JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

THÉODORE OLIVIER

Addition au Mémoire de M. Théodore Olivier, inséré dans le cahier de mai

Journal de mathématiques pures et appliquées 1re série, tome 3 (1838), p. 335-336.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1838_1_3__335_0>

Addition au Mémoire de M. Théodore OLIVIER, *inséré dans le cahier de mai.*

Ajoutez à la page 252 de ce volume, ce qui suit :

Dans ce qui précède, nous n'avons résolu qu'un cas particulier, qui peut s'énoncer ainsi :

Lorsque deux surfaces du second degré ont en un point une osculation du troisième ordre, si ce point est sur une section principale de l'une des surfaces, il est nécessairement aussi sur une section principale de l'autre surface, et ces deux sections sont dans un même plan diamétral principal commun aux deux surfaces. C'est le cas où l'on suppose que

$$n = \mathrm{N} \quad \text{et} \quad p = \mathrm{P} = 0.$$

Cherchons maintenant les conditions auxquelles doivent satisfaire les deux surfaces, lorsque le point d'osculation est sur une section diamétrale quelconque.

Puisque les deux surfaces ξ et ξ_1 ont en un point une osculation du troisième ordre, il faut qu'un plan quelconque passant par le point d'osculation les coupe, ξ suivant une courbe $\mathcal{C}$, et ξ_1 suivant une courbe $\mathcal{C}'$, ces courbes étant telles qu'elles aient aussi une osculation du troisième ordre.

Or, si l'on conçoit une droite Z_1 passant par le point d'osculation et le centre de la surface ξ, un plan quelconque P passant par Z_1 ne pourra couper les deux surfaces suivant deux courbes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ ayant une osculation du troisième ordre, qu'autant que les centres de $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ et le point d'osculation seront en ligne droite, car nous savons que cette propriété existe entre deux courbes du second degré, lorsque l'osculation est du troisième ordre, et qu'elle n'existe pas pour l'osculation du deuxième ordre.

Or, cette condition ne sera remplie, quelle que soit la direction du plan P, qu'autant 1°. que les centres des deux surfaces et leur point d'osculation seront en ligne droite ; 2°. que pour chaque plan P, le plan diamétral qui lui est conjugué, et qui passe par Z_1, sera le même pour les deux surfaces.

Ainsi, deux surfaces du second degré, ayant en un point une osculation du troisième ordre, ont nécessairement :

1°. Leurs centres et le point d'osculation en ligne droite ;

2°. Mêmes systèmes de plans diamétraux conjugués se croisant au point d'osculation.

Cette dernière discussion se rapporte au cas où l'on suppose que $n = N$ et $p = P$.

Errata.

Page 252, ligne 3, pair, *lisez* impair
ibid.. 7, un plan diamétral commun, *lisez* deux plans diamétraux conjugués communs
253, 3, sera, *ajoutez* représentée par l'équation
ibid.. 15, courbe d'intersection, *lisez* courbe, projection de la courbe d'intersection.