JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

WILLIAM ROBERTS

Extrait d'une lettre adressée à M. Liouville

Journal de mathématiques pures et appliquées 1re série, tome 11 (1846), p. 124.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1846_1_11__124_0>

EXTRAIT D'UNE LETTRE ADRESSÉE A M. LIOUVILLE,

PAR M. WILLIAM ROBERTS.

« J'ai l'honneur de vous envoyer un Mémoire [*] contenant quelques remarques relatives au chapitre XXXV du *Traité des fonctions elliptiques* de Legendre, auquel j'ajoute des résultats qui sont nouveaux, je crois. La route que j'ai adoptée met en évidence l'origine et la cause des formules du chapitre dont il s'agit; ce qui, je pense, n'est pas assez clairement indiqué par la méthode que l'illustre auteur a suivie.

» Depuis ma dernière communication [**], j'ai vu, dans un volume récent du Journal de M. Crelle, qu'un savant de Rome, M. Tortolini, a donné une discussion complète et élégante de la quadrature et de la cubature de la surface d'élasticité. Je dois donc renoncer à la priorité des résultats contenus dans la Note que je vous ai envoyée sous la date du 3 mars sans avoir aucune connaissance des travaux de M. Tortolini.

» L'expression $\iint \mathrm{RR}_1 \sin\theta_1\, d\theta_1\, d\psi_1$ pour l'aire de la surface dérivée (c'est-à-dire le lieu des projections orthogonales d'un point fixe sur les plans tangents à une surface donnée), qui se trouve dans ma Note, peut être déduite de considérations géométriques. En effet, si l'on désigne par R_2 la perpendiculaire qu'on abaisse du point fixe sur un plan tangent à la surface dérivée, l'élément de cette surface sera évidemment $\frac{\mathrm{R}_1^3 \sin\theta_1\, d\theta_1\, d\psi_1}{\mathrm{R}_2}$. Mais, d'après une construction pour ce plan tangent, qu'on obtient aisément par la méthode des infiniment petits, et qui est tout à fait semblable au cas analogue dans les courbes, on a

$$\frac{\mathrm{R}_1}{\mathrm{R}_2} = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R}_1}.$$

Donc

$$\mathrm{S}_1 = \iint \mathrm{RR}_1 \sin\theta_1\, d\theta_1\, d\psi_1.$$

Cette formule conduit presque sans calcul à l'expression pour l'aire de la surface d'élasticité. »

---

[*] Ce Mémoire paraîtra dans un prochain cahier. (J. L.)

[**] Il s'agit ici, et dans ce qui suit, de l'article inséré au cahier précédent (page 81) sous ce titre : *Évaluation de l'aire de la surface nommée, dans l'optique, surface d'élasticité.* M. Tortolini vient de publier, en effet, un Mémoire sur le même sujet dans le Journal de M. Crelle; et, si ma mémoire ne me trompe, il avait déjà donné un extrait de son travail dans un recueil italien. (J. L.)