

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J.-A. SERRET

Note sur l'intégrale $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{1+x^2} dx$

Journal de mathématiques pures et appliquées 1^{re} série, tome 9 (1844), p. 436.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1844_1_9_436_0>

 gallica

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

NOTE

SUR L'INTÉGRALE $\int_0^1 \frac{l(1+x)}{1+x^2} dx$;

PAR M. J.-A. SERRET.

La valeur de cette intégrale, donnée par M. Bertrand dans le précédent volume de ce Journal, peut être obtenue immédiatement et sans effectuer aucune intégration.

Si, en effet, on pose

$$x = \operatorname{tang} \varphi, \quad \text{d'où} \quad \frac{dx}{1+x^2} = d\varphi,$$

elle se réduit à

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{4}} l(1 + \operatorname{tang} \varphi) d\varphi &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} l \frac{\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \varphi\right)}{\cos \varphi} d\varphi \\ &= \frac{\pi}{8} l_2 + \int_0^{\frac{\pi}{4}} l \cos\left(\frac{\pi}{4} - \varphi\right) d\varphi - \int_0^{\frac{\pi}{4}} l \cos \varphi d\varphi, \end{aligned}$$

et comme les deux intégrales du second membre se détruisent, on aura finalement

$$\int_0^1 \frac{l(1+x)}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{8} l_2.$$

C. Q. E. D.

FIN DU NEUVIÈME VOLUME.