

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

ANATOLE DE CALIGNY

**Expériences sur un nouveau phénomène du frottement de l'eau dans
des tubes d'un petit diamètre mouillés de diverses manières**

Journal de mathématiques pures et appliquées 1^{re} série, tome 15 (1850), p. 169-193.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1850_1_15__169_0

 gallica

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

EXPÉRIENCES

Sur un nouveau phénomène du frottement de l'eau dans des tubes d'un petit diamètre mouillés de diverses manières ;

PAR M. ANATOLE DE CALIGNY.

Objet de ces expériences.

Ces expériences ont pour but de constater, au moyen d'un phénomène nouveau et assez singulier, si le frottement de l'eau est plus grand sur des surfaces mouillées pour la première fois par l'eau frottante que sur ces mêmes surfaces préalablement mouillées par diverses méthodes, et de quelle manière ce genre de phénomènes est modifié par le diamètre des tuyaux de conduite, ainsi que par la vitesse de l'eau.

Bossut ayant observé le temps que l'eau mettait à parcourir pour la première fois diverses longueurs d'un canal factice, l'avait comparé à celui pendant lequel ces mêmes longueurs étaient ensuite parcourues lorsque le mouvement était devenu permanent. Il en avait conclu que le frottement de l'eau était moindre contre des surfaces préalablement mouillées. Cette conclusion paraissait être confirmée par les expériences de Du Buat, d'où il résulte que le frottement est indépendant de la matière des tuyaux, dans les limites de ses essais, comme si ce n'était pas contre cette matière, mais contre une *paroi liquide factice*, formée par l'eau sur les parois solides, que s'exerçait le frottement de ce liquide. Enfin, l'existence de cette *paroi liquide* a été confirmée, pour des tubes capillaires, par des expériences sur le mouvement du sang dans le corps des animaux vivants, que l'on doit à des auteurs connus, et dans lesquelles on voit, au moyen du microscope, les globules

liquides *rouler*, en effet, sur une paroi liquide fixe, adhérente à la paroi des veines, au moins pour les petites vitesses.

Cependant la conclusion précédente de Bossut a été contestée encore dans ces derniers temps par des savants très-distingués. Ses expériences n'étaient pas, selon moi, complètement suffisantes, car il n'est pas rigoureux de comparer, dans ce cas, un mouvement plus ou moins variable, plus ou moins influencé par des ondes, à un mouvement parvenu à la permanence. Quant à la *paroi liquide factice*, en supposant son existence bien prouvée pour tous les diamètres, il restait à constater, en définitive, quel genre d'influence elle exerce sur le frottement, dont la nature elle-même n'est pas bien connue et peut varier, sans doute, soit avec celle des parois, soit avec celle du liquide, soit avec les dimensions des tubes et les vitesses du liquide frottant.

Dans les expériences objet de cette Note, on n'a point à s'occuper de l'objection précédente, contre le mode d'observation de Bossut. En effet, c'est un mouvement variable d'une même espèce que l'on observe dans les diverses circonstances à étudier. Ces expériences offrent un avantage particulier, en ce qu'il n'y a personne qui ne puisse en répéter soi-même plusieurs pour quelques centimes. De sorte qu'il sera facile de vérifier, dans tous les cabinets de physique, un phénomène de maximum assez singulier pour attirer l'attention des savants, abstraction faite même de ce qu'il ne s'agit de rien moins que de constater une des bases fondamentales de l'hydraulique.

Préparation aux expériences.

J'enfonce en partie dans un réservoir à niveau constant un tube rectiligne, après avoir bouché le sommet avec la main. La partie inférieure est toujours ouverte, de sorte que l'air contenu dans ce tube est comprimé en vertu de la pression du liquide à cette extrémité. La loi de Mariotte permet de calculer la quantité de liquide entrée ainsi au bas du tube et tenue en équilibre. Quand on ôte la main du sommet, l'air s'échappe et le liquide monte dans le tube; il parvient d'abord à la hauteur du niveau du réservoir, et, en vertu de la vitesse acquise, s'élève ensuite à une certaine hauteur au-dessus.

Il faut un peu d'habitude pour faire convenablement ce genre

d'expériences. Le tube doit être bien en repos au moment où son sommet est débouché. Il faut, de plus, que le doigt ou la main ait serré le sommet avec force, parce qu'il est important qu'il ne pénètre pas plus d'eau à l'extrémité inférieure qu'on ne le veut pour chaque expérience. Aussi, quelque habitude qu'on ait, il est prudent de répéter chaque expérience un grand nombre de fois pendant un temps calme.

Les tubes doivent être autant que possible verticaux, dans les limites dont je parlerai plus loin, pour que la surface supérieure ne soit pas brisée, et que l'on ait moins de difficulté à bien constater la hauteur des niveaux. Cependant il y a des circonstances où il faut étudier le mouvement de l'eau dans des tubes inclinés, ce qui peut se faire d'une manière satisfaisante quand les diamètres ne sont pas trop grands.

Pour calculer la profondeur du point de départ de l'eau au-dessous du niveau du réservoir à l'instant où l'on débouche le tube, je pose les notations suivantes en supposant ce tube vertical; il est facile de voir comment le résultat changera pour un tube incliné :

x profondeur cherchée;

H hauteur de la colonne d'eau qui ferait équilibre dans le vide à la pression atmosphérique;

L longueur totale du tube rectiligne d'égal diamètre partout;

l longueur de la portion du tube restée au-dessus du niveau du réservoir et dans laquelle la colonne liquide s'élèvera jusqu'au sommet.

On a évidemment, en vertu de la loi de Mariotte,

$$\frac{x+l}{L} = \frac{H}{H+x} \quad \text{ou} \quad x^2 + (H+l)x = (L-l)H,$$

d'où l'on tire

$$x = -\frac{1}{2}(H+l) \pm \sqrt{(L-l)H + \frac{1}{4}(H+l)^2}.$$

La racine positive de cette équation exprime la quantité cherchée. Mais il n'est pas nécessaire d'en faire le calcul pour les tubes de verre d'environ 1 mètre de long dont il va être principalement question,

parce qu'on voit immédiatement la longueur occupée par l'eau au bas de chaque tube, pour peu que l'eau du réservoir soit claire. Cette observation immédiate a d'ailleurs l'avantage de tenir compte de la quantité quelconque de liquide entré, abstraction faite de la compression de l'air, si l'on a oublié de présenter le tube verticalement.

Pour les tubes d'un très-petit diamètre et pour les oscillations d'une assez petite course, il faut tenir compte, dans le calcul de la profondeur du point de départ, de la hauteur dont l'eau s'élève au-dessus du réservoir en vertu de la capillarité, au moment où l'on bouche le sommet du tube. Cela se peut pour des tubes de verre; on enfonce d'abord le tube, après l'avoir bouché par le sommet, seulement de la quantité nécessaire pour que le niveau du réservoir soit sensiblement affleuré par le haut de la colonne soulevée en vertu de la capillarité.

L'objet principal consiste, comme on le verra plus loin, à comparer les hauteurs obtenues, soit quand on enfonce le tube avant ou après l'avoir mouillé pendant un temps plus ou moins long, soit surtout lorsqu'avant de boucher son sommet on y a introduit des colonnes d'eau de longueurs diverses et souvent considérables par rapport à celle du tube. Il y a des circonstances où cette dernière précaution augmente singulièrement la hauteur obtenue par la colonne liquide au-dessus du niveau du réservoir, au lieu de la diminuer comme on serait porté à le croire.

J'ai fait aussi des expériences inverses en bouchant le sommet d'un tube de verre rempli d'eau, et voyant à quelle profondeur le tube se vide au-dessous du niveau du réservoir quand on a débouché le sommet. Ces expériences seraient moins intéressantes que les premières pour des raisons que j'expliquerai, si elles n'avaient pas un but différent.

Résultats des expériences.

Les tubes de verre dont je me suis servi avaient un diamètre intérieur à peu près constant; je dis à peu près, parce qu'on sait que les petits tubes de verre sont, en général, un peu coniques. J'en ai étudié

de tous les diamètres et en assez grand nombre, surtout depuis 4 jusqu'à $9\frac{1}{2}$ millimètres. J'ai commencé par m'assurer que, plus on enfonceait chaque tube sans y introduire d'eau préalablement, plus l'eau s'élevait au-dessus du niveau du réservoir. Cette précaution est indispensable pour apprécier le phénomène dont il va bientôt être question, car ce qui vient d'être dit n'est pas vrai sans exception pour tous les tubes quand ils sont très-minces. Or il faut que cela se vérifie d'abord, afin qu'on n'attribue pas à une circonstance particulière du genre de celle qui vient d'être signalée, l'augmentation de hauteur provenant d'une colonne d'eau qui diminue cependant la profondeur du point de départ au-dessous du niveau du réservoir. Je dois dire, au reste, que, lorsqu'il y a une exception, cela doit provenir de l'état des surfaces, car je n'en ai jamais bien observé que sur un seul tube de $4\frac{1}{2}$ millimètres de diamètre, pour lequel le maximum de hauteur obtenue, qui était de $0^m,093$, correspondait aux trois cinquièmes de l'enfoncement maximum. Je n'ai pu reproduire cet effet, même avec des tubes un peu plus étroits. Seulement, pour les tubes de diamètres analogues, au delà de certaines limites, la hauteur obtenue n'est plus sensiblement augmentée par une augmentation d'enfoncement.

Lorsqu'avant de boucher ces tubes par le sommet, on y introduit de l'eau sur une longueur suffisante en plongeant l'extrémité inférieure dans le réservoir; alors, malgré une diminution considérable de la profondeur du point de départ de l'eau, la hauteur obtenue au-dessus du niveau du réservoir est, en général, notablement augmentée; de sorte que l'effet de cette colonne liquide, en repos au moment où l'on débouche le tube, fait bien plus que compenser l'effet de la diminution d'élan résultant de sa présence qui diminue la profondeur du point de départ. Voici le premier résultat de ce genre que je montrai, à Saint-Lô, en février 1833, à MM. Dan de la Vauterie et Tostain, ingénieurs en chef des Ponts et Chaussées.

Un tube de verre, de 8 millimètres de diamètre et de 1 mètre de long, comme tous ceux dont il s'agit en ce moment, donnait une hauteur maximum de $0^m,189$ au-dessus du niveau du réservoir, tout le reste du tube étant enfoncé dans l'eau, avec les précautions susdites. En diminuant des deux cinquièmes environ la profondeur du

point de départ au moyen d'une colonne liquide préalablement introduite avant de boucher le sommet, on augmentait cependant de $0^m,027$ la hauteur obtenue dans le premier cas, pour lequel tout enfoncement moindre avait d'ailleurs donné une hauteur moindre au-dessus du même niveau. En réduisant ensuite la profondeur de l'enfoncement, sans colonne préalablement introduite, à la profondeur du point de départ de l'eau dans le second cas, on réduisait la hauteur à $0^m,122$.

En 1837, lorsque je montrai de nouveau cette expérience à diverses personnes dans le jardin de l'École des Mines, j'eus occasion de m'apercevoir que, pour quelques tubes dont les parois avaient moins de $1\frac{1}{2}$ millimètre d'épaisseur, l'augmentation dont il s'agit n'était pas sensible; mais au moins il n'y avait pas diminution, et pour des tubes de l'épaisseur dont il s'agit, l'augmentation était bien constatée. J'ai dernièrement multiplié ces expériences sans pouvoir rencontrer de tubes de diamètres analogues aux premiers, pour lesquels l'augmentation, objet spécial de cette Note, ne se présentât point, souvent même d'une manière encore plus tranchée. Ainsi un tube de 6 millimètres de diamètre intérieur donnait une hauteur maximum de $0^m,13$ au-dessus du niveau du réservoir sans colonne préalablement introduite, le reste du tube étant plongé. En diminuant de moitié la profondeur du point de départ au moyen d'une colonne préalablement introduite, j'augmentais de 3 centimètres la hauteur obtenue au-dessus du niveau du réservoir. L'épaisseur des parois était de $0^m,0015$. Or j'ai obtenu sensiblement les mêmes résultats avec un tube de même diamètre et dont les parois avaient seulement une épaisseur de $0^m,0005$. Enfin j'ai répété les mêmes expériences avec des tubes de 4 millimètres de diamètre, dont les parois avaient une épaisseur de $\frac{1}{2}$ millimètre pour le premier et de $\frac{1}{4}$ de millimètre au plus pour le second. Dans les deux tubes, j'ai retrouvé une augmentation analogue provenant de la colonne liquide préalablement introduite. Il y avait une augmentation de $2\frac{1}{4}$ centimètres pour une hauteur de $0^m,075$ avec le tube dont les parois avaient $0,0005$ d'épaisseur.

J'ai fait aussi, en 1837, des expériences de ce genre avec des tubes d'un diamètre beaucoup plus grand. L'un était un tube de verre conique de $1^m,33$ de long dont le plus grand diamètre était de $0^m,27$,

l'autre, qui était celui du sommet, étant moitié moindre. On pouvait diminuer d'environ un tiers la profondeur du point de départ au moyen d'une colonne liquide préalablement introduite, sans diminuer la hauteur obtenue au-dessus du niveau du réservoir. L'épaisseur des parois de ce tube était de 5 millimètres.

Les expériences dont j'ai parlé sur des tubes de 8 millimètres de diamètre et au-dessous peuvent être répétées lorsque leur axe est extrêmement incliné. Sous tous les angles pour lesquels l'observation est faite, on retrouve sensiblement les mêmes rapports entre les longueurs de tuyau rempli au-dessus du niveau du réservoir et les longueurs comprises entre le niveau du réservoir et les points de départ, en tenant compte des circonstances dont j'ai parlé. Mais pour des tubes beaucoup plus longs, on conçoit qu'il n'en est plus nécessairement ainsi; la longueur de la colonne liquide préalablement introduite doit avoir moins d'influence quand les tubes sont verticaux. Dans ce cas, la colonne d'air étant beaucoup plus longue, mais aussi la pression sur l'extrémité inférieure beaucoup plus grande, on voit immédiatement que la colonne liquide entrée dans le tube en vertu de la compression de l'air occupe une fraction relativement plus grande que la partie plongée. Je mentionnerai à ce sujet une expérience que je fis en 1837 sur un tube de zinc de 2 mètres de long et de 0^m,012 environ de diamètre. Quand ce tube était vertical, la colonne, préalablement introduite comme ci-dessus dans les deux cinquièmes de la partie plongée, n'augmentait pas sensiblement la hauteur obtenue au-dessus du niveau du réservoir; mais quand le tuyau était très-incliné, on retrouvait les mêmes rapports que pour des tubes de verre de longueur et de diamètre moitié moindres. En calculant la longueur de la colonne liquide entrée d'elle-même en vertu de la compression de l'air, on trouve une longueur qui cependant ne paraît pas suffisante pour produire un effet bien sensible sur la hauteur obtenue au-dessus du niveau du réservoir, d'après ce qui a été dit sur les diverses longueurs des colonnes liquides préalablement introduites dans les tubes de 1 mètre de long. Or, comme le phénomène dû à cette circonstance se manifestait avec beaucoup d'intensité quand les vitesses étaient moindres par suite de l'inclinaison du tube sous divers angles avec l'horizon beaucoup moindres que la moitié d'un droit, il y a

lieu de croire que ce genre d'effets singuliers ne se présente pas d'une manière aussi sensible pour les grandes vitesses. On conçoit que les grandes vitesses peuvent déplacer à chaque instant la paroi liquide factice, quand ce ne serait que par de petits tourbillons, si elles ne la balayent pas sur des surfaces bien polies. Il ne faut donc pas s'étonner si les phénomènes dépendants de l'existence de cette paroi ne se sont présentés d'une manière remarquable que pour des vitesses médiocres, ou pour des tubes dans lesquels la capillarité jouait un rôle assez sensible. Je dois dire que j'ai dernièrement répété ces expériences avec un tube de plomb de $0^m,011$ de diamètre et de $2^m,90$ de long lié à une pièce de bois, sans avoir remarqué plus d'influence dans l'effet de la colonne préalablement introduite, dans le cas où le tube était très-incliné que dans le cas où il était vertical. Pour les deux cas elle pouvait occuper au moins les deux cinquièmes de la partie plongée sans diminuer la hauteur, qui était de $0^m,27$ quand le tube était vertical. Quand le tube était très-incliné, le rapport de la hauteur à l'enfoncement était, dans tous les cas, très-diminué, mais ce n'était pas à cause de la colonne préalablement introduite.

Ce genre d'expériences n'est pas tout à fait aussi rigoureux que les précédents, il ne faut en admettre le résultat qu'avec réserve; le tuyau de zinc de 2 mètres de long ne restait pas tout à fait rectiligne, et la surface ascendante était ondulée à cause de l'inclinaison du tube.

Je dirai à cette occasion que, lorsqu'une surface ascendante est brisée, on observe quelquefois une persistance singulière dans des mouvements irréguliers en apparence. Ainsi il y a une manière d'enfoncer dans l'eau un gros tuyau de 1 mètre de long et de $0^m,80$ de diamètre, d'où il résulte une dénivellation tournoyante qui s'élève jusqu'au sommet en enveloppant l'air comme une sorte de vis d'Archimède. Quant à la flexion des tubes de zinc de ces petits diamètres, je dois faire observer que cela n'a, en général, qu'une importance secondaire lorsqu'on a soin de retourner le tube autour de son axe, pour voir si cela ne modifie pas sensiblement les rapports entre les hauteurs obtenues au-dessus du niveau et les profondeurs du point de départ calculées en supposant le tube rigide comme la partie qui est hors de l'eau.

Pour que l'on puisse bien observer l'augmentation de hauteur pro-

venant d'une colonne liquide préalablement introduite, il ne faut pas que le tube ait moins d'une centaine de fois la longueur de son diamètre. Pour les tuyaux un peu plus gros relativement à la longueur de 1 mètre, l'augmentation n'apparaît plus sensiblement; enfin, si l'on augmente encore le diamètre, il y a, au contraire, une diminution quand on introduit préalablement une colonne liquide. En général, la moindre introduction de ce genre occasionne une diminution de hauteur dans les tubes assez gros pour que le frottement ait peu d'importance relativement à la perte de travail due au phénomène connu sous le nom de *contraction de la veine fluide*. Déjà cela fait présumer que l'effet singulier dont il s'agit ne provient pas de ce phénomène.

Cette présomption est confirmée par les observations; d'où il résulte que l'effet est insensible pour les tuyaux dans les conditions les meilleures, si la colonne préalablement introduite a seulement une longueur qui ne soit pas beaucoup plus grande que celle des ajutages cylindriques ordinaires du diamètre considéré. La seule pression de l'eau sur l'air intérieur des petits tubes mentionnés suffit, en général, pour y introduire une colonne plus longue que ces ajutages. Enfin, pour confirmer la véritable nature du phénomène, j'ai essayé directement de voir s'il serait modifié au moyen d'un entonnoir destiné à diminuer l'effet quelconque de la *contraction* de la veine liquide à son entrée dans le tube. Cet entonnoir était toujours rempli d'eau. Il avait 0^m,07 de côté. 0^m,025 de diamètre à sa grande base, et se fixait à chaque tube par sa petite base, comme je l'expliquerai plus loin.

Un tube de 7 millimètres de diamètre intérieur et dont les parois avaient 1 millimètre d'épaisseur, fournissait une hauteur maximum de 17 centimètres au-dessus du niveau du réservoir. Une colonne d'eau, préalablement introduite dans les deux cinquièmes de la partie plongée, augmentait cette hauteur de 2 centimètres. En supprimant de nouveau cette colonne et disposant l'entonnoir au bas du tube, on retrouvait la hauteur de 19 centimètres. Enfin, en rétablissant la colonne liquide préalablement introduite, on retrouvait une augmentation de 2 centimètres environ, ce qui portait la hauteur totale à

21 centimètres. On voit que l'entonnoir, en modifiant l'effet de la contraction d'une manière très-sensible, ne modifiait pas d'une manière sensible le phénomène objet spécial de cette Note.

L'entonnoir était en zinc non soudé à sa petite base, l'autre base étant fixée par un *grain de soudure*. De sorte qu'il pouvait servir successivement à plusieurs tubes, au bas de chacun desquels il était fixé avec une mince bande de papier qu'il serrait de lui-même. Je l'ai essayé aussi avec le tube de $9\frac{1}{2}$ millimètres de diamètre, et j'ai retrouvé des résultats analogues quant à son influence. C'est-à-dire que dans ce tube, dont les parois avaient 1 millimètre d'épaisseur, l'augmentation provenant de la colonne préalablement introduite a été indépendante de l'entonnoir. Cette augmentation était d'ailleurs beaucoup moins apparente que pour des tubes plus étroits, abstraction faite de l'entonnoir; elle n'était que de 5 millimètres sur 23 centimètres.

On sait que dans les ajutages ordinaires, quand on est parvenu à faire détacher la veine liquide des parois, la moindre percussion suffit pour l'y faire adhérer de nouveau. Or, dans les tubes verticaux dont il s'agit, la veine supporte la pression d'une colonne liquide verticale de hauteur variable, qui contribue sans doute à produire cet effet. Il n'est donc pas étonnant que les phénomènes dont il s'agit dans cette Note ne proviennent pas de la *contraction* de la veine liquide.

Ayant pensé que l'influence de la colonne liquide préalablement introduite provenait de ce qu'elle formait une paroi liquide factice, j'ai étudié avec une nouvelle attention ce qui arrivait lorsqu'elle était supprimée, en faisant osciller l'eau dans les mêmes tubes de verre de 1 mètre de long et de diamètres divers. J'ai constamment trouvé que, les tubes n'étant pas du tout mouillés d'avance, l'eau montait moins haut, toutes choses égales d'ailleurs, que lorsqu'ils avaient été mouillés par plusieurs ascensions successives, ou parce qu'on les avait longtemps plongés dans l'eau. Il faut, en général, trois ou quatre ascensions successives pour que les hauteurs obtenues soient ensuite toujours les mêmes. La première ne suffit pas toujours pour qu'il en résulte une augmentation sensible dans la deuxième. La troisième s'élève toujours plus haut que la deuxième. Pour les tubes minces de 8 millimètres de diamètre et au-dessous, dont j'ai le plus spéciale-

ment parlé, l'augmentation définitive est notable; elle s'est souvent élevée à 1 centimètre au moins. Mais elle est, en général, bien moindre que le surcroît de hauteur provenant, pour des tubes d'abord bien mouillés de cette manière, de l'effet de la longue colonne préalablement introduite. Cette augmentation s'est trouvée également indépendante de l'entonnoir toujours rempli d'eau. La durée de l'ascension ne paraissait pas différer beaucoup de 1 seconde.

J'ai fait des observations analogues sur un tube de fer-blanc de 0^m,006 de diamètre et d'une longueur de 0^m,97. Mais, dans ce tube, la colonne préalablement introduite n'augmentait pas la hauteur obtenue au-dessus du niveau du réservoir; elle ne la diminuait pas non plus quand elle n'occupait qu'environ les deux cinquièmes de la partie plongée.

En définitive, il ne suffisait pas que les tubes de verre fussent, avant l'expérience, mouillés et même plongés assez longtemps pour que l'on obtint le maximum d'effet. Dans les expériences microscopiques sur le mouvement du sang dont j'ai parlé, et dont M. Poiseuille a eu la complaisance de me montrer quelques-unes, l'épaisseur de la paroi liquide factice en repos était très-sensible, ce qui s'accorde avec ces faits.

Pour constater l'épaisseur de la paroi liquide dans mes expériences, j'ai pris un gros tube de verre de 0^m,025 de diamètre et de 1^m,30 de long. Je l'ai rempli d'eau en le bouchant avec la main par le sommet. Je l'ai presque entièrement tiré de l'eau du réservoir, je l'ai débouché subitement après l'avoir tenu en repos, et j'ai remarqué, en l'observant un peu incliné, que le liquide resté adhérent aux parois bien polies après la descente de la colonne liquide, coulait pendant quelques secondes, même avec assez de force. Il n'est donc pas étonnant que quelques instants de repos suffisent pour modifier d'une manière importante la nature du frottement d'une colonne liquide contre les parois d'un tuyau.

J'ai fait quelques expériences avec plusieurs des tubes d'un petit diamètre de 8 millimètres et au-dessous, dont j'ai parlé, afin de voir à quelle profondeur ces tubes se vidaient au-dessous du niveau du réservoir quand on les débouchait après les avoir remplis d'eau et

tenus en partie plongés. Il se présente un phénomène intéressant lorsque, le tube étant vertical, la moitié environ de sa longueur est sortie de l'eau. La colonne liquide, en descendant avec vitesse, ne le vide pas sans laisser une sorte de paroi liquide factice adhérente aux parois solides. Mais cette paroi liquide assez épaisse tombe ensuite par son propre poids en suivant la colonne descendante; or, comme son épaisseur n'est pas très-petite par rapport à la section des tubes, il en résulte qu'en descendant moins vite que le centre de la colonne, elle enveloppe de l'air. De sorte qu'on voit de fortes bulles enfoncées quelquefois sous des colonnes liquides partielles de plusieurs centimètres de haut. Pour des tubes de $0^m,025$ de diamètre, il y a encore un bouillonnement à la circonférence. Ces effets confirment bien tout ce que j'ai dit dans cette Note, mais ils jettent de l'incertitude sur la mesure exacte de la longueur de tuyau vidée au-dessous du niveau du réservoir, quand on veut comparer les effets à ceux que l'on obtient au moyen d'une colonne liquide ascendante dont la surface repousse l'air de bas en haut *sans se laisser diviser*, et en restant même, dans divers cas, assez sensiblement horizontale.

Au reste, la comparaison des effets obtenus par les deux méthodes ne serait pas, à beaucoup près, aussi simple que pour les premières expériences mentionnées ci-dessus. En effet, dans ces premières expériences, c'est une *même colonne liquide, passant par le même orifice, dans le même sens*, dont on étudie les effets dans diverses circonstances; tandis que, pour comparer des mouvements en sens contraires, il faut, dans un cas, étudier la perte de vitesse à la rentrée de l'eau dans le réservoir, et, dans l'autre, la *contraction* de la veine à l'entrée de l'eau dans le tube. Cela conduit, avec les variations de longueur des colonnes frottantes dans des sens différents, à des considérations trop délicates pour que je les expose dans cette Note, d'autant plus qu'elles ne sont pas indispensables pour établir les conclusions. Je dirai seulement que, dans le cas où la partie du tube plein d'eau qui reste au-dessous du niveau du réservoir est assez petite par rapport à celle qui reste en dessus, il n'y a plus aucun rapport entre la profondeur abandonnée par la colonne descendante au-dessous de ce niveau, et la hauteur obtenue au-dessus, quand on retourne le tube de haut en bas, pour y faire monter l'eau comme dans toutes les expériences

objet de cette Note. Alors la force vive du système ayant un de ses facteurs, la masse, beaucoup moindre à la fin de l'expérience que dans le cas de l'ascension, la perte provenant de la vitesse avec laquelle l'eau rentre dans le réservoir en s'y dispersant, devient énorme par rapport aux autres résistances passives.

D'après tout ce qui précède, je pense que les exceptions dont j'ai parlé pour le mouvement de bas en haut au commencement de cette Note, dépendent essentiellement de l'état des parois, ce qui n'est pas en désaccord avec ma conclusion sur l'influence des parois plus ou moins mouillées; et d'ailleurs, dans les circonstances où elles se sont présentées, la colonne liquide préalablement introduite n'occupait jamais la moitié de la longueur totale du tube. On conçoit, il est vrai, que la paroi liquide factice qui résulte de cette colonne dans une partie notable du tube, peut exercer une influence quelconque sur la formation du reste; mais les choses ne se passeront point cependant de la même manière que pour un mouvement engendré dans un tube déjà entièrement plein d'eau. Il n'est donc pas étonnant que, même pour un égal degré de poli apparent, il y ait quelque différence essentielle dans l'état des surfaces frottantes.

Au reste, quand il y aurait quelque différence provenant de l'épaisseur des parois, nous avons vu qu'elle ne devait pas être attribuée à la *contraction* de la veine liquide; les phénomènes se reproduisent d'ailleurs dans le même ordre quand on change divers tubes de bout et qu'on les incline sous divers angles, même lorsqu'une des extrémités est coupée en biseau. Je suppose maintenant qu'il y ait, à la rigueur, quelque différence dans la hauteur obtenue par suite d'un état de *vibration* des parois, et je dis que cela même est plutôt à l'avantage de ma conclusion. En effet, il résulte des expériences de F. Savart que, si l'on frotte longitudinalement un cylindre, les vibrations se transmettent graduellement de la surface frottée à l'intérieur. On concevrait donc que des parois très-minces pussent vibrer avec plus d'intensité que des parois plus épaisses, si l'on admettait que le simple frottement d'une colonne liquide ascendante suffit pour produire des effets de vibration appréciables dans ce sens. Or je suppose que, pour exagérer ces effets, on conçoive le tuyau animé d'un mouvement ondulatoire analogue à celui d'un fouet. Ce mouvement paraîtrait

devoir tendre à séparer la paroi solide de la paroi liquide factice, et à diminuer d'une quantité quelconque les effets de celle-ci. L'hypothèse de l'influence des vibrations n'est donc pas contraire au phénomène dont il s'agit, quand même on la supposerait sérieusement admissible dans cette circonstance pour des tubes à parois très-minces.

L'air comprimé s'échappe subitement quand on débouche le sommet du tube. Il tend à faire une sorte de vide en vertu du mouvement acquis par sa dilatation suivie elle-même par une compression, et ainsi de suite. Il faut se rendre compte de ces effets dans les diverses circonstances dont il s'agit. Quant aux tubes de 1 mètre de long, on voit immédiatement que le travail employé à comprimer l'air est très-peu de chose par rapport au travail moteur ou résistant, développé pendant l'ascension du liquide. Si l'on admettait que le *souffle* de la colonne d'air fût suffisant pour modifier l'humidité des parois, cela rentrerait encore dans l'ordre d'idées que j'ai présenté sur l'influence d'une paroi liquide. Mais il ne paraît pas que cela soit admissible, puisque l'inclinaison de divers tubes de 1 mètre de long, même sous des angles très-petits avec la surface du réservoir, ne change pas la nature du phénomène de maximum, objet spécial de cette Note. Il n'y a pas à s'occuper non plus de cette considération relativement aux tubes de 2 et de 3 mètres de long, dont j'ai parlé, pour le cas où ils étaient très-inclinés.

Avec un tuyau en zinc de 4^m,165 de long et 0^m,05 de diamètre, j'ai fait l'observation suivante sur le mouvement des poussières adhérentes aux parois: au moment où j'ôtai la main du sommet de ce tuyau enfoncé verticalement dans un grand réservoir, on entendait comme une brusque détonation provenant de l'explosion de la colonne d'air comprimé. Mais il était impossible, même en réunissant deux observateurs, de voir aucun mouvement de va-et-vient vertical dans les poussières balayées par le mouvement de l'air qui sortait comme du tuyau d'une machine soufflante. Cependant le mouvement de ces poussières était très-facile à observer, malgré la durée assez courte de l'ascension de la colonne liquide qui les chassait comme un piston liquide. A la sortie du tuyau, on voyait très-distinctement la colonne d'air chargée de poussières affecter une forme bien cylindrique jusqu'à une certaine distance du sommet de ce tuyau, et se disperser ensuite

sous une forme analogue à celle d'une sorte de flamme. La durée de l'explosion était insignifiante par rapport à la durée totale de l'ascension. De sorte qu'on n'a sans doute à s'occuper du mouvement de la colonne d'air que relativement à la résistance qu'elle fait éprouver par son frottement et son inertie, en un mot par l'ensemble quelconque des résistances passives qu'elle occasionne comme dans le tuyau d'une machine soufflante, résistances qui sont, en définitive, petites par rapport au frottement de la colonne d'eau dans le même tuyau, selon toutes les expériences connues.

En supposant, au reste, que cette résistance fût plus notable, il n'en resterait pas moins le fait d'une colonne liquide en mouvement dans mes nombreux tubes de 1 mètre de long ou dans le tube de 2 mètres de long très-incliné, et qui, cependant, monte à une hauteur moindre que lorsqu'elle part du repos. Or la longueur de la colonne d'air à chasser est la même à partir du moment où je compare les effets, et, de plus, pour le cas de la colonne liquide en mouvement, l'inertie de la colonne d'air est déjà vaincue.

Il se rattache une question intéressante à celle des mouvements de l'air dont je viens de parler. Poisson, dans la seconde édition de son *Traité de Mécanique*, révoque en doute le principe de l'égalité de pression pour les gaz dans les vibrations rapides. Si le seul frottement de l'eau dans un tube vertical où elle descend suffit pour produire l'effet que j'ai décrit et qui rend la colonne liquide en partie gazeuse, on conçoit que la détente dont je viens de parler, et qui est une véritable explosion, doit occasionner à l'intérieur de la colonne d'air des mouvements qui, eux-mêmes, dénaturent le mode de la détente et peuvent absorber une partie considérable du travail disponible dans l'air comprimé. Il n'est donc pas étonnant que la dilatation de cet air n'ait été suivie d'aucun mouvement de rentrée visible même pour des personnes ayant quelque habitude des observations, la durée des oscillations d'une colonne d'air étant d'ailleurs bien moindre, comme on sait, que celle des oscillations d'une colonne d'eau de même longueur. Par cette raison même, il serait intéressant de répéter cette expérience sur un tuyau beaucoup plus long. En effet, si la durée théorique des oscillations de la colonne d'air était assez sensible pour que l'on fût certain d'avoir le temps d'observer les mouvements de va-

et vient des poussières, dans le cas où ce genre de mouvement aurait quelque étendue, on aurait ainsi un moyen convenable de se former une idée des limites dans lesquelles l'hypothèse de Poisson peut avoir de l'importance quant aux pertes de force vive.

Les observations précédentes ont été faites sur un tuyau en zinc de 0^m,05 de diamètre. Ce tuyau était trop gros par rapport à sa longueur, pour que l'on pût répéter les expériences sur l'influence de la colonne liquide préalablement introduite. Il est évident, à priori, que si le phénomène spécial dû à cette colonne ne provient essentiellement que des frottements, il faut que leur travail résistant soit assez grand pour qu'une diminution convenable dans leurs coefficients quelconques puisse compenser la diminution du travail moteur qui résulte immédiatement de son introduction préalable à la partie inférieure du tuyau. Il ne suffit pas même que, pour des diamètres de diverses grandeurs, on augmente la longueur du tuyau proportionnellement à son diamètre, puisqu'il résulte de diverses expériences connues, notamment de celles de Du Buat, que les *coefficients* des frottements diminuent quand les diamètres augmentent. Enfin, il faut tenir compte, ainsi que je l'ai dit, de la manière dont l'eau pénètre d'elle-même au bas du tuyau en comprimant l'air. Il ne faudrait pas, dans tous les cas, attacher beaucoup d'importance aux comparaisons des hauteurs obtenues dans des tubes de diamètres différents, abstraction faite de la difficulté qu'il y a à mesurer exactement les diamètres intérieurs des tubes très-minces, surtout quand les parois ne sont pas transparentes. Si le degré de poli des surfaces exerce de l'influence sur les coefficients des frottements dans ces expériences où les tubes ne sont pas complètement mouillés, il n'est pas étonnant que des différences insignifiantes dans les diamètres correspondent à des différences très-sensibles dans les hauteurs obtenues au-dessus du niveau du réservoir.

J'ai recommencé la série d'essais objet spécial de cette Note, avec un tuyau vertical en zinc de 4 mètres de long et de 0^m,027 de diamètre. La colonne liquide préalablement introduite dans les deux cinquièmes de la partie plongée n'a pas augmenté la hauteur obtenue au-dessus du niveau du réservoir; il y a même eu une diminution de 0^m,027 sur 0^m,918 de hauteur obtenue au-dessus du réservoir. J'ai regretté

de ne pouvoir faire l'expérience avec le même tuyau très-incliné, mais pour cela il aurait fallu un bâti destiné à le soutenir. J'ai fait aussi une série d'expériences avec un tube de plomb vertical de 2^m,70 de long et de 0^m,0135 de diamètre; l'introduction préalable d'une colonne liquide dans les deux cinquièmes environ de la partie plongée n'a pas diminué sensiblement la hauteur obtenue au-dessus du niveau du réservoir. S'il y a eu une diminution, elle a été tout au plus de 2 millimètres sur une hauteur maximum de 30 centimètres.

Il résulte de la série d'expériences sur le tube en zinc de 2 mètres de long dont j'ai déjà parlé, que l'inclinaison aurait peut-être modifié les effets dans le sens dont il s'agit en diminuant les vitesses. On explique ordinairement, d'après Du Buat, le terme de l'expression de la résistance en frottement dans un tuyau de conduite proportionnelle au carré de la vitesse, au moyen de la percussioin du liquide contre les aspérités des parois, le terme de la résistance proportionnelle aux simples vitesses étant censé expliqué au moyen des phénomènes de l'adhérence. Or on sait que ce dernier terme absorbe le premier dans les tubes d'un très-petit diamètre. Il est donc rationnel de penser que les effets dus spécialement à ces phénomènes apparaissent avec d'autant plus d'intensité, toutes choses égales d'ailleurs, que les vitesses sont moindres et les tubes plus étroits dans certaines limites. Or c'est précisément ce qui se présente dans l'ensemble des phénomènes que j'ai observés.

L'exception toute particulière dont j'ai parlé pour un tube d'un très-petit diamètre pourrait indiquer des phénomènes essentiellement relatifs aux tubes d'un petit diamètre, abstraction faite de la colonne liquide préalablement introduite. Mais ce qui précède suffit pour établir l'influence de la couche d'eau adhérente aux parois dans certaines circonstances, et comme les causes en apparence les moins importantes suffisent pour modifier les phénomènes, je m'en tiens d'ailleurs aux faits observés, dans les limites où les observations ont été faites.

Je regrette de n'avoir pas eu occasion de répéter les expériences dont il s'agit dans un liquide non susceptible de mouiller les parois des tubes. Si une colonne de ce liquide préalablement introduite ne

donnait lieu à aucune augmentation de hauteur dans un même tube pour lequel cette augmentation se serait présentée déjà dans l'eau, ce résultat viendrait sans doute à l'appui des précédents. Il pourrait cependant se présenter un résultat différent sans que sa conséquence fût infirmée. En effet, il ne paraît pas impossible que, *dans l'état de repos alternatif*, le liquide pénètre d'une manière plus intime entre les aspérités des parois, de façon à les *tapisser* d'une manière quelconque sans les *mouiller* d'une manière proprement dite. On conçoit que la colonne liquide pourrait aussi pendant l'état de repos contracter, avec cette espèce de paroi liquide alternativement formée et détruite, une sorte d'*engrenure* plus intime, de manière à composer une sorte de paroi liquide plus sensible, mais qui, ne mouillant pas les parois solides, retomberait aussitôt que le tube serait vide. Il ne m'a donc pas semblé indispensable de faire les nouvelles expériences que je viens d'indiquer, puisque les faits observés suffirent pour établir mes conclusions. Il serait même assez délicat d'interpréter rigoureusement les résultats obtenus avec des liquides différents. On ne sait pas bien de quelle manière, pour un liquide non encore soumis à une longue série d'expériences toutes spéciales, le frottement sur une sorte de paroi factice ainsi formée de ce liquide serait influencé relativement aux effets d'une paroi solide bien polie.

Il ne faut pas confondre la série d'expériences objet spécial de cette Note, avec une autre série d'expériences, qui serait très-secondaire, c'est-à-dire quant aux phénomènes dont il s'agit, en ce sens que la marche des résultats pourrait être prévue par la théorie, abstraction faite de ces phénomènes; en voici la description succincte. Après avoir noté la hauteur à laquelle l'eau monte au-dessus du niveau du réservoir sans colonne liquide préalablement introduite, on recommence l'expérience avec le même tuyau, mais en ajoutant à son extrémité inférieure un tuyau de même diamètre toujours rempli d'eau. Dans l'expérience dont je vais parler, il n'y avait pas d'entonnoir au bas du tuyau pour diminuer l'effet de la contraction de la veine liquide. L'effet du bout ajouté inférieurement augmente la hauteur obtenue au-dessus du niveau du réservoir pour une même profondeur du point de départ du sommet de la colonne liquide. On peut ainsi augmenter de plus en plus la longueur du tuyau inférieur

toujours rempli d'eau, jusqu'à une certaine limite au delà de laquelle une plus grande augmentation de longueur diminue la hauteur obtenue, la ramène graduellement à la hauteur primitive, si l'on allonge le tuyau de plus en plus, et finit même par diminuer cette hauteur. Cette série d'expériences se fait très-facilement avec les divers tubes de verre de 1 mètre de long, dont j'ai parlé ci-dessus. On remarque aussi un effet analogue, mais bien moins sensible, quand il y a un entonnoir, sans doute par suite d'un reste de contraction. Il paraît que l'entonnoir dispose d'une façon particulière l'ordre des vitesses des filets du centre à la circonférence, et que si une assez longue colonne préalablement introduite se trouve au-dessus, cela modifie encore le frottement influencé par cet ordre [*]. On conçoit que si, abstraction faite de la *contraction* proprement dite, l'entonnoir dispose l'ordre des vitesses du centre à la paroi d'une manière qui diminue le frottement, cet effet est modifié d'une manière désavantageuse quand l'eau affluente rencontre au-dessus d'elle une colonne liquide qu'il s'agit de soulever, au lieu de s'élever plus librement précédée d'une

[*] Un tuyau de zinc vertical de 4^m,165 de long et d'un peu moins de 0^m,05 de diamètre, portant à son extrémité inférieure un entonnoir, même assez mal fait, dont la tubulure trop large était fixée au tuyau par des bandes de carton, était enfoncé avec les précautions susdites dans un des bassins Saint-Victor, l'entonnoir étant seul préalablement rempli d'eau, sauf une petite longueur déterminée pour chaque essai. Au moment où l'on débouchait le sommet, l'eau s'élevait au-dessus du niveau du réservoir à une hauteur de 1^m,40 au moins, la longueur de la partie du tuyau enfoncée au-dessous du niveau du réservoir étant de 2^m,67. Cette expérience, que j'ai faite il y a très-longtemps, est une de celles qui sont mentionnées au tome III de ce Journal, page 233. Il en résulte, comme on peut le voir en faisant le calcul de la profondeur du point de départ de l'eau, et de la hauteur à laquelle elle devrait arriver, d'après les autres expériences que j'ai rapportées dans le tome III, pour des tuyaux beaucoup plus longs, que les coefficients des résistances passives sont bien moindres dans ces tuyaux courts. Il est à remarquer que dans ces derniers cependant les surfaces ne sont pas mouillées d'une manière aussi complète, puisqu'ils sont vidés alternativement. Il y a donc lieu de penser, d'après les faits rapportés dans cette Note, que s'il en est ainsi dans des courses d'oscillations analogues, et pour des diamètres peu différents dans l'un et l'autre cas, cela doit provenir, au moins en partie, de l'ordre des vitesses du centre à la paroi qui s'établit à l'entrée des tubes verticaux et se conserve, au moins jusqu'à un certain point, peut-être même à la limite de la course de l'oscillation ascendante.

colonne d'eau très-courte d'abord, entrée d'elle-même en vertu de la pression de l'eau sur l'air intérieur.

Il est facile de démontrer, comme je l'ai d'ailleurs fait dans mes précédents Mémoires, que s'il n'y avait d'autre résistance passive qu'un frottement proportionnel à chaque instant au produit de la longueur de la surface frottante par le carré de la vitesse, la hauteur obtenue au-dessus du réservoir serait indépendante de la longueur de la portion du tuyau toujours remplie d'eau au-dessous du point de départ de la surface ascendante, la diminution des carrés des vitesses étant compensée par l'augmentation de longueur des surfaces frottantes. Mais rien ne compense la diminution des résistances *locales* principalement fonction du carré de la vitesse. Il en résulte que, par exemple, la perte provenant de la contraction de la veine est diminuée en vertu de l'augmentation de la longueur du tuyau, sans que pour cela il soit nécessaire qu'il y ait rien de changé dans la nature même de la contraction. Or, au delà de certaines limites de diminution dans les vitesses, la partie de la résistance en frottement, qui n'est pas proportionnelle au carré de la vitesse, devient de plus en plus apparente. Il y a donc une raison pour qu'au delà de certaines limites il soit plus désavantageux, quant à la hauteur obtenue, d'allonger le tuyau, qu'il ne l'est de diminuer par cet allongement les résistances purement *locales*, je veux dire les résistances qui ne sont pas proportionnelles à la longueur du tuyau [*].

Ce qui vient d'être dit montre de quelle manière agissent les résis-

[*] La série d'expériences dont je viens de parler n'a qu'une importance très-secondaire par rapport à l'objet de ce Mémoire, mais elle est utile pour l'appréciation des effets de diverses machines hydrauliques. Il ne faut pas la confondre avec la remarque faite depuis longtemps sur le maximum de longueur qu'il convient de donner au tuyau de conduite du bélier hydraulique. Plus ce dernier tuyau est long, plus il y a de frottement, quoique les autres résistances passives à la sortie de l'eau ne varient pas beaucoup pour des vitesses moyennes analogues. Mais le nombre de périodes du bélier hydraulique varie en sens inverse de cette longueur. On rentre donc, pour le calcul des dimensions de cette dernière machine, dans les principes du calcul d'effet maximum que j'ai présentés dans ce Journal, tome XII, page 89, et qui peuvent servir à étudier divers autres systèmes, où chaque changement de période correspond à une perte de travail.

tances *locales* immédiatement dépendantes de la vitesse avec laquelle l'eau entre dans le tube. Il en résulte que, pour apprécier dans chaque circonstance l'effet de la contraction, il faudrait connaître la loi selon laquelle varie la vitesse de la colonne oscillante. Si, par exemple, dans un cas où la colonne monte plus haut en parcourant un chemin moindre, on ne sait pas selon quelle loi varient les vitesses, il est difficile de dire quelle sera la quantité de travail absorbée par la contraction. Ainsi, quand on trouvera pour de plus gros tuyaux, dans des circonstances particulières, quelques différences sur l'effet de la colonne liquide préalablement introduite qui sembleront provenir de la présence de l'entonnoir, on ne sera pas en droit d'en conclure qu'il en résulte une différence dans la nature même de la contraction, dans la convergence, le croisement des filets, etc. Il est d'ailleurs facile de voir que plus le tuyau est court par rapport à son diamètre, plus la différence qui résulte de la présence de l'entonnoir est relativement sensible. Le travail résistant de la contraction, s'il n'y avait aucune autre cause de résistance passive, s'exercerait avec toute son intensité en ce qu'il diminuerait seul les vitesses. Or il résulte de l'expérience secondaire dont je viens de parler, que si l'on coupait la partie du tube contenant la colonne préalablement introduite, on augmenterait le travail en résistances passives provenant de la contraction. Ainsi ce phénomène, abandonné à lui-même quand il n'y a pas de colonne préalablement introduite, est modifié par cette colonne; mais c'est à cause de la diminution des vitesses relativement au cas où cette partie est coupée plutôt que par suite de quelques différences dans la nature même de la contraction.

En définitive, j'attache moins d'importance aux expériences comparatives faites avec l'entonnoir et difficiles à interpréter rigoureusement, qu'à celles d'où il résulte que, pour produire un effet sensible, *il faut que la colonne liquide préalablement introduite ait une longueur beaucoup plus grande que celle d'un ajutage cylindrique ordinaire du diamètre du tuyau employé.* Il s'agit, bien entendu, de l'hypothèse pour laquelle c'est dans un même tuyau que l'on étudie les oscillations de courses diverses, afin de n'avoir à s'occuper que d'une colonne d'une longueur donnée, considérée dans ses divers états, et non de colonnes de longueurs diverses, comme

pour l'expérience secondaire avec laquelle je viens d'avertir qu'il ne fallait pas confondre celle qui fait l'objet spécial de cette Note. Ces explications vont d'ailleurs jeter du jour sur la manière d'apprécier cette expérience fondamentale.

Étant donnée la hauteur obtenue au-dessus du niveau du réservoir lorsqu'il y a une colonne liquide préalablement introduite dans la partie inférieure du tube, il n'est pas étonnant que l'on diminue cette hauteur en coupant cette partie inférieure jusqu'au point d'où part la surface de cette colonne. Cela rentre tout à fait dans l'expérience secondaire dont je viens de rendre compte, et dont la marche générale n'est qu'une confirmation d'un fait théorique. Ce qui est intéressant, c'est de voir dans un même tuyau de dimensions fixes, dont la partie plongée est la même dans les deux cas, la hauteur obtenue par une colonne d'eau qui était déjà animée d'une vitesse notable, être *dépassée* par celle d'une colonne d'eau qui était d'abord en repos au moment où son sommet était précisément à la même place que celui de la colonne en mouvement, et dont la vitesse croît graduellement ensuite en passant sur les mêmes surfaces frottantes, tandis que l'entrée de l'eau se fait au bas du tube par le même orifice. En supposant même que la hauteur obtenue au-dessus du niveau peut être un peu influencée par la manière dont la variation des vitesses modifie le travail résistant de la *contraction*, si la nature de ce dernier phénomène ne change pas, la hauteur de la colonne partant du repos ne peut évidemment dépasser l'autre que si la nature du frottement est modifiée. Or, en considérant comme je le fais la question sous ce dernier point de vue, il faut encore examiner ce qui peut dépendre du rapport du chemin parcouru au diamètre du tube, abstraction faite de la colonne liquide préalablement introduite.

Il résulte, en effet, de mes précédentes recherches, et notamment des Mémoires publiés dans les tomes III et VI de ce Journal, que les coefficients des frottements sont, en général, moindres dans le mouvement oscillatoire que dans le mouvement permanent, mais seulement dans certaines limites. Quand le rapport de la course de l'oscillation au diamètre du tuyau augmente, la différence dans les coefficients dont il s'agit diminue de plus en plus, et finit par devenir peu sensible. Il faut donc voir si l'augmentation de hauteur obtenue

au-dessus du niveau du réservoir par l'effet de la colonne liquide préalablement introduite ne pourrait pas provenir de cette cause. Voilà précisément par quelle raison j'ai commencé par dire qu'il était d'abord indispensable de s'assurer que, abstraction faite de cette colonne préalablement introduite, le maximum de hauteur obtenue au-dessus du niveau du réservoir correspondait au maximum de profondeur du point de départ au-dessous de ce même niveau. Le rapport des courses au diamètre du tube dépassait d'ailleurs, dans tous les cas, celui pour lequel j'avais trouvé dans de plus gros tuyaux que l'on était déjà en dehors des limites pour lesquelles il y avait à s'occuper sérieusement de cette considération.

Au reste, pour fixer les idées, j'ajouterai que j'ai pris le tube de verre de 7 millimètres de diamètre intérieur avec son entonnoir fixé au bas pour diminuer la contraction de la veine liquide à l'entrée : j'ai successivement essayé de tous les enfoncements sans colonne préalablement introduite, excepté dans l'entonnoir. Les enfoncements ont varié de décimètre en décimètre, depuis 1 jusqu'à 8. Les hauteurs obtenues au-dessus du niveau du réservoir ont été successivement de 0^m,06, 0^m,10, 0^m,135, 0^m,155, 0^m,17, 0^m,1825, 0^m,1875, 0^m,19 [*].

[*] Si l'on voulait comparer ces chiffres avec la marche qu'ils sembleraient devoir suivre, d'après les formules que j'ai données pour de plus gros tuyaux, on serait étonné de voir qu'ils augmentent plus rapidement qu'ils ne paraissent, au premier aperçu, devoir le faire. Mais aussi les premiers chiffres sont assez petits, ce qui provient des résistances particulières aux tubes d'un très-petit diamètre. On sait, comme je l'ai déjà rappelé, que, dans ces tubes, le coefficient du frottement supposé proportionnel aux simples vitesses prend de la prépondérance par rapport à celui du terme de la résistance passive supposée proportionnelle aux carrés de ces vitesses. On est conduit à en conclure qu'il est rationnel de trouver que, dans le cas où les vitesses augmentent, les résultats successifs doivent augmenter plus rapidement que ne l'indiquaient les formules que j'ai établies spécialement pour le cas où l'on n'avait pas à s'occuper sérieusement du premier terme de l'expression des frottements. On conçoit aussi que, si, malgré l'entonnoir, il faut tenir compte d'un reste de contraction qui n'est pas entièrement annulée, plus le tube augmente de longueur quant à la partie remplie alternativement, plus la résistance en frottement augmente relativement à celle qui résulte de la contraction, de sorte que l'importance relative de celle-ci est de plus en plus diminuée.

Pour discuter complètement ces expériences, il faudrait lire mes précédents Mémoires; je n'entrerai donc pas ici dans plus de détails, puisque d'ailleurs mes conclusions sont suffisamment établies. Il est cependant intéressant de remarquer que la marche des chiffres que je viens de transcrire, achèverait au besoin de rassurer, pour peu que l'on hésitât à admettre que l'effet de l'expérience, objet spécial de cette Note, vient principalement des phénomènes de l'adhérence contractée par une colonne liquide préalablement introduite et qui se trouve *en repos* au moment du départ de l'oscillation ascendante. Il suffit, au reste, de remarquer sans calcul que même avec l'entonnoir, plus la profondeur du point de départ au-dessous du niveau du réservoir augmente, plus la hauteur obtenue au-dessus du même niveau augmente aussi, quand il n'y a pas de colonne préalablement introduite.

On ne doit pas oublier, relativement à tout ce qui précède, avec quelle extrême réserve il faut s'en tenir aux faits observés, et autant que possible, dans des *tubes verticaux de verre*. Les résultats, en apparence les plus simples, sont encore assez difficiles à bien interpréter.

Résumé et conclusions.

Dans certaines limites, une même colonne d'eau, partant du repos dans un tube vertical ouvert à ses deux extrémités, monte cependant plus haut au-dessus du niveau du réservoir que lorsqu'elle était parvenue au point d'où elle part animée d'une vitesse notable qu'elle avait acquise en s'élevant de plus bas. Ce phénomène ne provient essentiellement ni de ce qu'on nommait avant F. Savart *contraction de la veine liquide*, ni des vibrations des parois, ni des effets de l'air sortant comme du tuyau d'une machine soufflante; il provient essentiellement d'une différence dans le mode d'action des frottements de l'eau contre la paroi de chaque tube. Cette différence peut être influencée d'une manière quelconque par des phénomènes de frottement que j'ai depuis longtemps signalés pour les tuyaux de diamètres plus grands, et qui proviennent du mode de distribution des vitesses du centre à la paroi, par suite du chemin parcouru relativement au diamètre. Mais ils dépendent principalement des effets de la couche

d'eau adhérente aux parois et qui ne se forme convenablement que dans l'état de repos d'une colonne liquide préalablement introduite.

Abstraction faite même des effets essentiels de l'adhérence plus intime contractée pendant l'état de repos, le frottement est bien sensiblement moindre dans un tube mouillé d'avance que lorsque le même tube est mouillé pour la première fois par une colonne d'eau ascendante. Mais dans des phénomènes aussi délicats que ceux du mouvement moléculaire des liquides, il est prudent de s'en tenir aux faits observés. Ainsi ce qui vient d'être dit ne s'applique qu'aux vitesses de l'eau analogues à celles qui sont étudiées dans cette Note; toute autre conséquence serait prématurée. Il n'est nullement prouvé que, pour de grands diamètres et pour de grandes vitesses, on retrouve, du moins sous une forme analogue, la série de phénomènes que j'ai décrits ci-dessus; je suis même porté à croire qu'il n'en est pas ainsi.

On voit avec quelle extrême réserve il faut accueillir les recherches purement théoriques qui peuvent être présentées sur des phénomènes aussi peu connus que ceux du frottement des liquides [*].

[*] Dans le Mémoire sur le mouvement des ondes que j'ai publié dans le tome XIII de ce Journal, page 91, je n'ai parlé que des observations de M. Aimé sur l'onde à double mouvement *oscillatoire* et *orbitaire*, comme ayant été faites avant les miennes, sans être d'ailleurs, selon moi, tout à fait suffisantes pour établir la réalité de cette onde. Je ne connaissais pas alors un Mémoire de M. Airy, publié, en 1835, dans l'*Encyclopædia metropolitana*, tome V, article *Tides and waves*, dans lequel ce savant célèbre donne, en anglais, pages 344 et 345, une analyse de l'ouvrage allemand des frères Weber sur les ondes. On y voit que ces physiciens avaient observé, avant M. Aimé lui-même, l'onde à double mouvement *oscillatoire* et *orbitaire*, mais seulement pour le cas où les sommets étaient beaucoup plus aigus que les creux. De sorte que le grand axe de l'*orbite* était horizontal au lieu d'être vertical dans les régions supérieures, comme M. Aimé et moi nous l'avons trouvé. Quant aux mouvements de recul définitif des corps répandus sur le fond d'un canal et aux autres phénomènes essentiels décrits dans ce Mémoire, notamment sur la génération des *ondes solitaires*, il n'en est pas question. J'ai remarqué d'ailleurs, dans l'analyse de M. Airy, des faits qui viennent à l'appui de mes idées sur les points de ressemblance entre les deux espèces d'ondes.