JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

BESGE

Sur l'équation $\frac{dy}{dx} + \int(x)\sin y + \mathrm{F}(x)\cos y + \varphi(x) = 0$

Journal de mathématiques pures et appliquées 1re série, tome 11 (1846), p. 445.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1846_1_11__445_0>

SUR L'ÉQUATION

$$\frac{dy}{dx} + f(x)\sin y + F(x)\cos y + \varphi(x) = 0;$$

Par M. BESGE.

On sait que l'équation

$$(1) \qquad \frac{dz}{dx} + Pz^2 + Qz + R = 0,$$

où P, Q, R sont des fonctions de x, s'intègre complétement dès qu'on en connaît une simple intégrale particulière. Je dis qu'il en est de même de la proposée

$$(2) \qquad \frac{dy}{dx} + f(x)\sin y + F(x)\cos y + \varphi(x) = 0.$$

Faisons, en effet,

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} y = z,$$

d'où

$$dy = \frac{2dz}{1+z^2},$$

et

$$\sin y = \frac{2z}{1+z^2}, \quad \cos y = \frac{1-z^2}{1+z^2}.$$

En substituant ces valeurs dans l'équation (2), on trouvera

$$2\frac{dz}{dx} + 2zf(x) + (1-z^2)F(x) + (1+z^2)\varphi(x) = 0,$$

d'où

$$\frac{dz}{dx} + \frac{\varphi(x) - F(x)}{2} z^2 + f(x)z + \frac{\varphi(x) + F(x)}{2} = 0.$$

Mais cette dernière équation est de la forme (1); le théorème est donc démontré.