

JOURNAL  
DE  
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

---

JMPA

Prix de l'Académie des Sciences de Göttingue

*Journal de mathématiques pures et appliquées 5<sup>e</sup> série*, tome 4 (1898), p. 449-450.

[http://www.numdam.org/item?id=JMPA\\_1898\\_5\\_4\\_449\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1898_5_4_449_0)

 gallica

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Gallica de la Bibliothèque nationale de France  
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc  
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc  
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

*Prix de l'Académie des Sciences de Göttingue.*

Question proposée pour l'année 1901 :

*Donner pour un domaine de rationalité quelconque la loi de réciprocité pour les résidus des puissances  $l^{\text{èmes}}$ , où  $l$  est un nombre premier impair.*

*Commentaire* (1). — Soit  $l$  un nombre premier impair,  $\zeta$  une racine  $l^{\text{ème}}$  de l'unité, différente de 1,  $k$  un domaine de rationalité contenant le nombre  $\zeta$  : cela posé, si l'on désigne par  $\nu, \mu$  deux nombres entiers du domaine  $k$ , par  $\mathfrak{w}$  un idéal premier de  $k$ , la loi de réciprocité pour les résidus des puissances  $l^{\text{èmes}}$  la plus générale dans le domaine  $k$  peut être mise sous la forme

$$\prod_{(\mathfrak{w})} \left( \frac{\nu, \mu}{\mathfrak{w}} \right) = 1,$$

le produit  $\prod$  s'étendant sur tous les idéaux premiers  $\mathfrak{w}$  du domaine  $k$  et le symbole  $\left( \frac{\nu, \mu}{\mathfrak{w}} \right)$  signifiant une racine  $l^{\text{ème}}$  de l'unité, déterminée d'une manière unique par les nombres  $\nu, \mu$  et l'idéal premier  $\mathfrak{w}$ . On demande d'énoncer complètement les théorèmes spéciaux contenus dans cette loi de réciprocité générale et de donner la démonstration de la loi au moins dans quelques cas spéciaux ou sous des hypothèses

(1) Pour les notations, voir HILBERT, *Berichte der deutschen Mathematiker Vereinigung : Die Theorie der algebraischen Zahlkörper* : 1897. Cap. XXIX.

**450 PRIX DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE GÖTTINGUE.**

**simplifiantes proprement choisies. Une grande valeur sera attachée au calcul de quelques exemples numériques propres à éclaircir et confirmer ladite loi.**

**Le prix est de mille marks.**

**Les Mémoires destinés au concours seront reçus jusqu'au 1<sup>er</sup> février 1901 par MM. les Secrétaires de l'Académie; ils porteront une devise et seront accompagnés d'un pli cacheté, portant la devise à son extérieur et renfermant le nom et l'adresse de l'auteur.**