JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Sur la forme $x^2 + xy + y^2 + 6z^2 + 6zt + 6t^2$

Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série, tome 9 (1864), p. 181-182.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1864_2_9__181_0>

SUR LA FORME
$x^2+xy+y^2+6z^2+6zt+6t^2$;

PAR M. J. LIOUVILLE.

On demande une expression simple du nombre

$$N(n=x^2+xy+y^2+6z^2+6zt+6t^2)$$

des solutions de l'équation

$$n=x^2+xy+y^2+6z^2+6zt+6t^2,$$

où n est un entier donné, et x, y, z, t des entiers quelconques, positifs, nuls ou négatifs.

Répondre à cette question sera très-facile si l'on se souvient de ce que nous avons dit dans le cahier de septembre 1863 au sujet de la forme

$$x^2+xy+y^2+2z^2+2zt+2t^2.$$

Mais d'abord observons que l'équation proposée n'a aucune solution quand

$$n=3g+2.$$

En d'autres termes, on a

$$N(3g+2=x^2+xy+y^2+6z^2+6zt+6t^2)=0.$$

Restent les deux cas de

$$n=3g+1$$

et de

$$n=3g.$$

Le cas de $n=3g+1$ se traite en observant que la valeur de

$$N(3g+1=x^2+xy+y^2+6z^2+6zt+6t^2)$$

est égale à celle de

$$N(3g + 1 = x^2 + xy + y^2 + 2z^2 + 2zt + 2t^2),$$

laquelle est connue par l'article cité.

Semblablement la valeur demandée de

$$N(3g = x^2 + xy + y^2 + 6z^2 + 6zt + 6t^2)$$

est égale à celle de

$$N(g = x^2 + xy + y^2 + 2z^2 + 2zt + 2t^2).$$

La question proposée est donc résolue.