

JOURNAL  
DE  
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

---

BESGE

Extrait d'une Lettre de M. Besge à M. Liouville

*Journal de mathématiques pures et appliquées 2<sup>e</sup> série*, tome 7 (1862), p. 256.

[http://www.numdam.org/item?id=JMPA\\_1862\\_2\\_7\\_256\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1862_2_7_256_0)

 gallica

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Gallica de la Bibliothèque nationale de France  
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc  
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc  
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

## EXTRAIT D'UNE LETTRE DE M. BESGE A M. LIOUVILLE.

« ... Soit  $m$  un entier donné : décomposons-le en une somme de  
 » deux entiers positifs  $m'$ ,  $m''$ , de toutes les manières possibles, et con-  
 » sidérons la somme

$$\sum \zeta_1(m') \zeta_1(m''),$$

» où je désigne avec vous par  $\zeta_1(n)$  la somme des diviseurs de chaque  
 » entier  $n$ . Vous avez calculé la valeur de cette somme quand  $m$  est  
 » un nombre premier [\*]; mais, quoique votre méthode soit générale,  
 » vous n'avez pas écrit cette valeur pour  $m$  entier quelconque. Or, au  
 » moyen de vos formules mêmes, j'obtiens, quel que soit  $m$ ,

$$\sum \zeta_1(m') \zeta_1(m'') = \frac{1}{12} [5\zeta_3(m) - (6m - 1)\zeta_1(m)],$$

» où  $\zeta_3(m)$  représente la somme des cubes des diviseurs de  $m$ . Cette  
 » formule assurément ne peut pas être nouvelle pour vous; mais quel  
 » inconvénient y aurait-il à la transcrire dans le *Journal de Mathéma-*  
 » *tiques*? Il suffirait, je crois, de prendre pour exemple  $m = 4$ . Les  
 » deux membres sont alors respectivement

$$\zeta_1(1)\zeta_1(3) + \zeta_1(2)\zeta_1(2) + \zeta_1(3)\zeta_1(1),$$

» et

$$\frac{1}{12} [5(1^3 + 2^3 + 4^3) - (6 \cdot 4 - 1)(1 + 2 + 4)]:$$

» leur commune valeur est 17. »

---

[\*] Cahier de juillet 1858, p. 248.