JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES
FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874
PAR JOSEPH LIOUVILLE

MARC KRASNER

Remarque au sujet d'« Une généralisation de la notion de corps »

Journal de mathématiques pures et appliquées 9e série, tome 18 (1939), p. 417-418.
<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1939_9_18__417_0>

Remarque au sujet d' « *Une généralisation de la notion de corps* » (*Journ. de Math.*, 1938, p. 367-385) par MARC KRASNER.

La démonstration de la *loi d'isomorphisme* des pages 379-380 de mon travail contient un raisonnement, à savoir celui des lignes 3-14 de la page 380, qui est insuffisant. Ce raisonnement était destiné à prouver le résultat suivant : ε *étant un isomorphisme d'un corps* K *dans un ensemble* E *à un corps* K′ *dans un ensemble* E′, *g étant le groupe auquel* K *appartient dans* E, P *étant un point normal engendré par* E, $\varepsilon r_{\mathrm{P}}^{(g)}$ *est de la forme* $r_{\mathrm{P}'}^{(g')}$, *où* $g' = g_{\mathrm{E}'/\mathrm{K}'}$ *et où* P′ *est un point normal engendré par* E′. Or, le raisonnement dans le texte ne démontre que ceci (en conservant toutes les notations du travail) : 1° $\varepsilon r_{\mathrm{P}}^{(g)}$ définit K′; 2° tout $\mathrm{P}' \in \mathcal{D}(\varepsilon r_{\mathrm{P}}^{(g)})$ est semi-normal; 3° si $\mathrm{P}' \in \mathcal{D}(\varepsilon r_{\mathrm{P}}^{(g)})$, il n'existe aucun $\overline{\mathrm{P}}' \in \mathcal{D}(\varepsilon r_{\mathrm{P}}^{(g)})$ tel que $\mathrm{E}'_{\overline{\mathrm{P}}'} \subsetneqq \mathrm{E}'_{\mathrm{P}'}$; 4° $\mathrm{E}'_{\varepsilon r_{\mathrm{P}}^{(g)}} = \mathrm{E}'$. Manifestement, si l'on avait encore prouvé l'existence d'un $\mathrm{P}' \in \mathcal{D}(\varepsilon r_{\mathrm{P}}^{(g)})$ *normal*, la proposition cherchée serait démontrée. Mais voici un raisonnement plus simple que celui du texte et qui la démontre directement : $r_{\mathrm{P}}^{(g)}$ est une relation irréductible de K. Donc, puisque ε est un isomorphisme, $\varepsilon r_{\mathrm{P}}^{(g)}$ est une relation irréductible de $\varepsilon \mathrm{K} = \mathrm{K}'$. Elle est donc de la forme $r_{\mathrm{P}'}^{(g')}$, où P′ est un point engendré par E′, et où $g' = g_{\mathrm{E}'/\mathrm{K}'}$.

Il est visible que pour qu'un point P soit normal, il faut et il suffit que : 1° il soit semi-normal; 2° pour tout $\mathrm{W} \subset \mathrm{U}_\Omega$ ($\Omega \geqq \dim.\ \mathrm{P}$) tel que $p\mathrm{W} = \dim.\ \mathrm{P}$ et pour tout $\overline{\mathrm{P}} \in \mathrm{P}^{(\mathrm{W})}$, il existe un $\lambda \in \Lambda'_\Omega$ tel que $\lambda \overline{\mathrm{P}} = \overline{\mathrm{P}}$ (cette condition équivaut à ce que $\mathrm{E}_p = \mathrm{E}$). Donc, r étant une relation, pour que tout $\mathrm{P} \in \mathcal{D}(r)$ soit normal, il faut et il suffit que : 1° $r^+ = r$; 2° pour tout $\mathrm{W} \subset \mathrm{U}_\Omega$ ($\Omega \geqq \dim.\ \mathrm{P}$) tel que $p\mathrm{W} = \dim.\ \mathrm{P}$, $[r^{(\mathrm{W})}, (\Lambda'^{*}_\Omega)] = r^{(\mathrm{W})}$. Ces conditions sont conservées par toute transmutation conservative. Donc puisqu'elles sont satisfaites pour $r = r_{\mathrm{P}}^{(g)}$, elles le sont pour $r = \varepsilon r_{\mathrm{P}}^{(g)} = r_{\mathrm{P}'}^{(g')}$. Donc, tout point de $\mathcal{D}(r_{\mathrm{P}'}^{(g')})$, et, en particulier, P′, est normal. Il en résulte, en particulier, que $p\mathrm{E}' = \dim.\ \mathrm{P}' = \dim.\ \mathrm{P} = p\mathrm{E}$.

Je profite de la circonstance pour rectifier ci-dessous plusieurs errata qui s'étaient glissés dans le texte du travail dont nous venons de parler.

page	ligne	*au lieu de*	*lire*
370	2	$r^{+} = \left[r, [\overline{\Lambda'^{*}}]\right]$	$r^{+} = \left[r^{\bullet}, [\overline{\Lambda'^{*}}]\right]$
	7	r^{W}	r_{W}
372	22	$(\mathrm{S} = (\mathcal{R}, \mathrm{E}) \uparrow \Omega_0)$, $\mathcal{R}^{f \uparrow \Omega_0} \subseteq \mathcal{R}^{g, \Omega}$	$(\mathrm{S} = (\mathcal{R}, \mathrm{E}) \downarrow \Omega_0)$, $\mathcal{R}_{f \downarrow \Omega_0} \subseteq \mathcal{R}_{g, \Omega}$
	27	U_{PE}	$\mathrm{U}_{p\mathrm{E}}$
	27	Λ_{PW}	$\Lambda_{p\mathrm{W}}$
373	16	$r^{+} = r$	$r_1^{+} = r_1$
	27	$r_{*}(\mathrm{P}) = \mathrm{O}^{*}$	$r_{\bullet}(\mathrm{P}) = \mathrm{O}^{*}$
374	2	$\lambda_{\overline{\mathrm{P}}'}^{-1}(r_0^{+})\mathrm{w}_{\mathrm{P}'}(\mathrm{P}')$	$\lambda_{\overline{\mathrm{P}}'}^{-1}(r_{\bullet}^{+})\mathrm{w}_{\mathrm{P}'}(\mathrm{P}')$
377	2	$[\ ]$, λ, w, ${}^{(\mathrm{W})}$	$[\ ]$, λ, w
	6	de relation de cette nature	de relations dont les premières réduites sont de cette nature
	8	$s = \mathcal{R}(\mathrm{E})$	$\mathrm{S} = (\mathcal{R}, \mathrm{E})$
	10	$r_{\mathrm{P}'}^{(g)}$	$(r_{\mathrm{P}'}^{(g)})^{\bullet}$
	12	K_p	K
	30	$r \in \mathrm{K}$,	; $r \in \mathrm{K}$
	35	corps K tel que $\overline{\mathrm{K}} > \mathrm{K} > k$.	corps $\overline{\mathrm{K}}$ tel que $\mathrm{K} > \overline{\mathrm{K}} > k$.
379	14	*tranjuguée*	*transjuguée*
380	4-5 et 7-8	un produit des fonctions logiques directes de $r_{\mathrm{P}}^{(g)}$ et des λ^{*} dépendant effectivement de $r_{\mathrm{P}}^{(g)}$.	un produit de relations dont les premières réduites sont des fonctions logiques directes de $r_{\mathrm{P}}^{(g)}$.
	25	$=_{e' \in \mathrm{E}'} \{$	$= \{$
383	22	$\mathrm{K}^0/k \bigcup\limits_{e \in g_{\mathrm{K}/k}} \varepsilon \mathrm{K}$	$\mathrm{K}^0/k = \bigcup\limits_{\varepsilon \in g_{\mathrm{K}/k}} \varepsilon \mathrm{K}$
	22	*Galois* $\varepsilon \in g_{\mathrm{K}/k}$	*Galois*
	23	$\bigcap\limits_{\sigma \in g_{\mathrm{E}/k}} \sigma g_{\mathrm{E}/\mathrm{K}} \sigma - 1$	$\bigcap\limits_{\sigma \in g_{\mathrm{E}/k}} \sigma g_{\mathrm{E}/\mathrm{K}} \sigma^{-1}$
384	13	joue	est joué par
385	17	$(x - e)$	$[x - e]$
	21	surcorps de k.	surcorps de degré fini de k

ERRATA G. GIRAUD.

Page 125, ligne 10, *au lieu de* $d\Gamma$, *lire* $dS\Gamma$;
Page 131, ligne 1, *au lieu de* origine Ξ, *lire* origine Ξ'.