JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Sur une classe d'équations différentielles

Journal de mathématiques pures et appliquées 1re série, tome 6 (1841), p. 448.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1841_1_6__448_0>

SUR

UNE CLASSE D'ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES;

PAR J. LIOUVILLE.

En prenant y pour variable indépendante et la dérivée $\frac{dy}{dx}$ ou p pour inconnue, on abaisse, comme on sait, d'une unité l'ordre de toute équation différentielle de la forme

$$\varphi\left(y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \ldots, \frac{d^ny}{dx^n}\right) = 0.$$

Peut-être est-il bon d'ajouter, dans l'intérêt des élèves, que si $\varphi(y, d, d^2, \ldots, d^n)$ est une fonction homogène de d, l'équation transformée sera homogène par rapport à p, $\frac{dp}{dy}$, $\frac{d^2p}{dy^2}$, etc., en sorte que l'ordre de cette équation elle-même s'abaissera encore d'une unité en posant

$$p = e^{\int t dy}.$$

Cela résulte de ce que les seconds membres des formules

$$\frac{dy}{dx} = p, \quad \frac{d^2y}{dx^2} = p\frac{dp}{dy}, \quad \frac{d^3y}{dx^3} = p^2\frac{d^2p}{dy^2} + p\left(\frac{dp}{dy}\right)^2, \ldots,$$

sont homogènes et respectivement du premier, du second, du troisième ordre, ..., par rapport à p et ses dérivées.