

P. LOSLEVER

Un exemple de caractérisation d'enregistrements quasi périodiques : la marche normale de l'homme

Les cahiers de l'analyse des données, tome 21, n° 3 (1996), p. 311-332

http://www.numdam.org/item?id=CAD_1996__21_3_311_0

© Les cahiers de l'analyse des données, Dunod, 1996, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Les cahiers de l'analyse des données » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

UN EXEMPLE DE CARACTÉRISATION D'ENREGISTREMENTS QUASI PÉRIODIQUES: LA MARCHÉ NORMALE DE L'HOMME

[CARACT. MARCHÉ 2]

P. LOSLEVER*

1 Élaboration des données disponibles

1.1 Rappel: format des données individuelles: configuration et forces

Rappelons la structure des données de l'article [CARACT. MARCHÉ]. Sur des sujets, marchant normalement, on enregistre les trois coordonnées de repères articulaires matérialisés par des petits miroirs; simultanément, sont mesurées, sous chaque pied, les trois composantes de la réaction du sol. Dans [CARACT. MARCHÉ], est considérée, quasi exclusivement, la composante verticale de la réaction du sol sur les pieds; dans le présent article, l'analyse prend, également, en compte les angles articulaires. Nous décrivons ci-dessous ces variables, schématiquement, sans préciser le détail des repères.

Les variables afférentes à chaque jambe sont désignées par les chiffres 0 à 5, suivi de la lettre D ou G. Prenons l'exemple de la jambe droite.

La variable 0D, est l'angle que fait avec la verticale, l'axe fémoral: angle respectivement positif ou négatif, selon que la jambe droite est lancée vers l'avant ou vers l'arrière.

La variable 1D, est le supplément de l'angle obtu formé par le fémur et le tibia: Si la jambe était parfaitement raide, l'angle 1D serait nul; dans la marche, comme l'atteste l'histogramme, l'angle varie de 4° à 80°; mais ne sort que très rarement de l'intervalle (8° ... 76°).

La variable 2D, est le supplément de l'angle tibio-tarsien. Avec une jambe droite raide, verticale, perpendiculaire au pied, l'angle vaut 90°; si le pied se place en pointe, dans le prolongement du mollet, l'angle 2D tend vers zéro.

Les variables {3D, 4D, 5D}, déjà expliquées dans l'article précédent, sont les composantes de la réaction du sol sur le pied droit. La composante

(*) Laboratoire d'Analyse Automatique industrielle et Humaine. URIAH. U.A. CNRS n°1118. Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis; Le Mont Houy, B.P. 311 - 59304 Valenciennes CEDEX - France.

verticale, 5D, toujours dirigée vers le haut, doit, avec la composante 5G afférente au pied gauche, porter le poids du corps. En fait, chaque pas étant comme un bond, la réaction verticale totale, 5D+5G, varie périodiquement de part et d'autre du poids.

De plus, le corps est soumis alternativement à des impulsions vers la droite et vers la gauche; l'impulsion totale vers la gauche a son maximum quand le pied gauche quitte le sol, le pied droit s'y posant; tandis qu'une impulsion vers la gauche accompagne le changement contraire (cf. §4 *in fine*). On note 4D, la réaction transversale sur le pied droit, comptée positivement vers l'intérieur; 4G est également comptée vers l'intérieur, en sorte que la réaction transversale totale est la différence des variables 4D et 4G.

Enfin, la composante 3D de réaction vers l'avant est faible, mais n'est qu'exceptionnellement négative.

1.2 Alignement et normalisation des données

Ainsi qu'on l'a dit dans l'article précédent, les données dont nous disposons ne donnent pas de synchronisation entre les deux jambes. La durée du pas est divisée en 25 unités de temps. On a, pour chaque jambe, à 25 instants successifs équidistants, un système de 6 mesures: le premier instant correspond à la pose de la jambe; et le dernier précède immédiatement celui d'un nouveau contact de cette même jambe avec le sol.

Comme dans le précédent article, on s'est appliqué à aligner les données afférentes aux deux jambes d'un même sujet. Mais le but étant de prendre en compte les variables d'angle avec le poids, il a fallu perfectionner la méthode d'alignement.

Représentons-nous les données comme un tableau à 12 colonnes - les variables {0D, ..., 5D, 0G, ..., 5G} - avec, pour chaque sujet, dont nous désignerons par XXX le sigle (formé de 3 capitales), 25 lignes notées de XXXa à XXXy. Si l'on prend les données telles quelles, chacune des colonnes 5D et 5G contient, dans chaque bloc, XXX, formé des lignes XXXa à XXXy, une suite de valeurs, d'abord positives, se terminant par un bloc d'une dizaine de zéros, correspondant à l'intervalle, généralement inférieur à une demi-période, durant lequel le pied ne repose pas sur le sol.

Afin de synchroniser les données, on a d'abord, par des décalages entiers de 0 à 25, soumis le bloc des valeurs de la colonne 5G à toutes les permutations circulaires possibles. Dans le travail précédent, d'une part on ne considérait pas tous les décalages possibles; et, d'autre part, on prenait pour critère de meilleur alignement de donner à la réaction verticale totale, (5D+5G), un maximum aussi faible que possible.

À l'occasion de multiples analyses, on a trouvé que ce procédé échouait dans deux cas particuliers. D'une part, le sujet GAU, traînant les pieds, avec, respectivement, pour 5D et 5G, seulement 8 et 7 valeurs nulles; ce qui

marche: XXXt=ali;xOXT=alimir;XxXT=mirali;xXxt=miralimir;

	12	0D	1D	2D	3D	4D	5D	OG	1G	2G	3G	4G	5G
PERa	23	27	58	3	5	38	-12	32	50	2	-10	38	
PERb	21	26	59	7	12	96	-7	43	43	1	-2	7	
PERc	17	25	60	8	11	104	-1	52	42	0	0	0	
PERd	12	22	61	7	7	81	6	59	45	0	0	0	
PERe	6	19	63	6	4	69	14	62	49	0	0	0	
PERf	2	17	65	7	2	75	21	61	53	0	0	0	
PERg	-2	18	68	7	-1	95	26	56	56	0	0	0	
PERh	-4	20	70	7	-6	122	28	47	59	0	0	0	
PERi	-6	23	70	6	-12	137	29	36	61	0	0	0	
PERj	-7	27	67	5	-19	119	28	24	62	0	0	3	
PERk	-6	36	59	3	-15	65	27	16	63	-1	2	23	
PERl	-2	47	50	0	-5	16	27	16	61	-2	10	70	
PERm	4	60	46	0	0	0	25	19	58	-1	18	107	
PERn	12	70	47	0	0	0	22	21	56	3	21	123	
PERo	21	75	50	0	0	0	19	21	56	6	19	127	
PERp	27	74	53	0	0	0	15	20	58	7	15	116	
PERq	32	68	56	0	0	0	10	18	59	6	9	94	
PERr	34	58	58	0	0	0	5	15	61	5	5	75	
PERs	34	44	60	0	0	0	0	12	62	5	3	68	
PERt	33	31	62	0	0	0	-5	9	64	5	1	72	
PERu	31	21	64	0	0	0	-9	8	67	5	-1	90	
PERv	30	19	64	0	0	0	-12	9	68	5	-6	116	
PERw	29	21	62	0	0	0	-14	13	68	5	-13	135	
PERx	28	24	60	0	0	0	-15	17	66	5	-20	129	
PERy	25	26	58	0	0	0	-14	23	59	4	-20	90	

Données du sujet PER après alignement et mise à l'échelle: on notera que la jambe droite, qui est longtemps hors du contact du sol (nombreux zéros dans la colonne 5D) s'écarte peu vers l'arrière (valeurs négatives de OD) relativement à la jambe gauche (valeurs négatives de OG).

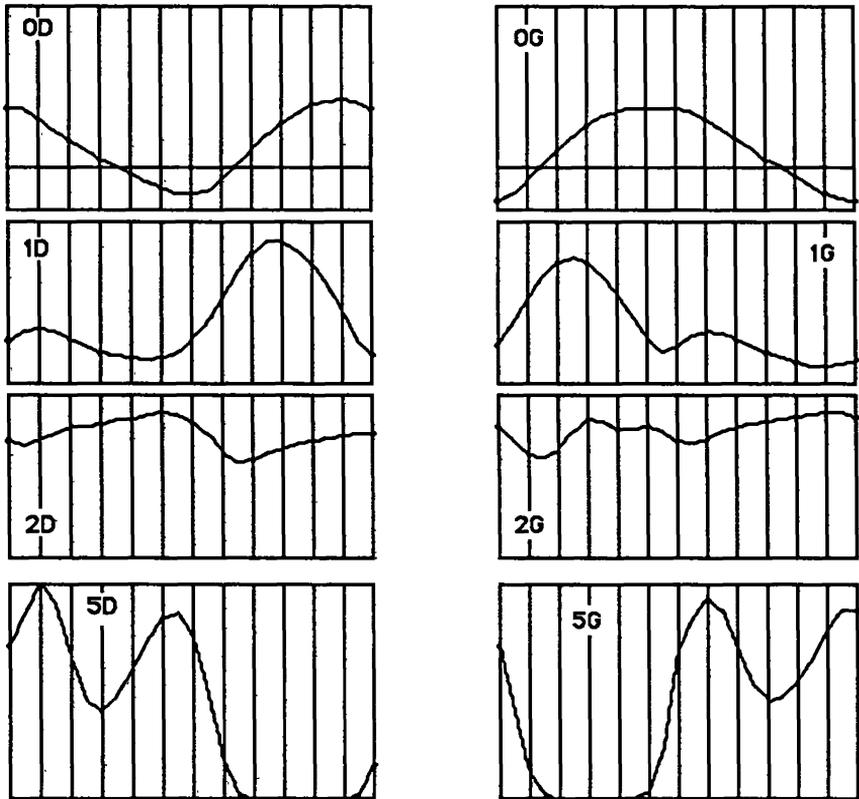
implique que les deux pieds soient simultanément au sol pendant un tiers du temps; d'où embarras du choix pour l'alignement. Et, d'autre part, le sujet PER, affecté d'une sorte de claudication, qui l'encourage à reposer sur le pied gauche; avec 7 valeurs nulles seulement pour 5G; mais 13 pour 5D.

On a donc pris un critère d'alignement plus complexe. De façon précise, pour chaque permutation du bloc des valeurs de 5G, on a, sur l'ensemble des 25 instants, un maximum, Max, et un minimum, min, de la réaction verticale totale (5D+5G): le décalage est choisi pour que soit minimum le quotient (Max/min); en d'autres termes, la variation relative de la réaction verticale. (Il conviendrait de vérifier cette méthode sur des données complètes, pour lesquelles soit connu le déphasage réel entre les deux jambes).

Pour plus de précision dans l'alignement, on a, de part et d'autre du décalage entier ainsi trouvé, considéré des décalages fractionnaires allant de $-8/9$ à $+8/9$; les variables afférentes à la jambe gauche étant interpolées linéairement pour effectuer le décalage.

Ce décalage relatif, du membre Gauche vis-à-vis du Droit, a été complété par un autre décalage temporel fractionnaire, affectant également les deux membres; et destiné à placer l'instant a quand, le pied Droit se posant et le Gauche se levant, sont égales les réactions verticales 5D et 5G.

L'alignement qui affecte toutes les variables droites et gauches, a été



Ci-dessus: données afférentes au sujet GAU ; on notera la brièveté des temps où une jambe est levée - réaction verticale 5D ou 5G nulle - ainsi que la profonde modulation de la réaction verticale dans sa phase non nulle. Les angles sont en degrés, le bord supérieur du cadre est à 90°

complété par un changement d'échelle des variables dynamiques {3, 4, 5}: afin de comparer entre eux des sujets qui n'ont pas le même poids corporel, ces variables ont été rapportées à une estimation du poids calculée comme la moyenne des 25 valeurs de la somme (5D + 5G). Plus exactement, on a pris pour unité de force le centième de cette moyenne, en sorte que, e.g., quand le pied droit est posé 5D vaut à peu près 100.

1.3 Introduction d'images symétriques

Reste à expliquer les symboles de la ligne de titre du tableau partiel afférent au sujet PER. Un des buts de l'analyse est de montrer clairement toute différence existant entre jambe droite et jambe gauche, soit pour un individu particulier, soit pour la population générale. À cette fin, il faut créer un système d'axes parfaitement symétrique.

Partons d'un sujet XXX: après alignement, on a pour lui un bloc de 25 lignes {XXXt | t = a,, y}, que nous désignons par le symbole "ali". Ce même bloc, peut, en deuxième opération, être transformé en échangeant, dans chaque ligne, la suite des 6 premières valeurs avec la suite des 6 dernières. Ce qu'on obtient ainsi n'est autre que l'image, dans un miroir, du mouvement "ali": nous introduisons donc le symbole "mirali"; avec, pour les lignes de "mirali", les sigles {XxXT}; où, la deuxième lettre du nom du sujet est mise en bas de casse, afin de rappeler qu'en un deuxième temps, après alignement, on a pris l'image dans un miroir; tandis que la lettre 'T', au lieu de 't', confirme qu'il ne s'agit pas d'un mouvement réel pris tel quel (avec alignement éventuel) mais d'une image où les mouvements des deux membres sont échangés. Pour cette image, l'instant initial A se place dans la pose du pied gauche (issu du pied droit réel).

À ce point, partis de 47 sujets, nous avons un tableau à 2350 lignes: 47 blocs de 25 pour les sujets donnés, XXX; et autant pour les sujets construits, XxX. Tel quel, ou après un codage en modalités, tel que celui introduit ci-après, par lequel la même formule est appliquée à une variable vD et à la variable vG correspondante, offre une symétrie qui se retrouvera dans les résultats de l'analyse. En effet, on a le même tableau de nombre si, d'une part, on échange deux à deux les colonnes de même nom (i.e. mD avec mG); et, d'autre part, les lignes image l'une de l'autre (i.e. XXXt avec XxXT).

Donc, après analyse, à tout facteur F_{α_1} , doit correspondre un facteur F_{α_2} ; tel que, pour toute colonne on ait: $F_{\alpha_1}(mD) = F_{\alpha_2}(mG)$ et pour toute ligne: $F_{\alpha_1}(XXXt) = F_{\alpha_2}(XxXT)$. Cette symétrie implique l'égalité des valeurs propres, λ_{α_1} et λ_{α_2} . Donc, sauf cas de valeur propre double, il s'agit du même facteur, avec changement de signe éventuel; et, en toute généralité, on peut, par un choix des facteurs afférents à une valeur propre multiple tenant compte de la symétrie du sous-espace propre, avoir un système de facteurs satisfaisant à la condition générale:

$$F_{\alpha}(mD) = \text{eps} \cdot F_{\alpha}(mG) ; F_{\alpha}(XXXt) = \text{eps} \cdot F_{\alpha}(XxXT) ;$$

eps valant (+1) pour les facteurs directs, et (-1) pour les facteurs inverses.

Ainsi le système des axes présente la symétrie entre Droite et Gauche. On peut, en particulier, considérant la ligne joignant le cycle des 25 points {XXXt}, afférents à un sujet, trouver, entre les deux phases successives du mouvement, où est posé l'une puis l'autre des jambes, symétrie ou dissymétrie. Par exemple, si la ligne s'éloigne d'avantage de l'origine dans la direction d'une modalité mD que dans celle de son homologue mG; ou encore, si n'est pas le même, pour les deux phases, l'espacement des points, expression géométrique du rythme.

Reste que dans l'alignement des données, un rôle particulier a été attribué à la jambe droite; car, d'une part, le déphasage initial comporte une première interpolation n'affectant que la jambe gauche; et, d'autre part, le critère d'alignement est de placer l'instant a quand, le pied Droit se posant et le Gauche se levant, sont égales les réactions verticales 5D et 5G.

De quoi il résulte qu'à supposer que dans nos données figurent deux sujets, DDD et GGG, qui soient, quant à la marche, image l'un de l'autre dans un miroir, l'on aura pas, *a priori*, les deux égalités strictes:

$$\{DDD_t \mid t = a, \dots, y\} = \{GgGT \mid T = A, \dots, Y\} \quad ;$$

$$\{GGG_t \mid t = a, \dots, y\} = \{DdDT \mid T = A, \dots, Y\} \quad ;$$

Plus généralement, à supposer que les individus donnés et leurs images dans un miroir constituent deux populations statistiques équivalentes, cette équivalence pourrait ne pas exister entre les deux ensembles de séquences ali et mirali, alignées comme nous l'avons fait. Et, en particulier, on ne pourrait rien conclure de certain, de la comparaison entre deux séquences moyennes $\{mt\}$ et $\{\mu T\}$ calculées sur ces deux ensembles et projetées après codage, comme des lignes, sur un plan issu de l'analyse factorielle du tableau à 2350 lignes (cf. *infra*, §3).

C'est afin de poursuivre les comparaisons, en évitant cet obstacle, qu'on a introduit deux autres ensembles de blocs de lignes, désignés symboliquement par "alimir" et "miralimir".

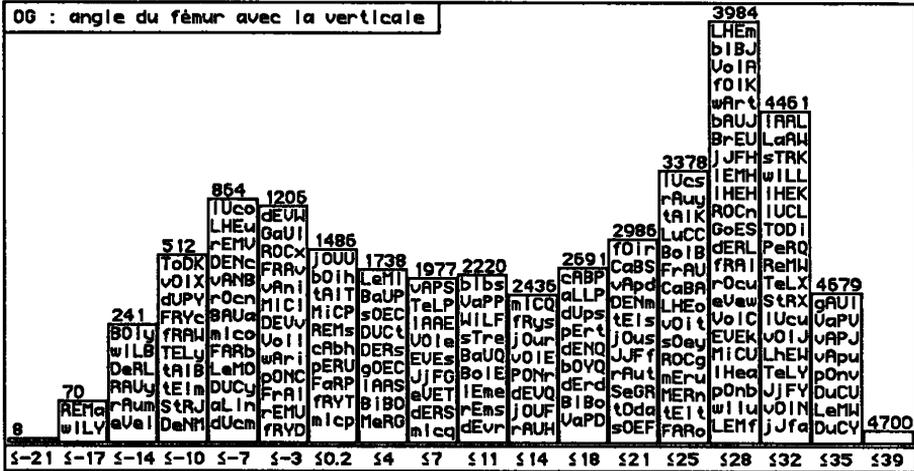
D'une part, on associe à la séquence des données brutes afférente à chaque individu une séquence symétrique, où sont échangées les données des deux jambes. D'où, après déphasage et alignement, une séquence "alimir" (alignement après miroir), notée: $\{xXXT\}$. Dans ces sigles, la première lettre est mise en bas de casse afin de rappeler qu'on a fait d'abord une symétrie; et l'on met le temps T en capitale parce qu'il s'agit, comme pour mirali, d'un sujet fictif, d'une image. Dans la séquence $\{xXXT\}$, au contraire de ce qui est le cas pour $\{XxXT\}$ (mirali) introduite plus haut, l'instant initial A se place dans la pose du pied droit (issu du pied gauche réel).

Enfin si, sur $\{xXXT\}$, on échange les variables droites avec les gauches, on a une séquence "miralimir", notée $\{xXxt\}$. Comportant deux réflexions (l'une en phase 1, l'autre en phase 3; d'où les deux lettres modifiées du sigle de l'individu), cette séquence représente un mouvement réel (ce pour quoi on a mis le temps t en bas de case, comme pour ali). Il ne s'agit de rien d'autre que de la séquence donnée transformée d'abord par un décalage affectant les données de la jambe Droite; puis alignée sur la pose du pied Gauche, avec la condition d'égalité des réactions verticales 5D et 5G.

Ainsi, on a un tableau croisant avec 12 colonnes, un ensemble de 4700 lignes; chacun des 47 individus XXX ayant fourni quatre blocs de 25 lignes: $\{XXXt\}$, $\{XxXT\}$, $\{xXXT\}$ et $\{xXxt\}$.

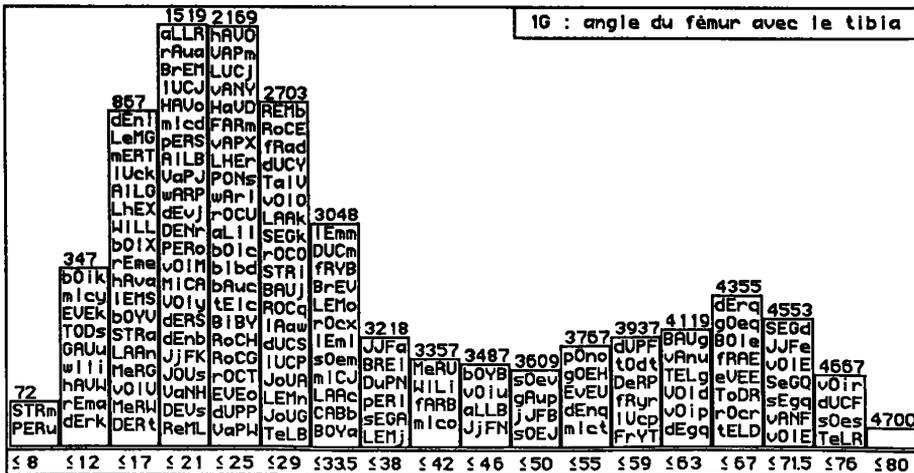
2 Histogrammes des variables et codage barycentrique

Nous croyons que l'hétérogénéité des variables impose un codage préalable. Afin de conserver l'information, tout en interprétant sa structure, on prend un codage barycentrique.



Pour l'angle OG du fémur Gauche avec la verticale, on a, d'une part, deux pivots extrêmes, $OG <$, $OG >$, choisis pour ne laisser en dehors de leur intervalle que les valeurs comprises dans le 1-er et le dernier créneau de l'histogramme; et, d'autre part, une modalité centrale, $OG \approx$, qu'on a placée vers la médiane plutôt qu'à zéro, parce que la position de repos du fémur est vers l'avant.

Le cas du genou est analogue; la distribution est également bimodale, ce qui suggère de placer le pivot central vers la fin du premier mode.



```

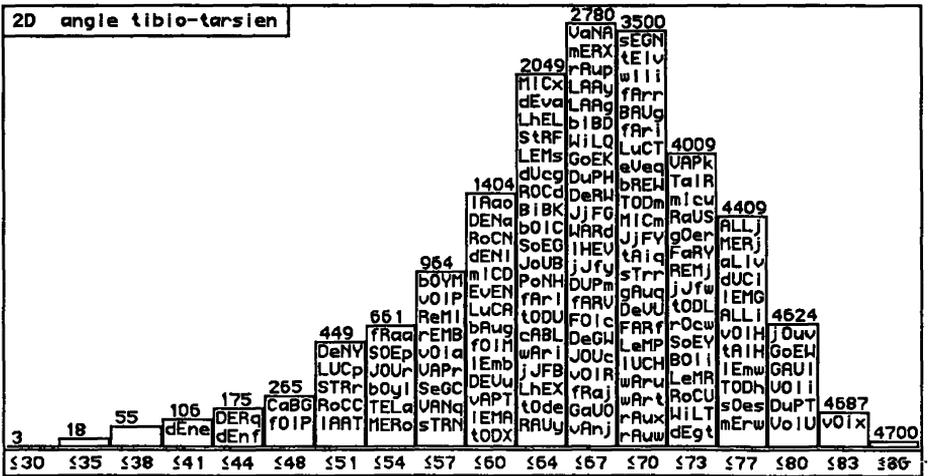
XXXa=ali;XXA=alimir;XxXA=mirali;xXxa=miralimir;
Gig:Dmrc3:marchedBcodx: bornes pour le découpage des variables
le nombre des variables est 12
  OD a 3 modalités dont les sigles et valeurs pivot sont
      OD< OD≈ OD>          -17.5 10.5 35.3
 1D a 3 modalités dont les sigles et valeurs pivot sont
      1D< 1D≈ 1D>          8.1 40 76
 2D a 3 modalités dont les sigles et valeurs pivot sont
      2D< 2D≈ 2D>          46.5 66 82.6
 3D' a 2 modalités dont les sigles et valeurs pivot sont
      3D≤ 3D>              0 10.13
 4D a 3 modalités dont les sigles et valeurs pivot sont
      4D< 4D≈ 4D>          -21 0 21.85
 5D a 4 modalités dont les sigles et valeurs pivot sont
      5D< 5D≈ 5D>          0 42 100 120
    
```

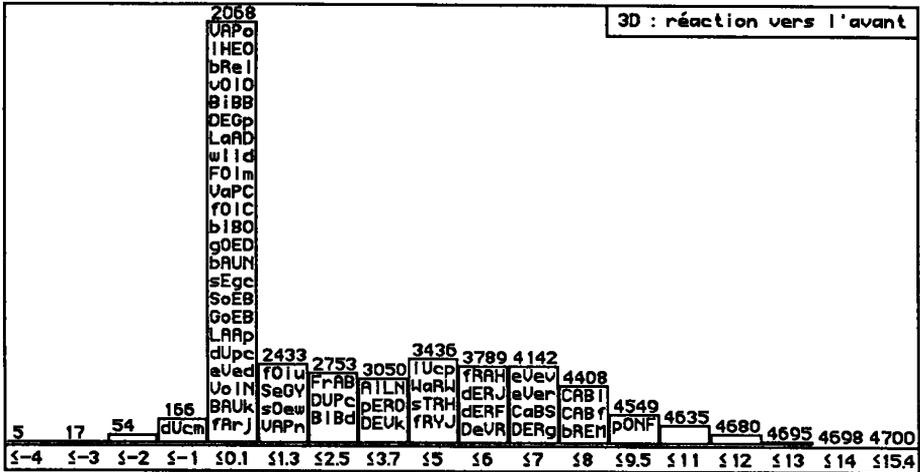
Le tableau des valeurs pivot, publié ci-dessus, appelle plusieurs commentaires.

Premièrement, seules sont données les bornes afférentes aux variables de la jambe droite; car, du fait de la symétrie imposée aux données (cf. §1.3), les bornes sont les mêmes pour les variables gauches.

Deuxièmement, les pivots ont été choisis par dialogue à l'écran, d'après des histogrammes tels que ceux qui illustrent le présent §, en spécifiant explicitement, non la valeur même, mais son rang dans la distribution: d'où des décimales, dépourvues de signification (et en partie supprimées pour la publication).

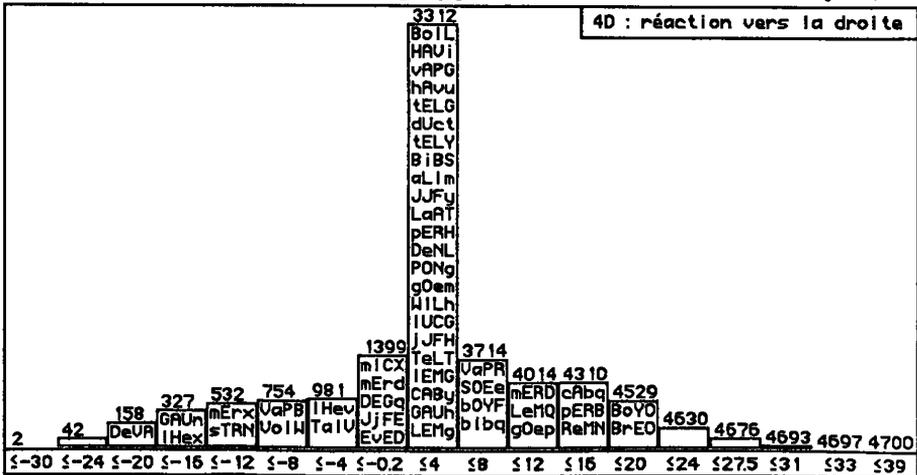
L'angle tibio-tarsien offre une distribution unimodale, avec une longue traîne vers les faibles valeurs, décrivant un pied en pointe, quasi dans le prolongement de l'axe du mollet. Telle qu'on l'a choisie, la modalité centrale, 2D≈, est, à la fois, proche du mode de la distribution et de sa médiane. La modalité supérieure, 2D>, ne laisse à l'extérieur que peu de valeurs des deux derniers créneaux; tandis que 2D< se place dans le sixième créneau, après la queue de distribution, bien que plus éloignée de 2D≈ que ne l'est 2D>.

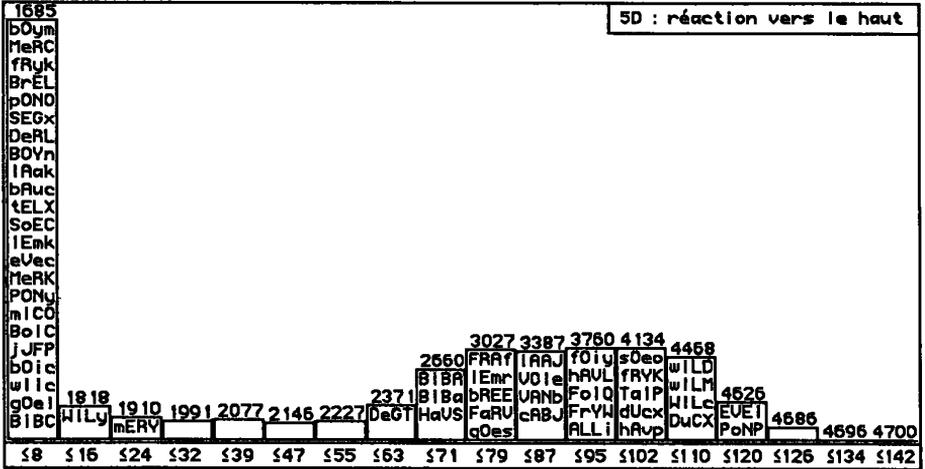




Les variables dynamiques, {3, 4, 5}, étant nulles quand le pied ne repose pas sur le sol, leur histogramme est dominé par un créneau contenant la valeur zéro. Les valeurs négatives de la réaction vers l'avant, 3D, sont très faibles; ne se trouvant que chez certains sujets, en coup de frein, quand le pied se pose. Avec deux pivots, l'un à zéro l'autre positif, le codage les assimile à zéro.

Pour la composante latérale, 4D, on a un pivot central à zéro: 4D≈; et deux pivots latéraux de signe contraire, 4D< et 4D>. La distribution étant à peu près symétrique, les pivots sont presque symétriques de part et d'autre de l'origine. La force latérale totale, n'est grande que lors du changement de pied: elle tend à faire que le centre de gravité du corps soit au-dessus du pied qui se pose; car, même dans le mouvement, joue, en quelque façon, la condition, stricte en statique, liant le CdG au polygone de sustentation (cf. §4, *in fine*).



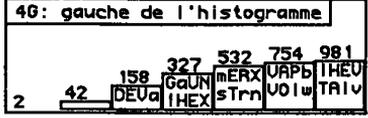


Pour la composante verticale, on a distingué 4 modalités. Après un pivot, 5Do, au minimum, qui n'est autre que zéro, on a 3 pivots {5D<, 5D≈, 5D>}.

Le pivot 5D≈ est à la valeur 100, laquelle, selon la normalisation introduite au §1.2, est une estimation du poids du sujet; les modalités {5D<, 5D>} encadrent une partie unimodale quasi symétrique de l'histogramme où les valeurs non nulles sont comprises, pour la plupart. Dans cette partie, le codage, restreint aux 3 modalités autres que 5Do, est semblable à celui de 2D.

Entre 5Do et 5D<, il n'y a qu'un petit nombre de valeurs, codées suivant la forme {x, 1-x, 0, 0}; la valeur x (de la modalité 5Do) variant de 1 à zéro sur l'intervalle {0, 5D<}. Au §4, p.329, on propose de distinguer de la modalité 'o', affectée à l'absence de réaction, le pied étant levé, une modalité inférieure ayant aussi son pivot à zéro, mais servant à coder des réactions non nulles.

N.B. Dans le présent §, on a présenté indifféremment des histogrammes afférents à la jambe droite ou à la gauche. Il vaut la peine de noter que la symétrie des données se manifeste non seulement en ce que, si l'on fait choix des mêmes bornes, les variables 4D et 4G, par exemple, ont des créneaux de même hauteur; mais encore en ce que les sigles de lignes, inscrits dans ces créneaux se correspondent biunivoquement. Par exemple, le 4-ème créneau contient les valeurs de rang 159 à 327; pour 4D, la plus forte de ces valeurs est sur la ligne GAUn, instant n=14, pour le sujet GAU, aligné sans miroir, (ali); pour 4G, on lit GaUN, le même sujet mais vu dans un miroir après alignement, (mirali): la même valeur se retrouve alors, mais pour le pied Gauche. On comparera, de même, sTRN (alimir) à sTrn (miralimir); etc.



3 Analyse des données avec huit variables principales

3.1 Du tableau de base au tableau analysé

Le tableau de base de nos analyses est le tableau (3470 × 12) construit, au §1, en associant à chacun des 47 individus XXX, quatre blocs de 25 lignes notés, respectivement, {XXXt}, {XxXT}, {xXXT}, {xXxt}. En appliquant le codage barycentrique décrit au §2, on obtient un tableau (3470 × 36). En fait, nous n'avons pas construit explicitement de tableau où chaque image instantanée serait éclatée suivant les 36 modalités des 12 variables; mais seulement un tableau (3470 × 12) de numéros continus de modalités; tableau d'après lequel on a construit un tableau de BURT généralisé, (36 × 36).

Les composantes latérales de la réaction du sol ne se manifestent qu'aux changements de pied; les composantes frontales comportent des forces de recul, difficiles à saisir et que nous avons même renoncées à coder. C'est pourquoi figurent seules en principal, dans la présente analyse, les 26 modalités des variables angulaires et de la réaction verticale; les autres composantes de la réaction seront considérées brièvement au §4.

Quant aux lignes, images instantanées d'individus réels ou reconstruits, on ne peut les présenter toutes. Nous avons considéré d'une part des individus moyens; et d'autre part, les deux cas particuliers, GAU et PÉR, qui ont retenu notre attention au §1.

Pour l'ensemble des 47 sujets XXX, alignés sans recours préalable au miroir (ali), on a, à chaque instant t , une ligne moyenne, mt , qui décrit un sujet moyen m ; chacune des 25 lignes mt a été soumise au codage barycentrique et adjointe en supplément à l'analyse du tableau de BURT généralisé; d'où, dans chaque plan, issu de l'analyse factorielle, une trajectoire, $\{mt\}$, du sujet moyen, m .

On a procédé de même pour les sujets fictifs xXX (alimir): d'où une autre trajectoire $\{\mu T\}$; laquelle, ainsi qu'on l'a dit au §1.3, ne doit pas différer notablement de $\{mt\}$ si l'échantillon des trajectoires des 47 sujets donnés s'accorde avec l'ensemble de leurs images dans un miroir.

3.2 Analyse du tableau de BURT généralisé : 8 variables en principal

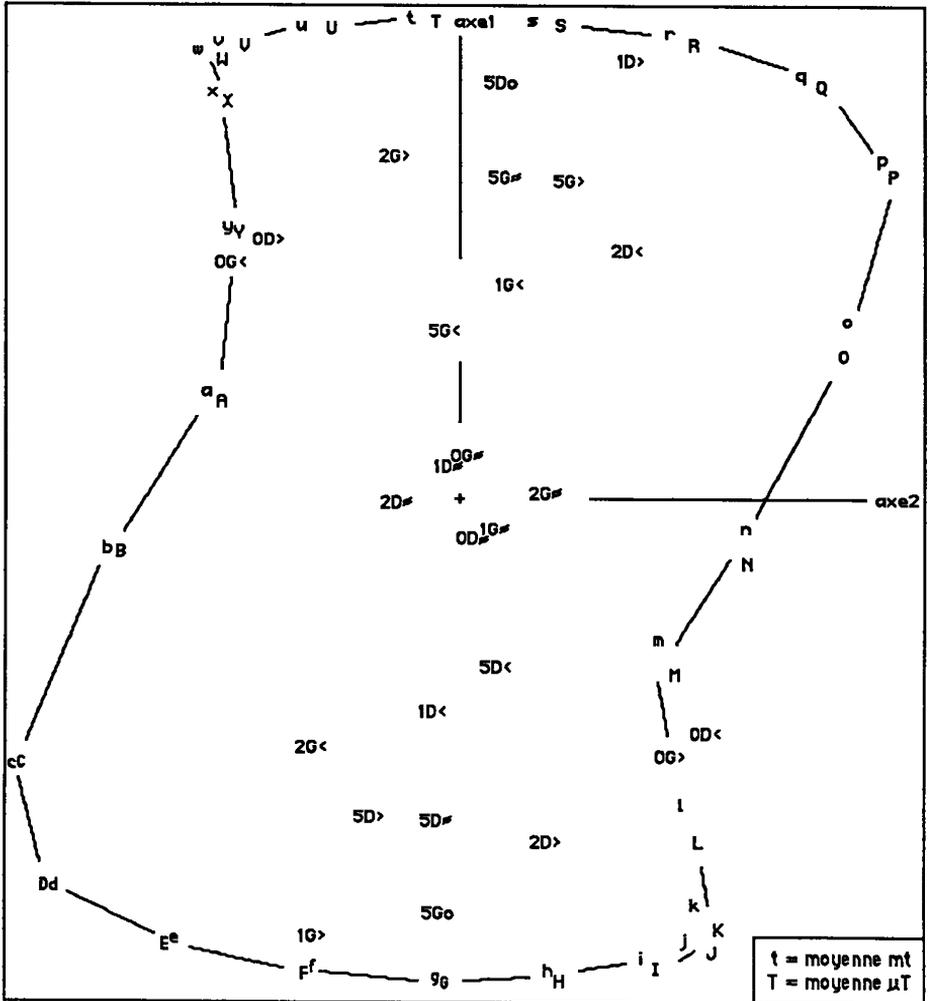
8 variables principales; XXXa=ali; xXXA=alimir; XxXA=mirali; xXxa=miralimir;
 trace : 2.149e-1
 rang : -1 -2 +3 -4 +5 +6 -7 -8 +9 -10
 lambda : 1472 246 159 83 63 57 25 12 9 8 e-4
 taux : 6849 1146 738 384 295 264 118 55 41 36 e-4
 cumul : 6849 7994 8732 9116 9411 9675 9793 9847 9888 9924 e-4

Ainsi qu'on la dit au §1.3, le tableau a été complété de telle sorte que tout facteur soit ou direct inverse; i.e. satisfasse à l'une des deux conditions:

direct : $\forall m : F(mG) = F(mD)$; inverse : $\forall m : F(mG) = -F(mD)$;

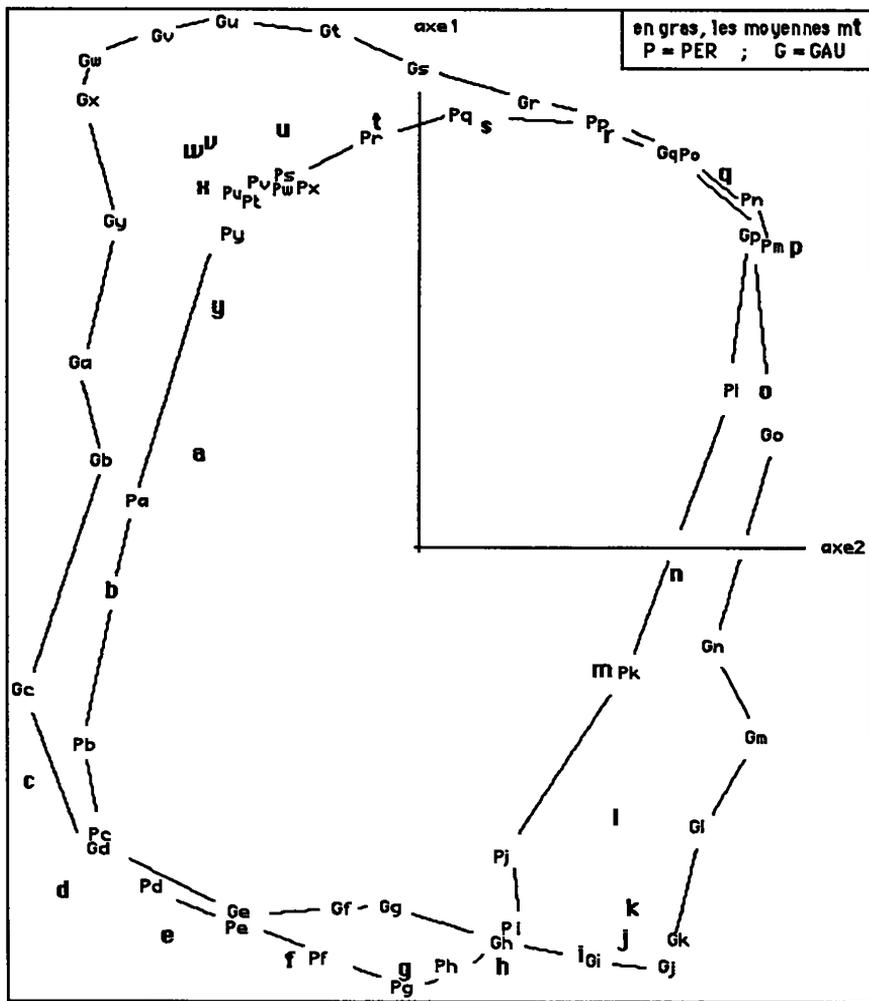
dans le tableau ci-dessus, le rang de la valeur propre afférente à un facteur direct ou inverse est affecté, respectivement du signe (+) ou (-).

On considère successivement: le nuage des modalités dans les plans 1×2 et 1×3; puis les plus fortes contributions aux facteurs F4 et F5; la trajectoire des instants, pour des moyennes ou des individus; et la CAH des modalités.



Les facteurs F1 et F2 sont des facteurs inverses. L'axe 1 reçoit 30% de son inertie de l'opposition entre les modalités 5Do, (F1>0); et 5Go, (F1<0); toutes deux parfaitement corrélées à l'axe 1. On dira donc: (F1>0) pied Droit hors du sol, pied Gauche posé; et le contraire pour (F1<0); ce que confirme la considération des autres modalités, aidée par la CAH.

L'axe 2 reçoit 60% de son inertie de l'opposition entre les couples de modalités: {0D> 0G<}, jambe D en avant, jambe G en arrière, (F2<0) ; et {0D< 0G>}, jambe G en avant, jambe D en arrière, (F2>0) . Il faut noter que ces couples ne s'écartent pas de l'origine dans la direction de l'axe 2, mais



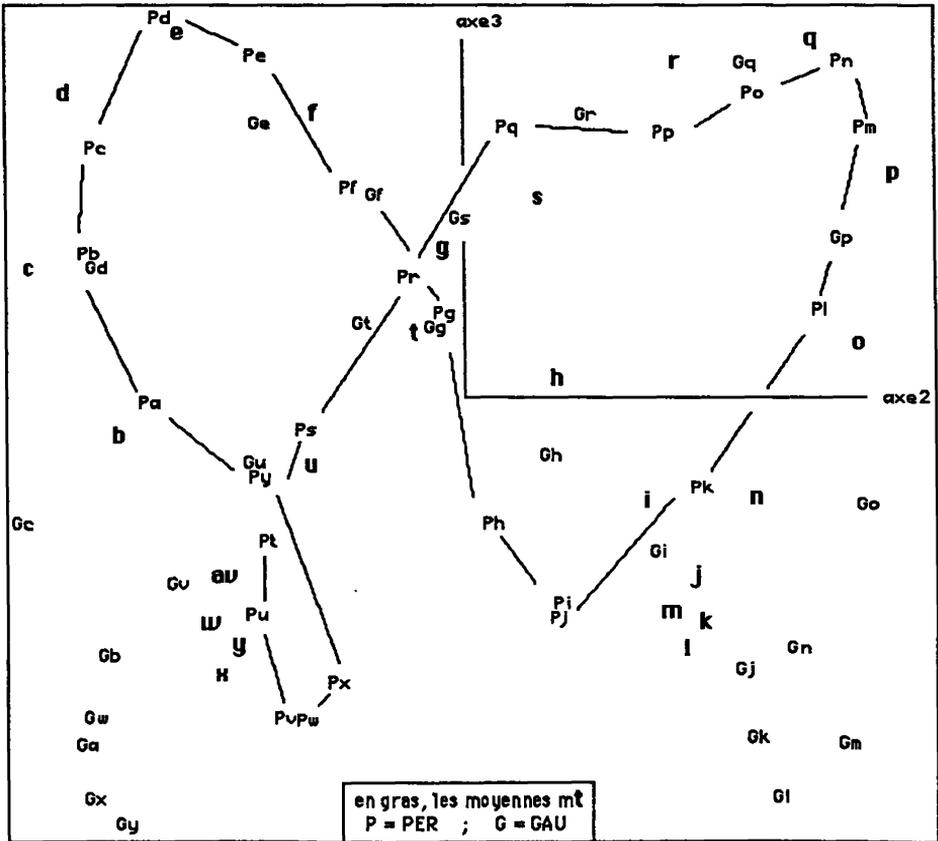
3.3 La suite des positions instantanées

Sur les plans, publiés d'abord, figurent, avec les modalités des variables, les points instantanés moyens, {mt}, du groupe réel {XXX}; et ceux, {μT}, du groupe fictif {xXX}. Ces deux trajectoires se recouvrent et les points de même nom y sont presque exactement en phase. Le mouvement réel se reconstitue facilement: partant de a, avec F1 faiblement positif, et le pied G encore au sol, la ligne b, c...f, g contourne, dans le quadrant (F1<0, F2<0), le couple {1G> 2G<}, genou G ployé, pied G en pointe; puis, F2 changeant de signe, la ligne g, h...k, l contourne 2D>, pied D posé, perpendiculaire au mollet; et croise {0G> 0D<} : la jambe G est maintenant lancée vers l'avant, la

Droite est en arrière. Dans le cycle des 25 instants (nombre impair) le point opposé au *a* est entre *m* et *n*: en effet, dans le plan (1, 2), le milieu de *mn* est symétrique de *a* par rapport à l'origine: le pied G se pose; la seconde moitié du cycle se déroule, en tout semblable à la première.

Dans le plan (2, 3), on peut décrire le cycle comme formé des deux anses croisées, {xyabdefghijkl} et {lmnopqrstuvwxyz}, avec, respectivement, appui au sol des pieds D et G. Les anses se raccordent (dans le demi-plan $F3 < 0$) suivant des rebroussements; d'une part, en *x*, du côté ($F2 < 0$), au voisinage des modalités {OD > OG <}: jambe D, qui se pose, en avant, jambe G qui se lève, en arrière; et, d'autre part, en *l*, du côté ($F2 > 0$), pour le mouvement symétrique, G et D étant échangés. L'ample développement des anses se fait dans les quadrants du demi-plan ($F3 > 0$). Ainsi, cdefg contourne {1G > 2G <}, genou ployé et pied en pointe pour la jambe G qui ne touche plus le sol.

Figurent sur des graphiques propres, avec le cycle moyen {mt}, les cycles des sujets GAU et PER, considérés au §1.2 pour leur originalité.



Sur le cycle du sujet PER on ne retrouve aucunement la symétrie des cycles moyens. Dans le plan (1, 2), PERt traverse rapidement le demi-plan ($F1 < 0$), domaine de la phase (raccourcie chez ce sujet) où le pied D est posé. Au contraire, les points {Ps Pt Pu Pv Pw Px}, long repos sur G, s'accumulent dans le quadrant ($F1 > 0, F2 < 0$); mais ces mêmes points se distinguent suivant l'axe 3, en allant vers ($F3 < 0$): car 1D diminue (le genou D non fléchi, se prépare à la pose du pied D); et 0G devient négatif (la jambe G est vers l'arrière relativement au corps; c'est-à-dire que le corps s'avance relativement au pied G, fixe). Chez PER, la nette dissymétrie entre D et G, se voit le plus nettement dans le plan (2, 3), par la différence de forme entre les deux anses en lesquelles on a décomposé le cycle.

Chez le sujet GAU, Droite et Gauche diffèrent peu; mais, du fait de la grande durée des phases de transition, où les deux pieds sont posés, le repos sur un seul pied est réduit, et le minimum de la réaction verticale durant cette phase est, à la fois, profond et étroit. D'où, dans le plan (1, 2), des arcs {Gu Gv Gw Gx} et {Gi Gj Gk Gl} bien développés et écartés de l'origine (particulièrement Guvwx). Tandis que, dans le plan (2, 3), les rebroussements suivant lesquels se raccordent les deux anses, s'écartent fortement vers ($F3 < 0$): donc à l'opposé des couples {1G> 2G<} et {1D> 2D<}, genou ployé et pied en pointe; lesquels ne peuvent guère se réaliser durant la longue phase de transition où les deux pieds sont posés.

3.4 Classification des 26 modalités des 8 variables principales

La CAH des modalités montre trois classes principales: {18, 49, 41}. La classe 41 contient l'ensemble des 6 modalités moyennes des variables angulaires: ces modalités sont toutes proches du centre de gravité.

Du fait de la symétrie rigoureuse entre Droite et Gauche, les classes 48 et 49 se correspondent biunivoquement, si on échange entre elles les lettres D et G. Au sommet de la hiérarchie, cette même symétrie implique également qu'il

{5D> 5G≈ 2G>}	35	_____	43	45	_____	49	_____	//
{1D> 2D<}	40	_____		_____		_____		F1>>0 taux=5,15 %
{5G>}	26	_____		_____		_____		pied Droit en l'air
{0D> 0G<}	28	_____	_____	47	_____			
{1G< 5G<}	37	_____		_____		_____		
{1D≈ 2D≈ 2G≈ 1G≈ 0G≈ 0D≈}	41	_____	≈CdG = 0	_____	sur axes inverses	_____	//	
{5D< 1D<}	36	_____	_____	46	_____	48	_____	//
{0D< 0G>}	27	_____		_____		_____		F1<<0 taux=5,15 %
{5D}	13	_____	_____	44	_____	_____		pied Gauche en l'air
{2G< 1G>}	39	_____	_____	42	_____			
{2D> 5D≈ 5G<}	34	_____		_____		_____		

- 35: D est en l'air; pression ≈ en G; mollet G vertical: F1+++++
- 40: genou D échi; pied D en pointe : F1+++ F2+ F3+
- 26: forte pression au pied G : F1++ F4-- F5--
- 28: jambe D en avant; jambe G en arrière : F1++++ F2---
- 37: pression faible au pied G; genou G non échi : F1++++

est indifférent que 41 s'agrège à 49 plutôt qu'à 48; et c'est encore la symétrie qui est cause que 41 a une abscisse nulle sur les axes inverses.

Il suffit de commenter la structure de la classe 49. On y trouve la modalité nulle, 5Do, de la réaction verticale sur D; ainsi que les trois modalités non nulles, {5G<, 5G≈, 5G>} de la réaction verticale sur G. Il s'agit donc de la classe de modalités caractérisant la phase du mouvement où D est en l'air.

Plus précisément, on a, dans la subdivision 35, la modalité maxima, 2G> de l'angle tibio-tarsien Gauche: le pied est posé à plat, le mollet est vertical. À 35 s'agrège la subdivision 40, {1D> 2D<}: le genou Droit est ployé au maximum, le pied D est en pointe, association déjà vue au §3.3, en suivant la phase où D est levé. Aux subdivisions 35 et 40, s'agrège, au sein de 45, la modalité maxima, 5G>, de la réaction verticale sur G.

Le reste de la classe 49 est formé par la classe 47 comprenant les deux subdivisions 28 et 37. La subdivision 28, {0D> 0G<}, décrit l'ouverture maxima des jambes, avec D vers l'avant, prête à se poser (ou tout juste posée). L'association {5G< 1G<}, faible réaction sur G, genou non fléchi, accompagne cette transition chez certains sujets; mais une réaction faible, 5G<, se trouve souvent au milieu de la phase où G est posé.

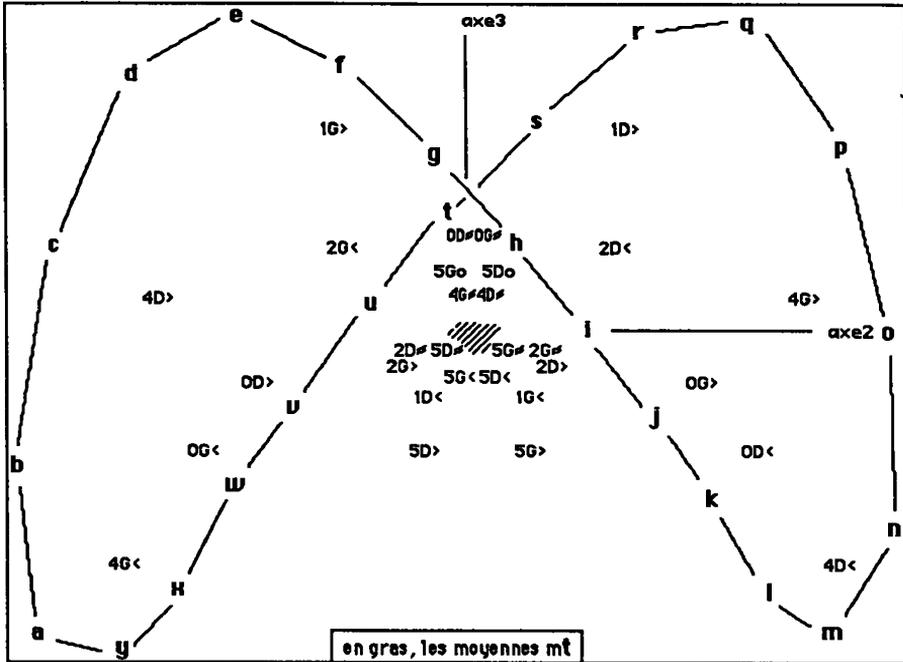
4 Analyse du tableau de BURT généralisé: 12 variables en principal

Au §3, ont été mises en supplément les 10 modalités des 4 variables {3D 3G 4D 4G}, réactions vers l'avant et réactions transversales. Ces modalités sont toutefois projetées, si la place le permet, sur les graphiques plans illustrant le §3.2. La place des modalités, principales ou non, diffère peu, sur les axes 1 à 3, de celle des éléments, tous principaux, de la présente analyse; ce qui nous dispense de reprendre le commentaire des plans du §3.2.

```
12 variables principales; XXXa=ali; xXXA=alimir; XxXA=mirali; xXxA=miralimir;
trace : 1.720e-1
rang : -1 -2 +3 +4 -5 +6 -7 -8 +9 -10
lambda : 1108 300 120 64 53 28 13 11 6 4 e-4
taux : 6443 1745 700 374 307 162 74 63 32 25 e-4
cumul : 6443 8187 8887 9261 9567 9730 9804 9867 9899 9923 e-4
```

Comme au §3.2, on a, sur le tableau des valeurs propres, distingué par un signe les facteurs directs des inverses. Les facteurs 1 à 3 reproduisent ceux du §3.2. Les facteurs 5 et 6, dominés par les modalités de la variable 5 (réaction verticale) jouent le rôle des facteurs 4 et 5 du §3.2.

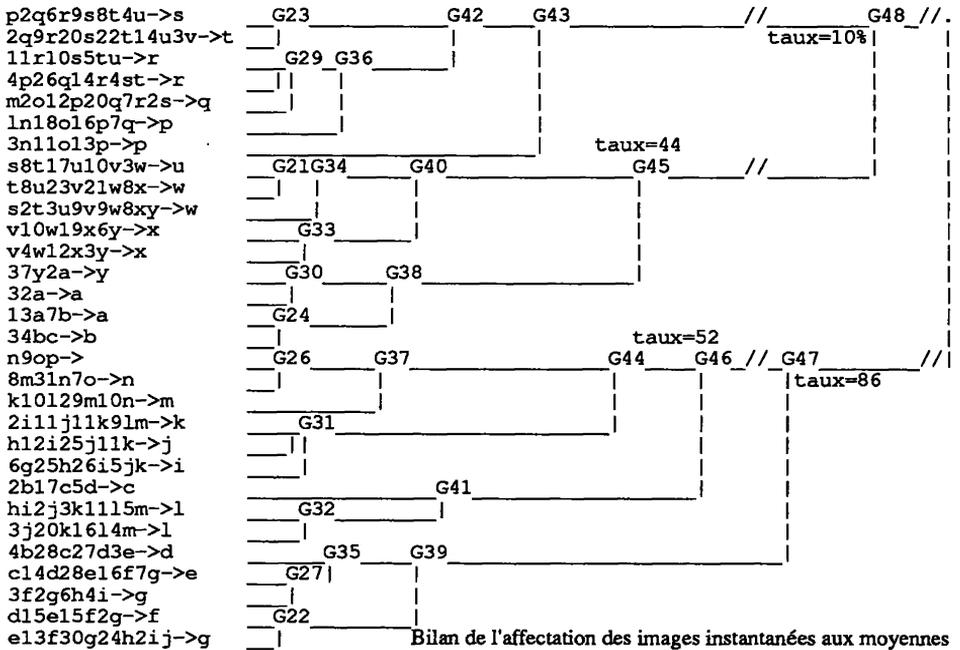
Sur (F4>0) s'associent aux périodes (abcd) et (mnopq) de pose initiale les couples de modalités {2D< 4D>} (pied D en pointe et rappel du corps à partir de la Droite) et {2G< 4G>} (pied G en pointe et rappel du corps à partir de la Gauche). Comme il s'agit d'un facteur direct, sont cumulés des effets qui concernent des phases distinctes de la marche (pose de D et pose de G); et, dans la seule pose de D, la réaction 4D est bien dans la modalité maxima, mais le pied n'est que modérément en pointe. De telles liaisons complexes sont inhérentes aux facteurs de rang élevé.



réactions strictement nulles sur un pied levé. On pourrait introduire cette distinction dans le codage en créant deux modalités distinctes: d'une part $3D_0$ pour la réaction absente sur un pied levé; d'autre part, la modalité $3D_{\leq}$, réservée pour une réaction faible ou négative sur un pied posé. Cette remarque s'applique aussi aux autres composantes de la réaction du sol.

On a dit plusieurs fois que la réaction transversale est liée au balancement du corps, nécessaire pour maintenir le centre de gravité au-dessus du polygone de sustentation. Le long de l'arc (yabc) de la trajectoire moyenne, on a d'abord, dans le plan (1, 2), le groupe $\{0D> 0G< 4G<\}$ (Droit en avant, Gauche en arrière, force exercée sur le pied G); puis $4D>$ (force de même sens mais exercée sur D). Le plan (2, 3) précise, avec l'axe 3, la position de ces quatre modalités relativement à la trajectoire. L'arc (lmnop) se prête au même commentaire, à l'échange près entre D et G.

On fera ici une remarque de dynamique. Dans un mouvement pendulaire, le module de la force est maximum quand la vitesse est nulle; la vitesse est nulle quand la force est maxima. Si l'on applique ici ce principe on dira que la quantité de mouvement transversale du corps s'annule lors de la pose d'un pied, disons D; le CdG commence alors un mouvement accéléré vers la Gauche, qui assure la pose de G; suit alors un mouvement inverse, qui reporte le corps vers la Droite, préparant la pose de D.



5 Typologie des images instantanées

Avec 47 sujets "ali" et le même nombre de sujets "mirali", "alimir" et "miralimir", on dispose de 4700 images instantanées de sujets réels ou fictifs. La question se pose de faire une typologie de ces images afin de reconnaître, pour chacune d'entre elles, à quelle phase de la marche elle appartient; voire, de quel genre de marche elle relève.

Dans cette voie nous avons fait deux expériences; en utilisant la Classification Ascendante Hiérarchique et l'analyse discriminante.

5.1 Classification des 1175 images "ali" et affectation aux images moyennes

Reprenant le codage du §3, avec 8 variables découpées en 26 modalités, nous avons construit le tableau éclaté des 1175 images instantanées des 47 sujets alignés, comme on l'a expliqué au §1.2. En adjoignant ce tableau en supplément à l'analyse du tableau de BURT généralisé, on calcule pour chaque image, ses coordonnées sur les axes factoriels. D'après ces coordonnées, on a fait une CAH des images dont, compte tenu de ce que chaque cycle fournit 25 images, on a retenu une partition en 30 classes.

Cette partition a été dépouillée d'abord en faisant, de chaque classe, un bilan des instants afférents aux images qu'elle comprend. Ainsi, sur la

première ligne de l'arbre qui illustre le présent §, on lit: p2q6r9s8t4u; ce qui signifie que la classe correspondante comprend un instant 'p', 2 instants 'q', 6 instants 'r', 9 instants 's', 8 instants 't' et 4 instants 'u'. Il est d'abord satisfaisant de trouver, sur cette ligne comme sur toutes celles de l'arbre, que les images sont toutes prises dans un court intervalle du cycle. La concentration est particulièrement forte pour les classes formées d'instant 'a', 'y' ou 'b'; ce qu'on expliquera par le fait que les cycles des sujets ont été alignés sur l'instant 'a'.

On se demandera comment reconnaître directement, sans faire de bilan, à quelle phase de la marche se place une classe. À cette fin, on a affecté chaque classe au point moyen 'mt' dont elle est le plus proche. Et les résultats obtenus concordent avec le bilan. Ainsi, on lit sur la 1-ère ligne, dont le contenu est centré sur 's', l'affectation $->s$; et semblablement pour les autres lignes.

5.2 Affectation directe des 1175 images "ali" aux images moyennes

Les mêmes points associés aux images dans l'espace rapporté aux axes factoriels peuvent être directement affectés à l'image moyenne mt la plus proche.

a->47a ; b->40b+6c+d ; c->2b+32c+12d+e ; d->16c+17d+14e ;
 e->4d+30e+13f ; f->10e+23f+14g ; g->e+10f+28g+8h ;
 h->c+2f+10g+28h+5i+j ; i->g+8h+28i+9j+l ; j->h+9i+29j+5k+3l ;
 k->c+2i+11j+21k+11l+m ; l->j+5k+33l+7m+o ; m->11l+30m+5n+p ;
 n->l+7m+34n+3o+2p ; o->6n+28o+10p+3q ; p->n+7o+25p+13q+r ;
 q->7p+24q+13r+3s ; r->7q+23r+16s+t ; s->13r+21s+12t+u ;
 t->14s+20t+13u ; u->15t+20u+11v+w ; v->16u+19v+10w+2x ;
 w->12v+24w+11x ; x->6v+11w+30x ; y->v+w+9x+36y .

Au début de la 1-ère ligne du bilan ci-dessus, on lit que les 47 images 'a' ont été sans erreur affectées à l'image moyenne 'ma'. Des images 'b', 40 ont été affectées à mb, 6 à mc et 1 à md; etc. Les erreurs de grande amplitude sont exceptionnelles: on note toutefois une affectation h->mc et une k->mc; il s'agit du même individu; et dans la CAH du §5.1, les deux images sont dans une classe appropriée à l'instant du cycle auquel elles ont été respectivement saisies. Que l'instant 'a' ne soit l'objet d'aucune affectation fautive et que celles-ci soient rares pour 'y' et 'b' suggère que les décalages dans les autres affectations résultent seulement de différences de tempo entre les sujets.

N.B. Dans les CAH et affectations du présent §, on s'est placé soit dans l'espace engendré par les 18 axes factoriels; soit dans l'espace, restreint, engendré par les 7 premiers axes. Il apparaît que les résultats ne diffèrent pas sensiblement selon le nombre des facteurs utilisés.

6 Conclusions et perspectives

Dans le précédent article, on n'a considéré qu'une seule variable, la réaction verticale totale du sol; dont le cycle de variation est traité comme un individu statistique unique; ce qui permet d'obtenir, par Classification Ascendante Hiérarchique, une typologie des marcheurs.

Dans la présente étude, les images instantanées, décrites par douze variables (six gauches et six droites) sont considérées comme des individus statistiques dont on suit la trajectoire sur des plans croisant les axes issus d'un codage barycentrique. La comparaison des sujets ne se fait donc qu'en observant ces trajectoires, sans recourir à un algorithme typologique.

Certes, nous souhaitons faire une typologie des genres de marche, fondée sur un tel algorithme: mais il semble que les corrélations de nombreuses variables ne puissent être comprises que d'après un ensemble plus étendu de données. Pour l'heure, il faut observer, en clinicien, de nombreuses trajectoires, comme on a commencé de le faire, pour deux sujets, au §3.3. La démarche pathologique et sa normalisation sous traitement nous intéressent particulièrement.

Références bibliographiques

P. LOSLEVER : "Un exemple de caractérisation d'enregistrements quasi périodiques: la marche normale de l'homme"; [CARACT. MARCHE]; in *CAD*, Vol.XXI, n°1, pp. 83-102; (1996).

A. EL OUADRANI : "Généralisation du tableau de BURT et de l'analyse de ses sous-tableaux dans le cas d'un codage barycentrique"; [BURT. COD.]; in *CAD*, Vol.XIX, n°2, pp. 229-246; (1994).