JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

T. A. HIRST

Note sur une propriété d'un système de courbes planes

Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série, tome 2 (1857), p. 392.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1857_2_2__392_0>

NOTE

SUR UNE PROPRIÉTÉ D'UN SYSTÈME DE COURBES PLANES;

PAR M. T. A. HIRST.

Soient

$$r = \frac{1}{u} = f(\theta),$$

l'équation polaire d'une courbe quelconque, s l'arc et $p = \frac{1}{\omega}$ la longueur variable de la perpendiculaire menée du pôle à une tangente. On sait que l'on a

$$(1) \qquad \frac{d\theta}{p} = \frac{ds}{r^2} = d\theta\sqrt{u^2 + u'^2},$$

où $u' = \frac{du}{d\theta}$. Donc l'intégrale générale de l'équation

$$(2) \qquad u^2 + u'^2 = \omega^2,$$

ω étant regardé comme une fonction donnée de θ, représente un système de courbes dont les tangentes menées par des points situés sur un rayon vecteur quelconque sont également éloignées du pôle.

Concevons maintenant qu'en chaque point de ces courbes se trouve de la matière capable d'agir à distance selon la loi newtonienne, et que la densité de cette matière, quoique variable d'un point à un autre de chaque courbe, soit la même pour tous les points situés sur un même rayon vecteur. L'équation (1) fait voir que :

Les attractions effectives exercées sur le pôle par tous les arcs de ces courbes qui sont compris entre deux rayons vecteurs quelconques sont égales entre elles et dirigées suivant une même droite.

J'ai déjà examiné quelques cas particuliers de l'équation (2) (voir *Philosophical Magazine*, vol. XIII, 1857); mais je réserve pour un prochain travail une discussion plus complète de cette question.