornu : *Sur une équation fonctionnelle.*

M. P. Appell adresse la Note suivante :

Sur la théorie du frottement de roulement.

Dans un article inséré au numéro de janvier 1895 du *Journal des Savants,* M. Bertrand, à l'occasion des recherches de M. Defforges sur le pendule, s'occupe du frottement de roulement. Il trouve la théorie qu'on en donne ordinairement fort peu satisfaisante et cite comme mauvais cet énoncé d'un livre classique : « Le frottement de roulement résulte de ce que le point d'application de la réaction de l'un des corps se trouve situé en avant du point de contact géométrique de leurs surfaces. »

Le désaccord entre M. Bertrand et les auteurs qui ont écrit sur le frottement de roulement est, pour une grande partie, mais non pour le tout, une question de mots. M. Bertrand appelle *frottement de roulement* la force que les auteurs des Traités modernes les plus estimés regardent comme une variété de *frottement de glissement;* puis il considère comme négligeable le couple que ces auteurs appellent *frottement de roulement* et qui peut être regardé, avec raison, comme produisant le déplacement de la réaction normale en avant du point géométrique de contact.

Je demande la permission d'exposer brièvement les raisons pour lesquelles la théorie classique du frottement de roulement me paraît préférable à celle que propose M. Bertrand.

Prenons un exemple précis et imaginons une roue verticale restant en contact avec un sol plan; son déplacement élémentaire résulte d'un glissement le long du sol et d'un roulement autour d'un axe situé dans le plan du sol. On appelle alors *frottement de glissement* une force tangentielle contenue dans le plan du sol *s'opposant au glissement* et *frottement de roulement* un couple dont le plan est normal au sol *s'opposant au roulement.* Le frottement de glissement est égal à la réaction normale N multipliée par un coefficient f à peu près constant; le moment du couple du frottement de roulement suit des lois mal connues : en le représentant par $N\delta$, on appelle la petite longueur δ le coefficient du frottement de roulement. Dans la plupart des cas où il y a glissement, ce couple peut être négligé, car le travail résistant du frottement de glissement est bien plus grand que celui du couple du frottement de roulement.

Considérons maintenant le cas particulier où la roue ne fait que rouler : alors le glissement disparaît, mais la *force du frottement de glissement ne disparaît pas,* car il faut toujours que le sol exerce une action tangentielle empêchant le glissement de se produire; seulement cette force tangentielle suit alors les lois du frottement de glissement à l'état statique : sa direction n'est assujettie à aucune condition et sa grandeur est assujettie à la seule condition d'être moindre que fN; elle est, sous cette restriction, complètement déterminée par les forces appliquées et la nature même du mouvement; il n'y a évidemment pas lieu d'en chercher les lois; aussi ne les cherche-t-on dans aucun des Traités classiques. Cette composante tangentielle n'absorbe plus de travail, car elle est appliquée à un point de vitesse nulle. Mais alors *on ne peut plus négliger le couple du frottement de roulement* qui, lui, absorbe du travail; pour connaître le moment $N\delta$ de ce couple, il faut chercher expérimentalement comment δ est lié au rayon de la roue et peut-être à sa vitesse et à N; c'est ce qu'ont essayé de faire divers expérimentateurs, et le problème ainsi posé a un sens très précis et un réel intérêt pratique.

Pour rendre sensible le fait que le couple du frottement de roulement n'est pas négligeable dans le roulement, imaginons un cylindre très lourd posé sur un sol horizontal; tout le monde sait qu'il faut un certain effort pour le mettre en mouvement; quand l'effort est trop petit, le cylindre ne glisse pas à cause de la réaction tangentielle s'opposant au glissement, et il ne roule pas parce que les réactions du sol sur la petite aire de contact développent un couple s'opposant au roulement. Quand on augmente l'effort, il arrive un moment où le cylindre roule sans glisser : c'est que le frottement de roulement est vaincu, le frottement de glissement ne l'étant pas. Si le couple du frottement de roulement était négligeable, le moindre effort ferait rouler le cylindre, puisque la réaction tangentielle n'oppose aucune résistance au roulement.

Une fois le cylindre lancé, supposons qu'on l'abandonne à lui-même : il est alors animé d'un mouvement de roulement qui serait uniforme si le couple du *frottement de roulement* n'existait pas; c'est donc l'action de ce couple qui finit par arrêter le mouvement.

Une dernière considération, empruntée à la Mécanique analytique, montre également que c'est bien le couple et non la force tangentielle qui doit être appelé frottement de roulement. On dit, en Mécanique analytique, qu'une liaison est réalisée sans frottement quand, pour tout déplacement compatible avec la liaison, le travail des forces de liaison est nul. Supposons que la liaison imposée à une roue soit de rouler sur un plan : si la réaction du plan se réduit à la composante normale et à la composante tangentielle, le roulement a lieu sans frottement, car le travail des forces de liaison est nul. Il n'en est plus ainsi lorsque les réactions du plan produisent en outre un couple s'opposant au roulement.

SÉANCE DU 19 AVRIL 1895.

PRÉSIDENCE DE M. BIOCHE.

Communications :

M. H.-A. Schwarz : *Sur un problème du calcul des variations.*

M. Sophus Lie : *Contribution à la théorie des transformations de contact.*

M. Bioche : *Sur une surface du troisième ordre admettant une cubique gauche comme ligne asymptotique.*

M. N. Delaunay : *Sur le mouvement d'un solide autour d'un point fixe.*

M. N. Delaunay présente certains instruments propres à la transformation des mouvements : 1° ellipsographe ; 2° projecteur ; 3° hyperbolographe ; 4° duplicateur ; 5° transformateur de la giration en quatre mouvements rectilignes approchés ; 6° transmetteur pantographique des girations.

M. G.-B. Guccia fait la Communication suivante :

Sur une expression du genre des courbes gauches algébriques douées de singularités quelconques.

Si $F_1 = 0$ *et* $F_2 = 0$ *sont les équations irréductibles de deux surfaces algébriques, d'ordres* n_1 *et* n_2, *dont les premiers membres renferment linéairement des paramètres arbitraires* $\lambda'_1, \lambda''_1, \ldots, \lambda'_2, \lambda''_2, \ldots$, *la fonction* $\Omega(n_1, n_2)$, *qui exprime le genre de la courbe mobile* (K), *variable avec les deux groupes de paramètres* (λ_1), (λ_2) *et intersection résiduelle de deux surfaces* F_1 *et* F_2, *est de la forme*

$$(1) \qquad \left\{ \begin{aligned} \Omega(n_1, n_2) = n_1(D + \pi_2 + 1) + n_2(D + \pi_1 - 1) \\ - n_1 n_2(n_1 + n_2 - 1) + 1 + L, \end{aligned} \right.$$

où D *est l'ordre de la courbe mobile* (K); $\pi_i (i = 1, 2)$ *est le genre des sections planes de la surface* F_i; L *une constante qui est nulle si les deux systèmes linéaires* F_1 *et* F_2 *n'ont en commun aucune de leurs singularités bases.*

Exemples. — 1° Si (K) est l'intersection complète des surfaces génériques des deux systèmes linéaires $F_1 = 0$, $F_2 = 0$, on doit faire $L = 0$, $D = n_1 n_2$, et l'on trouve

$$(2) \qquad \Omega(n_1, n_2) = n_1(\pi_2 - 1) + n_2(\pi_1 - 1) + n_1 n_2 + 1.$$

En particulier, pour $n_2 = 1$, d'où $\pi_2 = 0$, on a $\Omega(n_1, 1) = \pi_1$.

2° Dans l'hypothèse précédente et pour deux surfaces génériques F_1 et F_2 dont les sections planes sont de genre zéro ($\pi_1 = \pi_2 = 0$) (surfaces réglées de genre zéro ou surface de Steiner), la formule (2) donne

$$\Omega(n_1, n_2) = n_1 n_2 - n_1 - n_2 + 1.$$

3° Pour les courbes tracées sur une surface du second ordre

($n_2 = 2$, $\pi_2 = 0$), la formule (1) donne en général

$$\Omega(n_1, 2) = 2D + n_1(D - 2n_1 - 3) + 2\pi_1 - 1 + L;$$

et dans le cas où (K) est l'intersection complète d'une surface de second ordre avec une surface du système linéaire $F_1 = 0$ douée de singularités bases quelconques, la relation (2) devient

$$\Omega(n_1, 2) = n_1 + 2\pi_1 - 1.$$

J'étais parvenu à cette dernière formule par une voie toute différente, dans une Note insérée dans les *Rendiconti* de l'Académie des Lincei (séance du 7 avril 1889).