JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

BESGE

Sur les intégrales trinômes

Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série, tome 4 (1859), p. 194.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1859_2_4__194_0>

SUR LES INTÉGRALES TRINOMES;

PAR M. BESGE.

Soient μ et ν des constantes positives, ou du moins dont la partie réelle soit positive; a un paramètre tel, que $1 + ax$ ne s'évanouisse pour aucune valeur de x comprise entre 0 et 1; enfin n un nombre entier positif.

Il n'est pas difficile de voir que l'intégrale trinôme

$$B = \int_0^1 \frac{x^{\mu-1}(1-x)^{n+\nu-1}\,dx}{(1+ax)^{n+1}}$$

doit se déduire par des différentiations relatives à a de l'intégrale plus simple

$$A = \int_0^1 \frac{x^{\mu-1}(1-x)^{\nu-1}\,dx}{1+ax},$$

qui répond au cas de $n = 0$. Je trouve, en effet, pour cet objet la formule de réduction que voici :

$$B = \frac{1}{1.2.3\ldots n} \cdot \frac{d^n.(1+a)^n A}{da^n},$$

ou bien, en développant le calcul,

$$B = \frac{1}{1.2.3\ldots n}\left[(1+a)^n \frac{d^n A}{da^n} + \frac{n^2}{1}(1+a)^{n-1}\frac{d^{n-1}A}{da^{n-1}} + \frac{n^2(n-1)^2}{1.2}(1+a)^{n-2}\frac{d^{n-2}A}{da^{n-2}} + \ldots\right];$$

nous laisserons au lecteur à chercher la démonstration, qui du reste est assez simple.