

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

CAMILLE JORDAN

Georges Halphen

Journal de mathématiques pures et appliquées 4^e série, tome 5 (1889), p. 345-359.

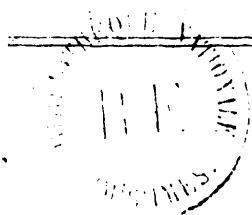
http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1889_4_5_345_0

 gallica

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>



Georges Halphen;

PAR M. CAMILLE JORDAN.

Notre collaborateur et ami, M. Georges Halphen, a succombé, le 21 mai dernier, aux atteintes d'une maladie imprévue qui est venue le frapper dans toute la force de son talent.

La franchise et la loyauté de son caractère lui avaient fait des amis sincères de tous ceux qui le connaissaient; mais ils ne sont pas seuls à s'affliger d'une perte à laquelle aucun de ceux qui s'intéressent aux sciences ne saurait rester indifférent.

Les liens d'affection qui nous unissaient et la part importante qu'il a prise à ce Journal nous font un devoir de retracer ici, en quelques lignes, cette carrière si courte et si bien remplie.

Il était né à Rouen, le 30 octobre 1844. Après de brillantes études au lycée Saint-Louis, il entra à l'École Polytechnique en 1862 et en sortit, deux années après, comme officier d'artillerie. Il prit part en cette qualité à la guerre de 1870-1871 et fut décoré pour action d'éclat sur le champ de bataille de Pont-Noyelles.

En 1872, il épousa M^{lle} Aron. Six enfants sont nés de cette heureuse union, qu'aucun nuage ne vint jamais assombrir. A défaut d'une longue existence, Halphen aura eu du moins le bonheur inestimable de trouver dans la douce intimité de son foyer une consolation dans les peines de la vie et un encouragement pour ses travaux.

En 1873, il entra à l'École Polytechnique comme répétiteur, fonction qu'il exerça pendant quatorze ans. Chargé en outre des examens d'ad-

mission pendant les trois dernières années, il laissa dans ce trop court passage le souvenir d'un examinateur incomparable.

En 1886, il fut élu membre de l'Académie des Sciences, à la presque unanimité des suffrages.

L'année suivante, il se décida à quitter l'École Polytechnique pour prendre un service plus actif dans l'armée. Cette détermination inspira un peu d'inquiétude à quelques-uns de ses amis. Ils se demandaient si ces nouvelles fonctions ne l'obligeraient pas à ralentir son activité mathématique et si l'acquisition faite par l'armée d'un excellent officier serait une compensation suffisante au dommage à craindre pour la Science. Qu'auraient-ils dit, s'ils avaient pu prévoir que, consacrant les jours à ses devoirs professionnels et les nuits à ses travaux scientifiques, leur pauvre ami, accablé sous cette tâche écrasante, serait si promptement ravi à leur affection !

Mais il ne mourra pas tout entier ; les OEuvres qu'il a laissées feront vivre son nom tant qu'il y aura des Mathématiques.

Son premier travail, *Sur l'intégration des équations linéaires*, date de 1864 ; mais c'est seulement en 1869 qu'il commença à donner sa mesure par ses recherches sur la *Géométrie énumérative*. Cette branche de la Science, alors toute nouvelle, a pour but de dénombrer les figures d'une espèce déterminée qui satisfont à un système de conditions donné.

La première question traitée par Halphen dans cet ordre d'idées est la suivante : « Trouver le nombre des droites communes à deux congruences données. » Il la résolut par une formule aussi simple qu'élégante.

Enhardi par ce premier succès, il aborda l'étude des systèmes de coniques, qui formait alors le principal objet de cette géométrie nouvelle. On s'occupait surtout de rechercher combien, dans un système de coniques défini par quatre conditions, il y en a qui satisfassent à une nouvelle condition donnée.

M. de Jonquières avait montré le premier que, dans un grand nombre de cas, le nombre cherché est égal à $\alpha\mu$, μ désignant l'ordre du système de coniques, et α un autre entier, ne dépendant que de la nouvelle condition. Chasles, qui s'était jeté avec une véritable passion dans cette recherche, à laquelle il a consacré toute la fin de sa vie, avait obtenu

par induction la formule plus générale $\alpha\mu + \beta\nu$, μ et ν désignant l'ordre et la classe du système, α et β deux entiers ne dépendant que de la condition. Les exemples fournis à l'appui de cette formule étaient si nombreux et si variés, que personne ne doutait plus qu'elle fût générale, bien qu'aucune démonstration tout à fait concluante n'en eût encore été apportée.

Halphen entreprit de donner cette démonstration; en 1873, il crut même y être parvenu. C'est ainsi qu'Abel préludait à ses immortels travaux sur les équations algébriques en essayant de résoudre l'équation du cinquième degré. La question était d'ailleurs si délicate que plusieurs géomètres éminents cédaient à la même époque à une illusion toute semblable. Il nous suffira de nommer Clebsch et M. Lindemann, qui s'est illustré depuis par sa découverte de la transcendance du nombre π .

Halphen ne tarda pas à s'assurer que certains cas singuliers échappaient à sa démonstration. Il n'était pas homme à reconnaître une erreur sans s'occuper aussitôt de la réparer. Il découvrit bientôt que ces exceptions étaient dues à la présence dans le système d'une variété de coniques dégénérées dont l'existence n'avait pas été soupçonnée avant lui, ce qui lui permit de fixer avec précision dans quels cas les formules de de Jonquières et de Chasles sont applicables. Il parvint enfin à la détermination complète du nombre des coniques satisfaisant à cinq conditions quelconques. Ce nombre s'exprime symboliquement par un produit de cinq facteurs, dont chacun ne dépend que d'une seule des conditions données.

Ce beau théorème, si différent de ce qu'on avait pu prévoir, tranchait définitivement cette question si longtemps controversée. Halphen pouvait désormais aborder de nouveaux champs de recherches.

La théorie des points singuliers fixa la première son attention. Cette étude, si importante à la fois pour la Géométrie et pour l'Analyse, était encore peu avancée. On avait bien analysé l'influence des « singularités ordinaires »; mais il restait beaucoup à dire sur les singularités plus complexes. Parmi les géomètres éminents qui se sont attachés à élucider ces questions, Halphen se mit au premier rang. Fidèle à son habitude constante de creuser tous les sujets qu'il touchait et de ne rien laisser d'inachevé, il n'y consacra pas moins de quinze Mémoires, où

sont traités successivement tous les points principaux de la théorie. Parmi les résultats, aussi nombreux que variés, qu'il a obtenus, nous nous bornerons à citer :

La détermination du nombre des intersections de deux courbes absorbées par un point singulier ;

Celle de l'abaissement produit dans la classe et dans le genre d'une courbe par la présence d'un point singulier ;

Deux démonstrations nouvelles et directes de la loi de la conservation du genre dans les transformations birationnelles ;

Deux méthodes nouvelles pour transformer une courbe quelconque en une autre qui n'ait plus que des singularités ordinaires ;

La découverte de la loi régulière suivant laquelle varient les ordres et les classes des développées successives d'une courbe ;

Enfin la détermination sur une courbe algébrique du nombre des points qui satisfont à une équation différentielle donnée.

En 1877, Halphen étendit la solution de ce dernier problème aux courbes gauches. Il annonçait en même temps être en mesure de traiter la même question pour les surfaces ; mais, entraîné vers d'autres recherches, il se borna à donner un exemple, en assignant le degré de la ligne des points paraboliques.

C'est en effet l'année suivante qu'il présentait à la Faculté des Sciences de Paris sa mémorable Thèse *Sur les invariants différentiels*. Il donne ce nom aux expressions différentielles qui se reproduisent à un facteur près par une transformation homographique. Partant de cette définition, il expose un procédé qui permet de les construire successivement sans en omettre aucun.

Un autre travail, qui suivit de près le premier, contient l'extension de ces principes aux invariants différentiels des courbes gauches. Comme application de cette théorie, il forme les équations différentielles des cubiques planes et gauches, des courbes biquadratiques, des lignes tracées sur les surfaces du second degré, etc. Ces exemples de calcul sont loin de donner une idée suffisante de la portée d'un travail par lequel la notion de l'invariance, déjà si féconde en Algèbre et en Géométrie, se trouvait transportée dans le Calcul infinitésimal ; mais un nouveau Mémoire d'Halphen ne tarda pas à la mettre en pleine lumière.

L'Académie des Sciences avait proposé comme sujet du Grand Prix des Sciences mathématiques pour 1880 la question suivante : « Perfectionner en quelque point important la théorie des équations différentielles linéaires à une seule variable indépendante. » Ce concours restera célèbre à plus d'un titre ; car c'est alors que les fonctions fuchsienues firent leur première apparition sous la plume de M. Poincaré. Halphen, de son côté, s'était proposé de déterminer les équations linéaires réductibles par un changement de variables aux formes que l'on sait intégrer. Nous ne saurions mieux faire, pour donner l'idée de ce grand travail, que de reproduire ici le texte du Rapport de M. Hermite :

« Dans les travaux dont la théorie des équations différentielles a été récemment l'objet, on a eu principalement en vue d'obtenir l'intégrale dans les cas où elle peut s'exprimer par des fonctions uniformes de la variable. Les belles découvertes de M. Fuchs, qui ont joué le principal rôle dans ces recherches, servent également de base pour l'étude plus profonde et plus difficile entreprise par l'auteur du Mémoire n° 1. Il part de ce fait que la transformée d'une équation différentielle linéaire obtenue en substituant à la variable indépendante une fonction quelconque d'une nouvelle variable est une équation linéaire de même ordre, et qu'il en est de même si l'on multiplie l'inconnue par une seconde fonction arbitraire de cette nouvelle variable. Cela étant, l'auteur se propose de déterminer ces deux fonctions, de manière que l'équation transformée soit à coefficients constants, ou bien soit intégrable au moyen de fonctions uniformes, simplement rationnelles ou doublement périodiques. Ces questions sont, comme l'on voit, aussi importantes que difficiles : la solution complète et générale, qui est exposée dans le Mémoire, montre un talent mathématique de l'ordre le plus élevé. Rien n'est plus intéressant que de voir s'introduire dans cette recherche de Calcul intégral les notions algébriques d'invariants qui ont pris naissance dans la théorie des formes, et ces nouvelles combinaisons faire apparaître les éléments cachés d'où dépend, sous ses diverses formes analytiques, l'intégration d'une équation donnée. C'est à M. Laguerre qu'est due l'idée ingénieuse et profonde des invariants et covariants des équations différentielles linéaires ; il en a tiré,

pour les équations du troisième et du quatrième ordre, plusieurs beaux théorèmes, et M. Brioschi s'est aussi occupé avec succès du même sujet; mais l'auteur du Mémoire que nous analysons en a encore mieux fait ressortir toute l'importance. Il y joint une considération qui joue également dans ses recherches un rôle essentiel, c'est celle du genre d'une équation algébrique entre deux variables, introduite en Analyse par Riemann et qui est si souvent employée dans les travaux de notre époque. Des applications exposées avec tous les détails nécessaires offrent un grand nombre de résultats entièrement nouveaux et du plus haut intérêt. Nous nous bornerons à citer comme particulièrement remarquables des équations du troisième et du quatrième ordre contenant un paramètre arbitraire, puis d'autres d'ordre impair se rattachant à la division de l'argument dans les fonctions elliptiques, dont la solution, qui n'est pas une fonction uniforme, est obtenue par ces transcendentes. Nous jugeons que ce Mémoire a ajouté à la théorie des équations différentielles linéaires des méthodes générales et des résultats d'une haute importance, et qu'il est digne du Grand Prix des Sciences mathématiques. »

Encouragé par cette haute approbation, Halphen poursuivit ses recherches dans ses Mémoires *Sur les invariants des équations différentielles du quatrième ordre* et *Sur un problème concernant les équations différentielles linéaires*. L'objet de ces travaux est de rechercher le parti que l'on peut tirer, pour l'intégration, du fait que l'on connaîtrait la valeur d'une fonction entière et homogène de ses solutions.

Le jugement de l'Académie, décernant à Halphen le Grand Prix des Sciences mathématiques était à peine rendu, lorsque l'Académie de Berlin proposa comme sujet de Concours pour le prix Steiner : « La solution d'une question importante dans la théorie des courbes gauches algébriques ». Halphen, qui avait déjà publié en 1870 une première Note sur la classification de ces courbes, revint à cette occasion sur cette œuvre de jeunesse et envoya au Concours un Mémoire étendu sur ce sujet aussi difficile qu'important. Cette classification avait été poussée avec peine jusqu'aux courbes du sixième degré; Halphen établit les principes qui manquaient pour aller plus loin et montra

toute l'excellence de sa méthode en donnant à titre d'exemple le tableau complet des courbes des vingt premiers degrés et des courbes de degré 120. L'Académie ne pouvait hésiter à récompenser ce beau travail, qui fut couronné conjointement avec un Mémoire de M. Nöther.

En dehors de ces œuvres maîtresses, Halphen trouvait encore le temps de produire de nombreux Mémoires sur des sujets variés de Géométrie ou d'Arithmétique et surtout sur la théorie des séries. Nous ne nous y arrêterons pas, car nous avons hâte d'arriver à la dernière évolution de ce grand esprit.

Après son élection à l'Académie des Sciences, au commencement de 1886, Halphen porta toute son activité sur les fonctions elliptiques. Leur théorie lui était depuis longtemps familière : il en avait fait d'heureuses applications à l'intégration de certaines classes d'équations linéaires, à des problèmes variés de Géométrie, à l'étude de la courbe élastique ; mais il voulut aller plus loin et doter la France d'un *Traité* complet, au courant des derniers progrès de la Science, et où les applications trouvassent enfin, à côté de la théorie générale, la place qui leur est due à tant de titres. Deux Volumes de ce grand Ouvrage parurent coup sur coup avec une incroyable rapidité et dépassèrent encore l'attente des géomètres. Restait un troisième et dernier Volume, où devaient se trouver exposées les applications à l'Algèbre et à la théorie des nombres. C'était la partie la plus ardue de la tâche, et notre pauvre ami s'y livrait avec un acharnement qui devait lui être fatal. Déjà le travail de préparation approchait de son terme ; mais Halphen, croyant pouvoir compter sur l'avenir, avait remis à plus tard le soin de la rédaction. Les deux premiers Chapitres sont seuls achevés ; de tout le reste de cet immense labeur il ne subsiste plus qu'un monceau de calculs épars et dépourvus de tout texte explicatif, à l'exception de quelques rares fragments.

Liste des travaux mathématiques de GEORGES-HENRI HALPHEN.

Les années indiquées sont celles de la publication (1).

N ^o	Années
I. — GÉOMÉTRIE DES COMPLEXES ET DES CONGRUENCES DE DROITES.	
1. Sur le nombre de droites qui satisfont à des conditions données. [<i>Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences</i> , t. LXVIII, p. 142 (4 pages).].....	1869
2. Sur les droites qui satisfont à des conditions données. [<i>Comptes rendus</i> , t. LXXIII, p. 1441 (4 pages).].....	1871
3. Sur les droites qui satisfont à des conditions données. [<i>Comptes rendus</i> , t. LXXIV, p. 41 (4 pages).].....	1872
4. Applications nouvelles d'une proposition sur les congruences de droites. [<i>Bulletin de la Société mathématique de France</i> , t. I, p. 253 (4 pages).].....	1873
II. — THÉORIE DES CARACTÉRISTIQUES POUR LES CONIQUES.	
5. Sur les caractéristiques dans la théorie des coniques sur le plan et dans l'espace, et des surfaces du second ordre. [<i>Comptes rendus</i> , t. LXXVI, p. 1074 (4 pages).].....	1873
6, 7, 8. Mémoire sur la détermination des coniques et des surfaces du second ordre, en trois Parties. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. I, p. 130 et 226; t. II, p. 11 (48 pages).].....	1873
9. Sur les caractéristiques des systèmes de coniques. [<i>Comptes rendus</i> , t. LXXXIII, p. 537 (4 pages).].....	1876
10. Sur les caractéristiques des systèmes de coniques et de surfaces du second ordre. [<i>Comptes rendus</i> , t. LXXXIII, p. 886 (4 pages).].....	1876
11, 12. Sur la théorie des caractéristiques pour les coniques. [<i>Proceedings of the London Mathematical Society</i> , t. IX, n ^{os} 133 et 134 (23 pages); <i>Mathematische Annalen</i> , t. XV, p. 16].].....	1877

(1) Nous devons la Communication de cette liste à l'obligeance de M. Guccia.

N ^o .	Année.
13. Sur les caractéristiques des systèmes de coniques et de surfaces du second ordre. [<i>Journal de l'École Polytechnique</i> , XLV ^e Cahier, p. 27 (63 pages).].....	1878
14. Sur le nombre des coniques qui, dans un plan, satisfont à cinq conditions projectives et indépendantes entre elles. [<i>Proceedings of the London Mathematical Society</i> , t. X, n ^{os} 145 et 146 (13 pages).].....	1878
15. Observations sur la théorie des caractéristiques. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. VIII, p. 31 (4 pages).] — Réponse de M. SCHUBERT. (<i>Ibid.</i> , p. 60.).....	1879

III. — THÉORIE GÉNÉRALE DES COURBES ALGÈBRIQUES.

16. Sur les points singuliers des courbes algébriques planes. [<i>Comptes rendus</i> , t. LXXVIII, p. 1105 (3 pages).].....	1874
17. Sur un point de la théorie des fonctions abéliennes. [<i>Comptes rendus</i> , t. LXXVIII, p. 1833 (4 pages).].....	1874
18. Sur certaines perspectives gauches des courbes planes algébriques. [<i>Comptes rendus</i> , t. LXXX, p. 638 (4 pages).].....	1875
19. Sur le genre des courbes algébriques. [<i>Association française</i> . Compte rendu de la quatrième session (Nantes), p. 237 (8 pages).].....	1875
20. Sur la conservation du genre des courbes algébriques dans les transformations uniformes. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. IV, p. 29 (13 pages).].....	1875
21. Sur les points d'une courbe ou d'une surface qui satisfont à une condition exprimée par une équation différentielle ou aux dérivées partielles. [<i>Comptes rendus</i> , t. LXXXI, p. 1053 (3 pages).].....	1875
22. Sur une question d'élimination ou sur l'intersection de deux courbes en un point singulier. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. III, p. 76 (17 pages).].....	1875
23. Sur le contact des courbes planes avec les coniques et les courbes du troisième degré. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. IV, p. 59 (26 pages).].....	1875
24. Sur les correspondances entre les points de deux courbes. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. V, p. 7 (11 pages).].....	1876
25. Sur une série de courbes, analogues aux développées [<i>Journal de Mathématiques</i> , 3 ^e série, t. II, p. 87 (58 pages).].....	1876
26. Sur la recherche des points d'une courbe algébrique plane, qui satisfont à une condition exprimée par une équation différentielle algébrique et sur les questions analogues dans l'espace [<i>Journal de Mathématiques</i> , 3 ^e série, t. II, p. 257 et 371, 72 pages].].....	1876

N ^o .	Années.
27. Sur les points singuliers des courbes algébriques planes. [<i>Recueil des Savants étrangers</i> , t. XXVI (112 pages).].....	1877
28. Sur les lignes singulières des surfaces algébriques. [<i>Annali di Matematica pura ed applicata</i> , 2 ^e série, t. IX, p. 68 (38 pages).]..	1877
29. Sur les points singuliers des courbes gauches. [<i>Association française. Compte rendu de la sixième session</i> (le Havre), p. 132 (10 pages).].....	1877
30. Sur les singularités des courbes gauches algébriques. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. VI, p. 10 (17 pages).].....	1877
31. Étude sur les points singuliers des courbes algébriques planes [<i>Appendice au Traité de Géométrie analytique (Courbes planes)</i> , par G. SALMON, Ouvrage traduit de l'anglais par O. CHEMIN; Paris, Gauthier-Villars, 1884 (144 pages).].....	1884

IV. — CLASSIFICATION DES COURBES GAUCHES ALGÈBRIQUES.

32. Mémoire sur les courbes gauches algébriques (Extrait). [<i>Comptes rendus</i> , t. LXX, p. 380 (4 pages).].....	1870
33. Sur les courbes tracées sur les surfaces du second ordre. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. I, p. 19 (2 pages).].....	1872
34. Recherches de Géométrie à n dimensions. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. II, p. 34 (19 pages).].....	1873
35. Sur quelques propriétés des courbes gauches algébriques (<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. II, p. 69 (4 pages).].....	1874
36. Mémoire sur la classification des courbes gauches algébriques (couronné par l'Académie de Berlin). [<i>Journal de l'École Polytechnique</i> , LII ^e Cahier, p. 1 (200 pages).].....	1882

V. — ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ET INVARIANTS.

37. Sur l'intégration des équations linéaires. [<i>Comptes rendus</i> , t. LVIII, p. 471 (4 pages).].....	1864
38. Sur les invariants différentiels. [<i>Thèse</i> . Paris, Gauthier-Villars; 1878 (61 pages).].....	1878
39. Sur les invariants différentiels des courbes gauches. [<i>Journal de l'École Polytechnique</i> , XLVII ^e Cahier, p. 1 (102 pages).].....	1880
40. Sur une classe d'équations différentielles linéaires. [<i>Comptes rendus</i> , t. XCII, p. 779 (3 pages).].....	1881
41. Sur des fonctions qui proviennent de l'équation de Gauss. [<i>Comptes rendus</i> , t. XCII, p. 856 (3 pages).].....	1881
42. Sur un système d'équations différentielles [<i>Comptes rendus</i> , t. XCII, p. 1101 (3 pages).].....	1881

N ^o .	Années.
43. Sur certains systèmes d'équations différentielles. [<i>Comptes rendus</i> , t. XCII, p. 1404 (3 pages).]	1881
44. Mémoire sur la réduction des équations différentielles linéaires aux formes intégrables (couronné par l'Académie des Sciences). [<i>Recueil des Savants étrangers</i> , t. XXVIII (301 pages).]	1883
45. Sur quelques équations différentielles linéaires du quatrième ordre. [<i>Comptes rendus</i> , t. XCVII, p. 247 (3 pages).]	1883
46. Sur les invariants des équations différentielles linéaires du quatrième ordre. [<i>Acta mathematica</i> , t. III, p. 325 (56 pages).]	1883
47. Sur une équation différentielle linéaire du troisième ordre. (Extrait d'une Lettre adressée à M. F. Klein.) [<i>Mathematische Annalen</i> , t. XXIV, p. 461 (4 pages).]	1884
48, 49, 50. Sur les multiplicateurs des équations différentielles linéaires (3 Notes). [<i>Comptes rendus</i> , t. XCVII, p. 1408 et 1541, et t. XCVIII, p. 134 (9 pages).]	1883 et 1884
51. Sur un problème concernant les équations différentielles linéaires. [<i>Journal de Mathématiques</i> , 4 ^e série, t. 1, p. 11 (75 pages).]	1885
52. Sur les formes quadratiques dans la théorie des équations différentielles linéaires. [<i>Comptes rendus</i> , t. CI, p. 664 (3 pages).]	1885
53. Sur une nouvelle classe d'équations différentielles linéaires intégrables. [<i>Comptes rendus</i> , t. CI, p. 1238 (3 pages).]	1885

VI. — FONCTIONS ELLIPTIQUES.

54. Sur la multiplication dans les fonctions elliptiques. [<i>Comptes rendus</i> , t. LXXXVIII, p. 414 (3 pages).]	1879
55. Sur l'intégration d'une équation différentielle. [<i>Comptes rendus</i> , t. LXXXVIII, p. 562 (3 pages).]	1879
56. Sur deux équations aux dérivées partielles, relatives à la multiplication de l'argument dans les fonctions elliptiques. [<i>Comptes rendus</i> , t. LXXXVIII, p. 698 (3 pages).]	1879
57. Sur le développement d'une fonction intermédiaire. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. VII, p. 92 (7 pages).]	1879
58. Sur certaines propriétés métriques, relatives aux polygones de Poncelet. [<i>Journal de Mathématiques</i> , 3 ^e série, t. V, p. 285 (3 pages).]	1879
59. Recherches sur les courbes planes du troisième degré. [<i>Mathematische Annalen</i> , t. XV, p. 359 (20 pages).]	1879
60. Problème concernant les courbes planes du troisième degré. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. IX, p. 95 (17 pages).]	1880
61. Sur les courbes planes du sixième degré à neuf points doubles. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. X, p. 162 (11 pages).]	1882

N ^o .	Années.
62. Sur une courbe élastique. [<i>Comptes rendus</i> , t. XCVIII, p. 422 (3 pages).].....	1884
63. Note sur l'inversion des intégrales elliptiques. [<i>Journal de l'École Polytechnique</i> , LIV ^e Cahier, p. 171 (11 pages).].....	1884
64. Sur une courbe élastique. [<i>Journal de l'École Polytechnique</i> , LIV ^e Cahier, p. 183 (67 pages).].....	1884
65. Traité des fonctions elliptiques et de leurs applications. — PREMIÈRE PARTIE : Théorie des fonctions elliptiques et de leurs développements en séries. Un volume grand in-8 ^o de VIII-492 pages. Paris, Gauthier-Villars, 1886.....	1886
66. Sur le problème de Gauss, concernant l'attraction d'un anneau elliptique. [<i>Comptes rendus</i> , t. CIII, p. 363 (4 pages).].....	1886
67. Sur le mouvement d'un solide dans un liquide. [<i>Comptes rendus</i> , t. CIV, p. 807 (4 pages).].....	1887
68. Un théorème sur les lignes géodésiques de l'ellipsoïde de révolution allongé. [<i>Comptes rendus</i> , t. CV, p. 535 (1 page).].....	1887
69. Un théorème sur les arcs des lignes géodésiques des surfaces de révolution du second degré. [<i>Comptes rendus</i> , t. CV, p. 583 (2 pages).].....	1887
70. Sur le mouvement d'un solide dans un liquide. [<i>Journal de Mathématiques</i> , 4 ^e série, t. IV, p. 5 (77 pages).].....	1888
71. Sur l'équation d'Euler (Extrait d'une Lettre adressée à M. G.-B. Guccia). [<i>Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo</i> , t. II, p. 40 (5 pages).].....	1888
72. Traité des fonctions elliptiques et de leurs applications. — DEUXIÈME PARTIE : Applications à la Mécanique, à la Physique, à la Géodésie, à la Géométrie et au Calcul intégral. Un volume grand in-8 ^o de 659 pages. Paris, Gauthier-Villars, 1888.....	1888
73. Sur les intégrales pseudo-elliptiques. [<i>Comptes rendus</i> , t. CVI, p. 1263 (8 pages).].....	1888
74. Sur la multiplication complexe dans les fonctions elliptiques et, en particulier, sur la multiplication par $\sqrt{-23}$ [<i>Journal de Mathématiques</i> , 4 ^e série, t. V, p. 5 (48 pages).].....	1889
75. Sur la résolvante de Galois dans la division des périodes elliptiques par 7. [<i>Comptes rendus</i> , t. CVIII, p. 476 (2 pages).].....	1889

VII. — THÉORIE DES NOMBRES.

76. Sur le caractère biquadratique du nombre 2. [<i>Comptes rendus</i> , t. LXVI, p. 190 (4 pages).].....	1868
77. Sur une formule récurrente concernant les sommes des diviseurs des	

	Années
nombres entiers. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. V, p. 158 (2 pages).].....	1877
78. Sur des suites de fractions, analogues à la suite de Farey. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. V, p. 170 (6 pages).].....	1877
79. Sur les sommes des diviseurs des nombres entiers, et les décompositions en deux carrés. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. VI, p. 119 (2 pages).].....	1878
80. Sur diverses formules récurrentes concernant les diviseurs des nombres entiers. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. VI, p. 173 (16 pages).].....	1878
81. Sur l'approximation des sommes de fonctions numériques. [<i>Comptes rendus</i> , t. XCVI, p. 634 (3 pages).].....	1883

VIII. — THÉORIE DES SÉRIES.

82. 83. Sur certaines séries pour le développement des fonctions d'une variable (deux Notes). [<i>Comptes rendus</i> , t. XCIII, p. 781 et 833 (6 pages).].....	1881
84. Sur quelques séries pour le développement des fonctions à une seule variable. [<i>Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques</i> , 2 ^e série, t. V, p. 462 (27 pages).].....	1881
85. Sur une série d'Abel. [<i>Comptes rendus</i> , t. XCIII, p. 1003 (3 pages).].....	1881
86. Sur une série d'Abel. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. X, p. 67 (21 pages).].....	1881
87. Sur une série pour développer les fonctions d'une variable. [<i>Comptes rendus</i> , t. XCV, p. 609 (3 pages).].....	1882
88. 89. Sur la série de Fourier. [<i>Comptes rendus</i> , t. XCV, p. 1217, et t. XCVI, p. 188.].....	1882 et 1883

IX. — SUJETS DIVERS.

90. Sur le mouvement d'une droite. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. I, p. 114 (3 pages).].....	1873
91. Sur un problème de probabilités. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. I, p. 221 (3 pages).].....	1873
92. Sur le déplacement d'un solide invariable. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. II, p. 56 (7 pages).].....	1874
93. Sur un point de la théorie du contact. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. II, p. 94 (3 pages).].....	1874
94. Sur le contact des surfaces. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. III, p. 28 (10 pages).].....	1874
95. Propriétés relatives à la courbure de la développée d'une surface quelconque. [<i>Comptes rendus</i> , t. LXXX, p. 116 (4 pages).].....	1875

N ^o .	Années.
96. Sur un point de la théorie des surfaces. [<i>Comptes rendus</i> , t. LXXX, p. 258 (4 pages).].....	1875
97. Sur les ordres et les classes de certains lieux géométriques. [<i>Comptes rendus</i> , t. LXXXIII, p. 705 (4 pages).].....	1876
98. Sur une proposition générale de la théorie des coniques. (Cette proposition est due à Steiner). [<i>Comptes rendus</i> , t. LXXXIII, p. 791 (3 pages).].....	1876
99. Théorèmes concernant les surfaces dont les rayons de courbure principaux sont liés par une relation. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. IV, p. 94 (2 pages).].....	1876
100, 101. Deux théorèmes énoncés sans démonstration dans les procès-verbaux de la Société mathématique. (<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. III, p. 183, et t. VI, p. 79.).....	1875 et 1877
102. Sur les lignes asymptotiques des surfaces gauches, douées de deux directrices rectilignes. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. V, p. 134 (2 pages).].....	1877
103. Sur les lois de Kepler, solution d'un problème proposé par M. J. Bertrand. [<i>Comptes rendus</i> , t. LXXXIV, p. 939 (3 pages).]....	1877
104. Sur une proposition d'Algèbre. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. V, p. 160 (3 pages).].....	1877
105. Sur les lois de Kepler. <i>Bulletin de la Société philomathique</i> , 7 ^e série, t. I, p. 89 (2 pages).].....	1878
106. Sur la réduction de certaines équations différentielles. [<i>Comptes rendus</i> , t. LXXXVII, p. 471 (3 pages).].....	1878
107. Sur certains cas singuliers du déplacement d'un corps solide. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. VIII, p. 18 (2 pages).]....	1879
108. Sur l'équation différentielle des coniques. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. VII, p. 83 (1 page).].....	1879
109. Sur une formule d'Analyse. [<i>Bulletin de la Société mathématique</i> , t. VIII, p. 62 (3 pages).].....	1880
110. 111. 112. Sur un critérium relatif à la théorie des coniques. [<i>Bulletin de la Société philomathique</i> de 1882; <i>Nouvelles Annales</i> de 1882; et <i>Comptes rendus de l'Association britannique</i> (York, 1881).].....	1881
113. Sur la théorie du déplacement. [<i>Nouvelles Annales</i> , 3 ^e série, t. I (4 pages).].....	1883
114. Formules d'Algèbre, résolution des équations du troisième et du quatrième degré. [<i>Nouvelles Annales</i> , 3 ^e série, t. IV (20 pages).].	1885
115. Notice sur les travaux mathématiques de M. G.-H. Halphen. Paris, Gauthier-Villars, 1885 (52 pages)......	1885
116. Sur le mouvement d'un corps grave de révolution, suspendu par un point de son axe. [<i>Comptes rendus</i> , t. C, p. 1065 (3 pages).]....	1885

N ^o .	Années.
117. Sur la convergence d'une fraction continue algébrique. [<i>Comptes rendus</i> , t. C, p. 1451 (3 pages).].....	1885
118. Notice sur les Œuvres de M. Bouquet (Jean-Claude), membre de l'Académie des Sciences. [<i>Comptes rendus</i> , t. CII, p. 1267 (6 pages).].....	1886
119. Discours prononcé aux obsèques de M. Edmond Laguerre, au nom de l'École Polytechnique. [<i>Comptes rendus</i> , t. CIII, p. 425 (1 page).].....	1886
120. Rapport sur les Mémoires présentés pour le Grand Prix des Sciences mathématiques en 1886. [<i>Comptes rendus</i> , t. CIII, p. 1302 (3 pages).].....	1886
121. Sur la convergence d'une fraction continue algébrique. [<i>Comptes rendus</i> , t. CVI, p. 1326 (4 pages).].....	1888
122. Extrait d'une Lettre adressée à M. Rouché. [<i>Nouvelles Annales de Mathématiques</i> , 3 ^e série, t. VII, p. 204 (1 page).].....	1888

