Journal de la société statistique de Paris

Bertillon

Des diverses manières de mesurer la durée de la vie humaine

Journal de la société statistique de Paris, tome 7 (1866), p. 45-64
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1866__7__45_0>

© Société de statistique de Paris, 1866, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

Numdam

Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

JOURNAL

DE LA

SOCIÉTÉ DE STATISTIQUE DE PARIS.

FACULTÉ DE DROIT
SALLE DE TRAVAIL
ÉTUDES ÉCONOMIQUES & STATISTIQUES

I.

Des diverses manières de mesurer la durée de la vie humaine.

(*Vie moyenne, vie probable, âge moyen des décédés, etc., en France et dans quelques départements. — Listes et Tables mortuaires;* idem *de population. — Table de mortalité;* idem *de survie, en France, pour la période* 1840-1859.)

1° Il est inutile d'insister, dans un recueil de cette nature, sur la grande importance, pour les investigations de l'hygiène, d'une appréciation aussi exacte que possible de la durée de la vie humaine. C'est un fait dont la connaissance est plus familière aux statisticiens qu'aux médecins, que, lorsqu'une influence, même très-légère, salutaire ou nuisible, s'étend sur un grand nombre d'individus, elle a pour résultat presque nécessaire d'agir sur la santé et, par suite, sur la mortalité dont elle affaiblit ou accroît l'intensité dans une proportion toujours appréciable, au moins si sa durée et les nombres observés sont suffisamment grands. Ce fait une fois bien constaté, il est naturel et légitime que la longueur de la vie soit prise comme mesure des conditions sanitaires des diverses collectivités humaines.

Cette idée a fait fortune, et fortune peut-être trop rapide. Partout, aujourd'hui, nous voyons en effet citer des chiffres qui se donnent comme la véritable mesure de la vitalité et, par suite, de la salubrité.

2° Je n'hésite pas à affirmer que la plupart de ces mesures sont fautives; je dis *ces* mesures, car je connais jusqu'à *onze* manières *différentes* d'apprécier la mortalité d'une collectivité ou agrégation d'individus. Chacune d'elles, appliquée isolément aux agrégations dont on veut comparer la vitalité, donne des résultats tellement divergents, qu'il est presque toujours possible d'en trouver une qui attribue une vitalité très-satisfaisante au groupe pour lequel on a une sympathie particulière.

3° J'ai calculé comme exemple, dans le tableau ci-joint, pour la France en général et pour six départements *pris au hasard*, la mesure de la vitalité d'après dix des onze méthodes dont je viens de parler (je donne plus loin les modes de calcul et les vraies significations de ces valeurs).

(1er TABLEAU.) TABLE DES DIVERSES MESURES EMPLOYÉES POUR LA DÉTERMINATION DE LA DURÉE DE LA VIE.

DÉPARTEMENTS PRIS AU HASARD. 1840-1849.	(A) MESURES OBTENUES SUR LES TABLES.						(B) MORTALITÉ A CHAQUE GROUPE D'AGES OBTENUE SUR LES LISTES								(C) VALEURS OBTENUES SUR LES LISTES.											
	Nos d'ord.	Vie moyen. V_m (a)	Nos d'ord.	Vie probable V_p (b)	Nos d'ord.	Mortalité générale. (c)	Nos d'ord.	de 0 à 5 ans.	Nos d'ord.	de 5 à 15 ans.	Nos d'ord.	de 15 à 60 ans.	Nos d'ord.	de 60 à la fin.	Nos d'ord.	Mortalité générale. (d)	Nos d'ord.	Ad (e)	Nos d'ord.	$\frac{P}{S_0}$ (f)	Nos d'ord.	$\frac{P}{D}$ (g)	Nos d'ord.	$\frac{P}{\frac{1}{2}(S_0+D)}$ (h)	Nos d'ord.	Ap (j)
Lot	1	44.9	1	55.3	1	0.0222	3	0.064	1	0.00480	1	0.0088	1	0.068	3	0.02126	2	39.9	2	40.45	1	48.45	2	44.2	2	43.0
Gironde	2	45.3	3	52.3	2	0.0226	2	0.052	5	0.00704	4	0.01096	8	0.0742	1	0.0211	1	41.7	1	43.25	3	47.3	1	45.2	1	45.0
Doubs	3	44.1	2	52.7	3	0.0227	1	0.0519	4	0.00698	3	0.01094	6	0.0732	2	0.02105	3	38.5	4	38.6	2	48.0	3	43.3	3	39.0
Dordogne	4	43.2	4	50.95	4	0.0231	8	0.080	2	0.00623	2	0.0109	7	0.074	9	0.02374	6	35.2	9	34.5	9	42.3	9	38.4	7	1.23
Ariége	5	41.9	5	48.0	5	0.0239	4	0.0652	6	0.0076	5	0.01028	9	0.078	4	0.022	7	35.0	8	36.45	4	45.85	6	40.6	5	35.9
France 1840-1859 femmes	6	41.0	6	46.3	6	0.0244	5	0.0663	9	0.00845	7	0.01156	5	0.0708	5	0.02295	4	37.36	3	39.25	5	43.55	4	41.3	4	37.25
France 1840-1859 2 sexes	7	40.05	7	43.3	7	0.0250	6	0.0702	8	0.00810	8	0.01177	4	0.0707	6	0.02300	5	35.66	5	38.0	6	43.5	5	40.7	6	33.5
France 1840-1859 hommes	9	39.3	8	42.2	9	0.0255	7	0.07435	7	0.00775	9	0.01212	3	0.0706	8	0.02332	8	34.2	7	36.93	7	42.87	8	39.7	8	29.36
Drôme	8	39.4	8	42.2	8	0.02535	9	0.0815	3	0.00684	6	0.01077	2	0.0683	7	0.0231	9	33.6	6	37.0	8	43.3	7	40.15	9	26.0

Ce tableau est destiné à montrer les différences qui existent entre les diverses mesures vulgairement employées pour déterminer la mortalité ou la durée de la vie.

Les valeurs (*A*) sont déduites de nos *tables* calculées, et expriment seules la mortalité vraie, la vraie vie moyenne et la vraie vie probable d'après la mortalité de la période 1840-1849.

Les valeurs (*C*) sont obtenues d'après les listes soit de décès, soit de dénombrements de la même période 1840-1849; ce sont les résultats des faits complexes qui ont agi sur la population depuis un siècle.

Les rapports qui résultent de nos *tables* sont les suivants:
- V_m : vie moyenne (voy. colonne *a*).
- V_p : vie probable (voy. colonne *b*).
- Mortalité générale (voy. colonne *c*).

Après la mortalité générale (colonne *d*), les termes calculés sur les listes sont les suivants :

$\frac{P}{S_0}$ Rapport de la population aux naissances vivantes souvent pris comme mesure de la vie moyenne (colonne *f*).

$\frac{P}{D}$ Rapport de la population aux décès (colonne *g*).

$\frac{P}{\frac{1}{2}(S_0+D)}$ Rapport de la population à la moyenne des naissances et des décès, proposé par M. Dupin comme mesure approchée de la vie moyenne (colonne *h*).

Ad Age moyen des décédés calculé sur les listes (colonne *e*) : c'est la vie moyenne de beaucoup de statisticiens.

Ap Age probable des décédés calculé sur les mêmes listes (colonne *j*).

D'après ce tableau, la Dordogne, qui occupe le 4ᵉ rang pour la vie moyenne et la vie probable (calculées d'après nos tables), est au 9ᵉ et dernier selon le rapport $\frac{P}{S_0}$ (rapport de la population aux naissances moins les mort-nés), que beaucoup de statisticiens ont pris pour une mesure très-approximative de la vie moyenne. Il est également au 9ᵉ, si l'on prend le rapport de la population aux naissances totales $\left(\frac{P}{N}\right)$ ou aux décès $\left(\frac{P}{D}\right)$. Il est au même rang, si on calcule suivant la méthode de Price, adoptée par M. Ch. Dupin (rapport de la demi-somme des naissances et des décès à la population). Enfin il est au 7ᵉ pour la vie probable calculée d'après les listes mortuaires.

Autre exemple : la Gironde, qui, selon ces diverses méthodes (listes mortuaires), est au 1ᵉʳ rang, descend, d'après nos tables, au 3ᵉ pour la vie probable, au 2ᵉ pour la vie moyenne; etc.

Rien donc de plus arbitraire que les mesures qui nous occupent, et c'est ce que je vais démontrer. Je proposerai ensuite de leur substituer une méthode véritablement scientifique et qui nous paraît la seule applicable à la détermination exacte des longévités des divers pays.

5° Dans une lecture à l'Académie de médecine (voir l'*Union médicale* du 17 août 1865), dont ce mémoire est la suite, j'ai montré que, bien qu'il n'y ait vraiment qu'une valeur à laquelle convient la dénomination de *Vie moyenne*, les auteurs en ont employé jusqu'à six qui usurpent ce nom[1].

6° Je m'étais arrêté à cette affirmation, que je vais développer, à savoir que, si l'on veut apprécier exactement la vitalité et la mortalité d'une collectivité, il faut absolument connaître, comme une des données fondamentales du problème, le nombre des vivants dont elle se compose à chaque groupe d'âges. Trop souvent, en effet, les auteurs se bornent, dans ce cas, à prendre le rapport des décès à la population totale, sans s'occuper de la répartition des vivants entre les divers âges, ce qui enlève à la mesure de la mortalité presque toute sa signification aux points de vue biologique et hygiénique, dont nous nous préoccupons ici. On comprend, en effet, que telle population, qui compterait beaucoup d'adultes, c'est-à-dire beaucoup d'individus aux âges de la plus grande force et de la plus grande vigueur, pourrait avoir une moindre mortalité que telle autre qui aurait beaucoup d'enfants et de vieillards. Pour la première, par exemple, on constaterait 10 décès annuels pour 1,000 vivants (soit mortalité 0.010), et, pour la seconde, 23 (soit 0.023), sans qu'il soit permis d'en inférer que l'une est dans de meilleures conditions sanitaires que l'autre.

7° On commettrait une erreur du même ordre si, remarquant, par exemple, que la mortalité générale féminine du département du Gard (période 1840-1849) a été environ de 27 décès annuels sur 1,000 vivants (plus exactement 0.0267), et à Paris (1850-1852) seulement de 26 décès environ (exactement 0.02575), on en concluait que la mortalité *générale* des femmes est plus faible et, par conséquent, leur condition hygiénique meilleure à Paris que dans le Gard, etc. En effet, une analyse de

---

1. Voyez le tableau ci-dessus, page 46 : les colonnes Ad, $\frac{P}{S_0}$, $\frac{P}{D}$, $\frac{P}{{}^1/_2(S_0+D)}$, donnent les grandeurs qui ont été confondues ou données comme équivalentes à la vraie *Vie moyenne* donnée dans la première colonne [V_m].

la population selon les âges ne tarde pas à montrer que, si la mortalité *générale* est moindre à Paris, cela tient seulement à ce que la population féminine de cette capitale renferme beaucoup d'adultes (640 de 15 à 50 ans), peu d'enfants (200 de 0 à 15 ans) et peu de femmes âgées (160 de 50 ans et au-dessus), tandis que, dans le Gard, elle se rapproche de celle de la France entière au point de vue de la distribution des âges. Si donc, au lieu de comparer la mortalité générale des femmes du Gard et de Paris, on compare la mortalité de chaque âge (et pour abréger des trois groupes d'âges ci-après), on trouve un résultat bien différent, comme le montre le tableau suivant (*P''* représente la population féminine; *D''* les décès du même sexe) :

Localités.	Périodes.	Distribution de 1,000 P de tout âge à chaque groupe d'âges			Sur 1,000 P'' à chaque groupe d'âges combien de décès annuels			
		de 0 à 15 ans.	de 15 à 50 ans.	de 50 à ω ans.	de 0 à 15 ans.	de 15 à 50 ans.	de 50 à ω ans.	de 0 à ω ans.
France	1840-1849	282	511	207	29.0	10.0	39.6	22.5
Département du Gard	1840-1849[1]	302	502	196	42.4	10.1	45.1	26.7
Ville de Paris	1850-1852[1]	200	640	160	46.2	12.9	51.8	25.8

On voit que, si la mortalité *générale* est moindre à Paris (0.0258) que dans le Gard, la mortalité *à chaque âge y est plus considérable.* Cette moindre mortalité générale est donc un résultat tout à fait artificiel dû à une moindre proportion de petites filles et de femmes âgées dans cette grande ville.

8° On commet encore une erreur analogue, quand on compare (sans critique préalable) la mortalité *générale* d'une ville à elle-même aux diverses périodes de son développement, car une grande ville s'accroît surtout par des immigrations d'adultes dont la mortalité est généralement au-dessous de la moyenne. Il est donc naturel (au moins par cette cause) que, à mesure qu'une grande ville s'accroît, sa mortalité *générale* diminue. Ce fait s'est produit notamment à Paris.

9° Cependant on pourrait se flatter d'échapper à cette erreur, lorsque, au lieu des populations des villes dont la composition est évidemment artificielle, on compare les nations entre elles. On pourrait penser que ces populations présentent à peu de chose près les mêmes rapports dans la distribution des âges. Il est cependant bien loin d'en être ainsi. Pour le montrer, j'ai dressé[2] les listes comparatives de la distribution des vivants selon les âges pour tous les pays de l'Europe ou de l'Amérique, pour lesquels il existe des renseignements officiels de cette nature. Mais, pour faciliter la comparaison et la concentrer sur l'objet de ce travail (influence de la distribution des âges sur la mortalité générale), j'ai séparé les groupes d'âges en trois séries : 1° de 0 à 14 ans; 2° de 14 à 60 ans; 3° de 60 ans et au-dessus, c'est-à-dire jusqu'au terme de la vie.

10° Or, sur 1,000 vivants de tout âge, la France, comme on va le voir, est le pays qui renferme le moins d'impubères (de 0 à 14 ans). Les valeurs qui suivent se rapportent toutes à des périodes comprises entre 1850 et 1861 :

1. Il n'y a point eu, dans la période 1840-1849, de choléra dans le Gard; c'est pourquoi nous l'avons rapprochée de la période 1850-1852, également sans choléra à Paris.

2. D'après les documents officiels de chaque pays ou ceux résumés dans l'excellente introduction au *Recensement de* 1861 (volume XV de la collection de la *Statistique générale de France*).

	Enfants de 0 à 14 ans.		Enfants de 0 à 14 ans.
France	257	Saxe	322
Belgique	284	Norwége	330
Bavière	284	Espagne	331
Wurtemberg	299	Irlande	331
France (avant 1789)	300	Angleterre et Écosse	332
États romains (anciens)	305	Prusse	348
Pays-Bas	310	États-Unis — blancs	377
Suède	313	États-Unis — de couleur libres	338
Hanovre	316	États-Unis — esclaves	424
Autriche	321		

Ainsi, tandis que la France ne compte que 257 impubères sur 1,000, la Prusse en a 348, etc. On comprend combien des proportions si différentes dans le nombre des enfants (la mortalité moyenne de 0 à 14 ans s'élevant environ à 0.02) modifient la mortalité générale, et combien il est inexact de prendre, pour de telles populations, le rapport de cette mortalité générale à la population totale.

11° Le nombre respectif des adultes (de 14 à 60 ans), dont la mortalité moyenne est environ de 0.012, n'est pas moins caractéristique. En commençant par la France, qui en compte le plus, on a la série suivante (pour 1,000 habitants) :

	Adultes de 14 à 60 ans.		Adultes de 14 à 60 ans.
France	635	Saxe	609
France ancienne (vers 1780)	634	Hanovre	604
Belgique	628	Irlande	598
Autriche (empire)	626	Prusse	595
Lombardie	624	Angleterre	594
Suède	616	Norwége	580
Piémont	615	États-Unis — blancs	579
Espagne	613	États-Unis — de couleur libres	607
États romains (anciens)	611	États-Unis — esclaves	541
Pays-Bas	610		

On remarquera peut-être avec étonnement combien l'Angleterre et la Prusse ont relativement peu d'adultes. Tandis que, pour 1,000 habitants, nous en avons 635 aux âges de travail, ces deux États en comptent à peine 595.

12° Cependant le nombre proportionnel des vieillards, qui exerce une si grande influence sur le chiffre de la mortalité générale (la mortalité de 0.07 à 0.08 au delà de 60 ans), est encore plus variable. La France est encore ici au sommet de l'échelle, c'est elle qui conserve le mieux ses vieillards, et si ce n'est pas une force, c'est au moins une gloire. Voici la série :

	Vieillards de 60 ans et au delà sur 1,000 vivants.		Vieillards de 60 ans et au delà sur 1,000 vivants.
France en 1861	108	Piémont	67
Norwége	90	France (avant 1789)	66
Belgique	88	Espagne	57
États romains	84	Lombardie	56
Suède	80	Prusse	56
Pays-Bas	80	Autriche	53
Angleterre	73	États-Unis — blancs	44
Irlande	71	États-Unis — de couleur libres	55
Saxe	69	États-Unis — esclaves	35

Ainsi, quand la France conserve 108 vieillards, l'Autriche n'en a que 53, et la population esclave des États-Unis 35!

13° L'*hétérogénéité* des populations des diverses nationalités est donc considérable. Si l'on rapproche de ce fait la différence non moins considérable de la mortalité de chacun de ces groupes d'âges (environ 0.020 de *0* à *14* ans; 0.012 de *14* à *60* ans, et 0.07 à 0.08 à *60* ans et au delà), on comprendra que la mortalité générale d'un pays comme la France, qui a conservé un grand nombre de vieillards (plus du dixième de sa population), ne saurait être comparée à celle de l'Autriche qui n'en a que le vingtième [1].

Il suffira d'ajouter que les fortes différences dans la distribution des vivants à chaque âge que nous venons de trouver pour les diverses nations ne sont guère moins caractérisées quand on compare entre elles les diverses parties du même pays. Ainsi, tandis qu'en France, on compte en moyenne 638 individus au-dessus de 20 ans sur 1,000 (et seulement 530 en Prusse), on en trouve 681 dans le Calvados.

14° En résumé, il résulte des faits qui précèdent, que la mortalité *générale* de deux pays est une mesure tout à fait insuffisante de leur vitalité respective, puisque cette mortalité générale n'est pas moins influencée par la force respective de chaque groupe d'âges dans l'ensemble de la population, que par l'intensité de la mortalité elle-même. En un mot, cette mortalité générale se rapprochera d'autant plus de celle qui est propre aux enfants, ou aux jeunes adultes, ou aux vieillards, selon la prédominance parmi les vivants des uns ou des autres.

15° Il est évident que ce qui est vrai pour ces populations prises dans leur ensemble, l'est encore plus quand il s'agit de groupes professionnels comprenant : les uns beaucoup de vieillards (groupes des médecins, celui des concierges à Paris), d'autres un grand nombre de jeunes gens (groupe des filles publiques, si bien étudié par le docteur Jeannel, groupes des domestiques, des blanchisseuses, etc.). De là la haute utilité, dans toutes les enquêtes, administratives ou particulières, sur la population entière ou sur des groupes professionnels, de relever exactement les âges.

Il importe d'autant plus que les *census* (dénombrements) de la population entière soient effectués par âge, qu'il n'est pas possible, comme plusieurs statisticiens l'ont essayé, de calculer cette distribution, même en connaissant les nombres annuels des naissances et des décès à chaque âge. C'est ce que je vais démontrer dans les paragraphes suivants.

16° Si le nombre des naissances était immuable *depuis un siècle*, si le nombre annuel des décédés à chaque âge, que ces *nés* donnent en passant successivement d'âge en âge, l'était également (ce qui revient à dire : si la *mortalité* propre à chaque âge était invariable), si, enfin, aucun mouvement migratoire *ne troublait les rapports de chacune* de ces successions de vivants, dont l'ensemble forme la population, il est clair que les nombres de décès propres à chaque âge seraient identiques d'année en année, et, par exemple, que le nombre de décès de 70 à

1. Il importe de remarquer, pour qu'on ne se méprenne pas sur la signification de ces faits, que la distribution des vivants entre chacun des trois groupes d'âges est due à plusieurs causes diverses, à savoir : la natalité (rapport des naissances à la population), les mouvements migratoires et la mortalité à chaque âge. Si cette dernière influence a la plus grande part dans ce qu'a d'anormal la distribution des âges dans la population esclave des États-Unis, c'est surtout l'immigration et une puissante natalité qui déterminent cette distribution dans la population blanche des mêmes États. Il faut, au contraire, attribuer à l'émigration, combinée avec une mortalité et une natalité assez prononcées, la même distribution pour les populations allemande, irlandaise et même anglo-saxonne; tandis qu'en France des mouvements migratoires insignifiants, une natalité et une mortalité relativement assez faibles, nous donnent une distribution exceptionnelle.

71 ans (soit $d_{70..71}$), que donne aujourd'hui l'état civil, sera le même encore dans 70 ans, parce qu'il s'appliquera à un même nombre de vivants ($P_{70..71}$), émondé par une même mortalité. De cette régularité de mouvement, supposée constante depuis au moins la durée de la plus longue vie humaine (un peu plus d'un siècle), il résultera en effet la possibilité de faire le très-simple calcul suivant. En partant d'un nombre invariable annuel de naissances (moins les mort-nés), soit S_0 (*Survivants* après l'accouchement, ou à 0 âge), et en retranchant du nombre les décédés dans le cours de leur première année, entre 0 âge et 1 an révolu (soit $d_{0..1}$), on aura le nombre des *Survivants* à 1 an (soit S_1). De même, en retranchant de S_0 le nombre des décédés survenus entre la naissance et 2 ans révolus (soit $d_{0..2}$), on aura le nombre de ceux qui (avec la mortalité de la période étudiée) doivent survivre à la fin de la seconde année (soit S_2); *ainsi de suite*. Par exemple, de ce nombre fixe des naissances annuelles S_0, en retranchant le nombre de décédés de 0 à 70 ans (soit $d_{0..70}$), on devra avoir exactement le nombre actuel des vivants qui, dans le cours de cette année, atteindront leur 70e année, soit S_{70}, puisque, selon l'hypothèse fondamentale de la méthode que j'examine, le nombre des décès survenus à chaque âge, d'année en année, est resté invariable. Il résulte encore de cette hypothèse d'uniformité, dite *hypothèse ou méthode de Halley*, que le nombre annuel des naissances (S_0) est égal à celui des décès (D). En effet, on aura, comme ci-dessus, $S_{100} = S_0 - d_{0..100}$, et considérant que le dernier terme de la série décroissante $S_0, S_1, S_2, .. S_{100} .. S_{\omega-2}\ S_{\omega-1}, ...$ est S_ω, c'est-à-dire 0 (car zéro est nécessairement le nombre de ceux qui survivent au dernier âge *révolu* qu'il nous soit donné d'atteindre), on aura $S_\omega = S_0 - d_{0..\omega} = 0$, donc $d_{0..\omega}$, c'est-à-dire la totalité des décès, soit $D = S_0$. tout est l.
On comprend d'ailleurs qu'il doit en être ainsi, car, comme *tous ceux qui naissent, meurent* à leur tour, s'il y avait inégalité entre ces deux termes (S_0 et D), si, par exemple, on avait $S_0 > D$, cette inégalité ne pourrait résulter : ou que d'une augmentation graduelle des naissances, ou que d'une diminution du nombre annuel des décédés (diminution pouvant provenir elle-même soit d'émigration, soit d'une atténuation de la mortalité), mouvements qui sont tous contraires à l'hypothèse et à la méthode de calcul que nous examinons.

17° Ainsi, dans ce cas de constance de tous mouvements, on a nécessairement $S_0 = D$. Or, ces diverses conditions sont bien loin de se réaliser chez nous, puisque nous avons en moyenne $S_0 = 958{,}100$, et seulement $D = 843{,}420$ [1]. Aussi combien les résultats que donne cette méthode sont-ils éloignés de la réalité! Recherchons notamment quel est, d'après elle, le nombre de nos vieillards de 70 ans.

Conformément à ce qui est établi plus haut, on devrait trouver ce nombre par la formule $S_0 - d_{0..70} = S_{70}$, ce qui donne $958{,}100 - 681{,}100 = 277{,}000$; ainsi nous aurions en France 277,000 vieillards, auxquels il serait donné, chaque année, de toucher à leur 70e année, tandis que, dans la réalité, ce nombre atteint à peine 177,000! Cette énorme différence est due à l'excédant constant de nos naissances sur nos décès, excédant que ne suppose pas la formule. Aussi, pour démontrer combien cette formule est vicieuse, il suffit de l'employer à déterminer S_{100}, et surtout S_ω. On trouve ainsi que, tandis qu'en France S_{100} égale à peine 250, il s'élèverait (d'après la formule) à 114,930!

1. Tous les nombres et calculs qui suivent, se rapportant à la *France en général*, sont les valeurs de l'*année moyenne*, s'appliquant à la période de 20 ans (1840-1859), et ne comprenant pas les trois nouveaux départements annexés.

Elle veut également qu'au lieu de 0, $S_\omega = 114,860$! 114,860 qui dépasseraient le plus grand âge auquel il nous soit donné de parvenir! Pour échapper à ces absurdités, ceux qui ont voulu conserver la méthode de Halley en dehors de l'hypothèse à laquelle seule elle convient, ont négligé volontairement le chiffre des naissances annuelles donné par l'observation, et ils ont fait violemment S_0 égale à D! Ainsi, en France, ils ont supposé 843,240 naissances vivantes au lieu de 958,100, et, partant de cette erreur, ils ont calculé S_1, S_2, S_3, etc., en écrivant $843,240 - \mathbf{d}_{0..1} = 684,180$; et $843,240 - \mathbf{d}_{0..2} = 635,080$, etc. Mais, en réalité, $\mathbf{d}_{0..1}$ (soit 159,060); $\mathbf{d}_{0..2}$ (soit 208,160), etc., ne sont pas fournis par 843,240, mais par 958,100 naissances. Par conséquent, il est absolument certain que $S_1 = 958,100 - 159,060 = 799,040$ et non 684,180; que, de même, $S_2 = 749,940$ et non 635,080; ainsi de suite. A la vérité, cette substitution du chiffre des décès à celui des naissances, qui altère si fortement la population des premiers âges, et a pour effet (au grand profit des compagnies d'assurances sur la vie) de supposer une mortalité beaucoup trop forte, éloignera moins de la vérité en ce qui concerne l'autre extrémité de la vie; S_{100}.. $S_{\omega-1}$ seront peut-être presque égaux, et on aura enfin $S_\omega = 0$.

18° Ainsi, la première formule, $S_0 - \mathbf{d}_{0..1} = S_1$, etc., donne *exactement les Survivants pour les premiers âges* de la vie, et cela avec raison, parce que, pour l'évolution de ces 5 à 10 premières années, tous les éléments du calcul, S_0 et $\mathbf{d}_{0..5..10}$, se sont produits dans la période que l'on étudie, durant laquelle on peut supposer le plus souvent l'uniformité des mouvements de population, par suite de la lenteur ordinaire de la marche *définitivement* progressive ou *régressive* de la natalité ou de la mortalité (les oscillations annuelles étant neutralisées par l'effet des moyennes). Il s'agit, d'ailleurs, d'un âge où l'émigration hors du pays est de peu d'importance. Ce moyen de déterminer *avec exactitude* les premiers âges est précieux et doit être conservé pour contrôler, corriger les dénombrements qui, à ces âges, en France, se caractérisent par de nombreuses omissions.

19° Cependant, la seconde formule, celle qui part des décès assimilés aux naissances ($D - \mathbf{d}_{0..1}$, etc.), donnera-t-elle aussi avec quelque exactitude le nombre des individus parvenus aux derniers âges, et, par suite, pourra-t-on admettre que la population aux âges moyens sera une moyenne entre les valeurs résultant des deux formules? Ce serait là une hypothèse tout à fait gratuite. En effet, les nombres calculés, en partant des décès, seront *en principe* et en fait constamment trop petits, tandis que nous avons vu que ceux déduits des naissances sont exacts *en principe* jusqu'à 6 à 10 ans (suivant la longueur de la période étudiée) et paraissent l'être en fait jusqu'à 30. Il n'y a donc pas là symétrie. Ajoutons qu'il n'est pas du tout certain que l'erreur de la formule basée sur les décès ($D - \mathbf{d}_{0..1} = S_1$, etc.) aille s'atténuant *régulièrement* jusqu'aux derniers âges, comme l'ont admis quelques statisticiens ingénieux qui, sur cette idée, ont essayé des formules mixtes. C'est même le contraire qui est certain.

20° Pour comprendre qu'il n'y a rien de *nécessairement régulier* dans la succession des vivants, il faut considérer : 1° que la population de chaque âge a pour origine un chiffre de naissances datant d'hier pour les plus jeunes, d'un demi-siècle pour ceux de 50 ans, etc.; 2° que les nombres de ces naissances sont souvent très-différents; 3° que chacune de ces *descendances* a été éclaircie par des causes très-diverses et nullement comparables. Ainsi, nos vieillards de 60 à 70 ans ont été autrefois diminués et par une mortalité plus grande de l'enfance et par les guerres de l'Empire. Aussi, tandis que la mortalité *actuelle* (1840-1859), appliquée à notre chiffre moyen de naissances, ferait survivre (voyez nos tables) :

838,000 hommes, âgés de 60 à 65 ans, les *census* n'en annoncent que 620,000 (218,000, ou plus du quart de moins!);

840,000 femmes de 60 à 65 ans, au lieu de 713,000 que donnent les dénombrements (127,000, ou un peu plus de 1 septième de moins);

682,000 hommes, âgés de 65 à 70 ans, les *census* n'en indiquent que 468,000 (212,000, presque le tiers en moins!), etc.

Mais si nous appliquons les mêmes calculs à la population de 30 à 40 ans qu'aucun sinistre n'a décimée, le calcul et le fait seront presque identiques. Ainsi, on trouve 1,295,000 hommes de 35 à 40 ans et les *census* en annoncent 1,288,500 (6,500, ou $^1/_{200}$, seulement en moins).

21° Il en résulte que les vivants qui survivent actuellement à chaque âge, $p_{0..1}$, $p_{1..2}$,..... $p_{35..40}$,..... $p_{60..65}$, $p_{65..70}$,..... $p_{100..\omega}$, ne constituent pas une succession dont chaque terme trouve sa raison d'être dans ses antécédents *contemporains*. Chaque terme est en fait le produit très-complexe des événements particuliers qui ont pesé sur chacun des âges par lesquels il a déjà passé, événements qui peuvent fort bien n'avoir pas influencé les groupes précédents ou subséquents dans la série des âges. C'est ainsi, comme on vient de le voir, que les événements qui ont décimé ceux de 60 ans, n'ont pas agi sur ceux de 40 ans; et que, pour les mêmes âges, ils n'ont pas agi également sur chaque sexe. C'est pourquoi les groupes de la population à chaque âge, dont la somme constitue la population générale, n'ont point entre eux de relation nécessaire; ce sont presque des étrangers que le hasard des temps a rapprochés, et dont la force résulte des aventures différentes que chacun a supportées. Aucun calcul théorique ne peut donc déterminer ces valeurs, ni permettre de découvrir la succession des termes composant la Liste des vivants. Voilà pourquoi ni la méthode dite de Halley, ni les modifications plus ou moins heureuses apportées à cette méthode par voie de tâtonnement, ou inspirées par une vue incomplète du fait complexe à déterminer et en dehors de la théorie mathématique, ne sont pas acceptables. Enfin, voilà pourquoi il faut renoncer à demander au calcul le nombre des vivants à chaque âge. Cette distribution des vivants, dont nous avons prouvé (n^os 5 à 15) que la connaissance est indispensable pour déterminer les conditions de la mortalité dans leur rapport avec la qualité des *milieux*, doit être demandée à l'expérience aussi bien que la distribution des décédés.

22° Sans doute, les dénombrements sont encore bien imparfaits; mais c'est en montrant, en déclarant bien haut qu'ils sont indispensables à la science, que nous hâterons leur perfectionnement. Nous nous sommes, d'ailleurs, assuré par un travail préparatoire très-étendu que, dès à présent, et, malgré leurs nombreux *desiderata*, ils sont encore bien supérieurs à tous les calculs hypothétiques qui se sont produits. Une erreur de 5 à 10 ans chez un adulte, n'a pour nous aujourd'hui qu'une importance peu considérable; mais ce qui est nécessaire pour les premières recherches dont nous devons nous contenter, c'est qu'un enfant ne compte pas comme un adulte, un homme jeune pour un vieillard. On peut, au surplus, et on doit contrôler les dénombrements : 1° en comparant entre eux plusieurs *census* successifs et en prenant leur moyenne; 2° en comparant certains âges avec les conscrits, avec les électeurs inscrits; d'où l'on déduit des valeurs *minima* - puisque les étrangers, les non-domiciliés, les omis forment une masse très-importante d'individus qui, s'ils ne comptent pas comme citoyens, fournissent des décès; 3° en déterminant, par le calcul, à l'aide des naissances et des décès par âge, la population des premiers âges (0 à 5 ou à 10 ans, *suivant la durée* de la période que l'on considère), population sur laquelle porte, en France, le plus grand nombre des omissions. On peut ainsi apprécier la valeur des dénombrements et faire les corrections dont ils peuvent être susceptibles.

Les Listes et les *Tables* qui accompagnent ce mémoire ont subi ces épreuves et corrections, nous allons indiquer succinctement tous les détails des calculs en les justifiant.

23° Ainsi la liste des vivants pour la France est la moyenne de *trois* dénombrements par âge, de 1851, 1856 et 1861, contrôlés et rectifiés sur les données déjà indiquées. C'est par ce travail que nous avons obtenu ce que nous appelons la Liste de population par âge, tandis que les documents de l'État civil nous ont donné la Liste des décédés à chaque âge ou Liste mortuaire[1].

24° *Coefficients et Tables de mortalité.* — Ces deux Listes fondamentales ainsi arrêtées, rien de plus facile que d'en déduire la mortalité propre à chaque âge par la formule $\frac{d_{n..n+1}}{p_{n..n+1}}$. Ainsi, puisque l'on compte en France 429,000 mâles de 0 à 1 an ($p'_{0..1}$) ayant fourni, dans l'année, 87,610 décès ($d'_{0..1}$), $\frac{87,610}{429,000} = 0.204$ sera, pour chaque enfant mâle de 0 à 1 an, le danger moyen de mourir dans l'année. En multipliant par 1,000, on pourra encore dire : sur 1,000 enfants mâles de 0 à 1 an, il y a 204 décès dans l'année. J'appelle 0.204 *coefficient de mortalité* de 0 à 1 an. De même $\frac{d'_{1..2}}{p'_{1..2}}$ donne 0.065 pour coefficient de la mortalité masculine de 1 à 2 ans; soit encore 65 décès annuels sur 1,000, etc. La succession de ces coefficients de mortalité à chaque âge forme ce que l'on doit appeler une *Table de mortalité.* On remarquera que la mortalité ainsi déterminée *ne relève d'aucune hypothèse;* c'est la moyenne *d'un fait collectif* dont l'énoncé dépend seulement de l'exactitude des documents obtenus. C'est cette mortalité à chaque âge qui importe surtout à l'hygiéniste; c'est elle qui, mieux que la *Table de survie,* la *Vie moyenne,* la *Vie probable* (dont nous allons bientôt indiquer la détermination et les significations), c'est, dis-je, cette mortalité à chaque âge, si facile à calculer et d'un sens si précis, qui indique les conditions de vitalité spéciales à chaque âge, à chaque sexe, à chaque milieu. Ainsi, quand on aura remarqué que les petites filles dans leur 1^{re} année ($p''_{0..1}$) rapportées à leur chiffre mortuaire ($d''_{0..1}$) donnent un coefficient de 0.172, au lieu de 0.204 pour les garçons, on connaîtra la profonde différence qui, dès cette première année de vie (il faut dire : *surtout* dans cette première année), sépare les deux sexes. Cependant comme il y a d'autres expressions fort en usage, bien que moins directes, moins simples, moins analytiques et d'une détermination beaucoup plus laborieuse, nous avons dû les calculer, et nous allons donner tous les détails nécessaires à la parfaite intelligence de leur signification, de leur portée et de la manière de les déterminer. D'ailleurs, la table de *Survie* (appelée souvent à tort table de mortalité) et la vie probable sont fort utiles aux calculs des assurances, des tontines, etc.; et la *Vie moyenne* est une expression synthétique fort commode.

---

1. Ces deux documents : *census* et décès par âge, sont extraits, ainsi que les naissances annuelles, des publications du ministère de l'agriculture (division de la *Statistique générale de France*). Le chiffre des conscrits est emprunté aux *Comptes rendus du recrutement* (ministère de la guerre).

25° *Table de survie.* — Cette heureuse et significative expression, due à M. A. Guillard, est aujourd'hui généralement adoptée, et la dénomination de *Table de mortalité*, sous laquelle, en France, on confondait volontiers la Liste mortuaire et reste affectée la Table de survie, ~~est donnée~~ exclusivement à la table des coefficients, indicateurs de la mortalité à chaque âge, à laquelle elle appartient légitimement.

Si l'on suppose qu'un nombre convenu de nouveau-nés soit soustrait, de la naissance à la mort, à toute autre influence qu'à la mortalité propre à chaque âge durant la période étudiée, la *Table de survie* fait connaître comment, par suite de cette mortalité, les vivants se répartiraient selon les âges, ou, plus précisément, combien on compterait de *survivants à la fin de chaque âge révolu.*

26° Pour calculer cette table, on part, par exemple, de 1 million de naissances (moins les mort-nés) $= S_0$. La question est de calculer S_1 ou le nombre des survivants à 1 an révolu; or, notre table des coefficients de mortalité nous en donne le moyen approché en nous apprenant le danger de mourir dans la première année, soit $0.1891 = c_{0..1}$. Ce danger $0.1891 \times 1{,}000{,}000 = 189{,}100$; ce serait le nombre des décès que donnerait cette jeune population durant sa première année de vie, et, par suite, $1{,}000{,}000 - 189{,}100 = 810{,}900 = S_1$ serait le nombre des survivants. De même, partant de S_1 et désignant par $c_{1..2}$, et généralement $c_{n..n+1}$, les coefficients de mortalité à chaque âge, on aura:

$$S_1 - S_1 \times c_{1..2} = S_2 \text{ et généralement } S_{n+1} = S_n - S_n \times c_{n..n+1} \text{ [1];}$$

ainsi de suite, on trouvera toute la série de la Table de survie:

$$S_0,\ S_1,\ S_2,\ S_3,\ S_4,\ S_5, \ldots\ S_{\omega-2},\ S_{\omega-1},\ S_{\omega} = 0.$$

Telle est, simplifiée dans sa forme, la formule donnée par l'illustre Quételet (*Bull. de la Comm. centrale de statistique belge*, t. V, p. 18).

27° Nous avons fait subir à cette formule deux corrections qui, sans la compliquer notablement, la rendent plus rigoureuse. Nous nous réservons de donner, dans un autre travail, la démonstration mathématique de la formule ainsi modifiée; ici, nous en essayerons une démonstration logique. Remarquons d'abord le défaut de la formule [1]. La mortalité $c_{n..n+1}$ moyenne agissant pendant l'intervalle compris entre n et $n+1$, fait passer, en l'affaiblissant successivement, la valeur S_n (limite supérieure) jusqu'à la valeur S_{n+1} (limite inférieure); or, il est clair que l'on ne peut exprimer fidèlement le résultat de cette action, ni par $S_n \times c_{n..n+1}$, ni par $S_{n+1} \times c_{n..n+1}$; que la première valeur sera trop forte, et la deuxième trop faible, et que si on admet que la mortalité est également répartie durant le court intervalle $n..n+1$, il faudrait:

$$\frac{S_n + S_{n+1}}{2}\, c_{n..n+1} \text{ [2].}$$

C'est en faisant cette correction que l'on trouve la formule générale suivante, d'une application numérique très-facile:

$$S_{n+1} = S_n - S_n \frac{d_{n..n+1}}{p_{n..n+1} + \dfrac{d_{n..n+1}}{2}} \text{ [3].}$$

28° A cette formule, susceptible d'une démonstration mathématique, on peut arriver, il nous semble, par la seule force de la logique.

En effet, si $d_{n..n+1}$ était un nombre de décès portant sur un groupe qui, au commencement de l'année, serait $p_{n..n+1}$ correspondant à S_n et qui, comme celui-ci, diminuerait constamment dans le courant de l'année par suite de ces décès, dans ce cas, pour calculer la réduction qu'éprouve en un an un groupe S_n, ayant la même mortalité que $p_{n \ldots n+1}$, on pourrait, comme le fait Quételet, multiplier S_n par le coefficient $c_{n \ldots n+1}$ ou sa valeur $\frac{d_{n \ldots n+1}}{p_{n \ldots n+1}}$, et on aurait $S_{n+1} = S_n - S_n \frac{d_{n \ldots n+1}}{p_{n \ldots n+1}}$ [1].

Par exemple, sachant que, sur 1 million d'individus, il en meurt, en un an, 100,000, de telle sorte que le nombre des survivants soit 900,000, il est clair que, si on demande combien, sur 10,000, il en meurt en un an, il faudra multiplier 10,000 par le rapport $\frac{100{,}000}{1{,}000{,}000}$ ou $\frac{1}{10}$, ce qui donnera 1,000 décès et 9,000 survivants.

Mais il n'en est pas ainsi. Par suite du courant qui entraîne les individus du groupe $p_{n \ldots n+1}$ dans le suivant et qui amène dans $p_{n \ldots n+1}$ les individus plus nombreux du groupe précédent $p_{n-1 \ldots n}$, on peut dire que les unités $d_{n \ldots n+1}$, à mesure que la mort les élimine du groupe $p_{n \ldots n+1}$, y sont remplacées par de nouvelles unités. Il en résulte que, dans l'intervalle de l'année, la valeur numérique du groupe $p_{n \ldots n+1}$ se maintient invariable. Donc les $d_{n \ldots n+1}$ décès se produisent aux dépens d'un groupe $p_{n \ldots n+1}$ qui, sans ces décès, passerait dans l'intervalle d'une année par les valeurs successives :

$$p_{n \ldots n+1};\ p_{n \ldots n+1} + 1;\ p_{n \ldots n+1} + 2;\ \ldots..;\ \ldots..;\ p_{n \ldots n+1} + d_{n \ldots n+1},$$

valeurs dont la moyenne, calculée selon les règles de l'arithmétique, est $p_{n \ldots n+1} + \frac{d_{n \ldots n+1}}{2}$. On peut donc imaginer que les décès portent sur un groupe variable (comme l'est S_n qui devient S_{n+1}) qui aurait pour valeur *initiale* cette valeur moyenne, et l'on obtient alors, d'après ce qui a été expliqué ci-dessus, la formule:

$$S_{n+1} = S_n - S_n \frac{d_{n \ldots n+1}}{p_{n \ldots n+1} + 0.5\, d_{n \ldots n+1}} \text{ [4].}$$

29° Cette formule suppose encore que, pendant l'intervalle $n \ldots n+1$, la mortalité agit uniformément. Or, les documents sur la matière permettent rarement de prendre cet intervalle assez petit, au commencement et à la fin de la vie, pour que cette supposition puisse rester suffisamment approchée de la vérité. Par des recherches spéciales portant sur les rares enquêtes statistiques qui permettent de prendre avec quelque exactitude des périodes assez petites, nous avons donc déterminé expérimentalement les corrections qu'il faudrait faire subir à la formule générale pour que, appliquée à ces mêmes enquêtes, considérées au point de vue des périodes en usage, on obtienne les mêmes résultats que si l'on avait opéré sur des divisions assez petites. Nous appelons α ce coefficient correctif.

Nous avons pu dresser ainsi une table des valeurs successives de α pour tous les cas, beaucoup plus communs, où ces divisions n'existent pas. Sans doute, il n'est pas absolument rigoureux d'appliquer ainsi à tous ce qui n'a été déterminé que sur quelques-uns, et il vaudrait mieux avoir toujours, *avec précision*, *avec vérité*, toutes les divisions nécessaires, c'est-à-dire par jours, semaines et mois dans la première et même la seconde année de la vie; par année pour les dernières; mais, d'une part, ces détails manquent le plus souvent dans les documents officiels, et de l'autre, la science des enquêtes administratives sur la population est encore tellement rudimentaire que, lorsqu'ils sont fournis, ils ne méritent le plus souvent aucune confiance. Dans l'immense majorité des cas, les coefficients correctifs de notre table rapprocheront donc beaucoup mieux de la vérité. Pour les appliquer, il suffit d'écrire la formule précédente sous cette forme :

$$S_{n+t} = S_n - S_n \frac{\alpha\, d_{n \ldots n+t}}{p_{n \ldots n+t} + 0.5\, \alpha\, d_{n \ldots n+t}} \text{ [5].}$$

dans laquelle t est la durée de la période d'âge pendant laquelle l'enquête a relevé les décès *annuels* $d_{n \ldots n+t}$ (c'est-à-dire les décès annuels fournis par la population comprise entre l'âge n et l'âge $n+t$). La mortalité étant d'abord supposée uniformément distribuée, comme dans la formule [4], si $t = 1$ an, $\alpha = 1$; de même si $t = 5$ ans, $\alpha = 5$ et c'est là le cas le plus ordinaire au delà des premières années d'âge, où les décès annuels et les vivants eux-mêmes ne sont plus fournis que de 5 en 5 années d'âge. Il faudrait faire $\alpha = 10$ s'ils n'étaient donnés que de 10 en 10 ans; mais cette période d'âge est déjà trop grande et s'éloigne trop notablement de l'hypothèse d'une intensité uniforme ou uniformément croissante de la mortalité dans toute la durée de chaque décade.

Cependant nous avons dit que, pour la première année de la vie, cette hypothèse d'uniformité s'éloigne trop du vrai pour être admise. C'est pourquoi, à défaut d'une bonne enquête donnant les décès par jour pour la 1re semaine, par semaine dans le 1er mois, et par mois dans la 1re année, il y a lieu d'introduire une correction dans la formule. On fera alors $\alpha = 0.958$. De même, si les derniers âges à partir de 75 ans ne sont donnés avec quelque précision que par période d'âge de 5 ans, il y aura encore quelque avantage à introduire les corrections suivantes : de 75 à 80 ans, $\alpha = \mathbf{4.89}$; de 80 à 85, $\alpha = \mathbf{4.8}$; de 85 à 90, $\alpha = \mathbf{4.6}$; de 90 à 95, $\alpha = \mathbf{4.2}$; de 95 à 100, $\alpha = \mathbf{3.8}$; de 100 à ω, $\alpha = \mathbf{2.74}$. Si, après la première année, on avait le groupe 1-5 ans, il faudrait faire $\alpha = \mathbf{3.92}$.

30° C'est donc en suivant ces bases et en effectuant ces corrections que nous avons calculé la succession des survivants S_1, S_2, S_3..... $S_{\omega-1}$, qui constitue les tables de survie pour la France et pour chaque sexe. En même temps se sont trouvées construites les *Tables* mortuaires par la succession des valeurs :

$$S_n \frac{\alpha\, \mathbf{d}_{n..n+t}}{\mathbf{p}_{n..n+t} + 0.5\ \alpha\, \mathbf{d}_{n..n+t}} \quad [6]$$

qui sont le nombre des décédés annuels que le groupe S_n fournit en devenant S_{n+t}; nous désignons par $d_{n..n+t}$ ces termes[1].

31° Immédiatement après, nous avons calculé la *Table de population* que suppose *nécessairement* cette mortuaire. En effet, les nombres de survivants S_{20}, S_{25}, S_{30}, etc., donnent le nombre de ceux auxquels il est donné d'atteindre leur 20e, leur 25e, leur 30e année révolue, mais non le nombre de ceux qui, à un moment quelconque de l'année, sont compris entre l'âge de 20 et 25 ans, de 25 et 30 ans, etc., tels que les donnent les *census*. Il est facile de comprendre, en supposant la distribution régulière des vivants, que la formule $5 \times \frac{S_{20} + S_{25}}{2}$ ou $2.5\,(S_{20} + S_{25})$ donne la *population* de 20 à 25 ans ($p_{20..25}$). De même, la *population* de 2 à 3 ans sera $0.5\,(S_2 + S_3)$, et, en général,

$$p_{n..n+t} = t \times \frac{S_n + S_{n+t}}{2} \text{ ou mieux} = \frac{\alpha}{2}\,(S_n + S_{n+t}) \quad [7];$$

α étant susceptible de prendre toutes les valeurs que nous lui avons attribuées dans la formule générale [5].

32° Il faut remarquer, en effet, que la formule de p [7] suppose que, dans chaque groupe $p_{n..n+t}$, les vivants sont répartis, de l'âge n à l'âge $n+t$, suivant une progression arithmétique. Cette hypothèse, suffisamment exacte pour la plupart des âges, ne l'est plus précisément aux âges où nous avons dû introduire une correction pour la détermination de la survie. La même correction, les mêmes valeurs

1. Comme il importe de ne pas confondre dans les formules les valeurs qui appartiennent aux Listes de population et à celles des décédés, avec les valeurs correspondantes des *Tables* calculées, nous représenterons les premières par les caractères ordinaires $\mathbf{d}$, $\mathbf{p}$; et les secondes par les caractères italiques d, p. (Valeurs calculées)

successives de α aux mêmes âges, conviendront encore ici pour *amender* l'erreur qui résulte de cet écart entre l'hypothèse et le vrai; ainsi on aura $p_{0..1} = (S_0 + S_1)\,0.479$, etc.;... et à l'autre extrémité de la vie $p_{100..\omega} = S_{100} \times 1.37$. C'est sur ces principes que nous avons dressé la *Table de population* générale et celle de chaque sexe.

33° Listes et *Tables*. Les détails dans lesquels nous sommes entré ont dû faire nettement comprendre la différence qui sépare la *Table* de la Liste de population. La liste est le résultat du dénombrement rectifié ou supposé exact; *c'est le fait*, de même que la liste mortuaire, ou tout simplement la Mortuaire, est le résultat du dépouillement des registres de l'État civil. Mais, par la comparaison, âge par âge, de ces deux listes *de fait*, on a pu calculer, *durant la période étudiée* (période qui a fourni la mortuaire et les census), le danger de mourir à chaque âge; et, dès lors, soumettant, âge par âge, un groupe convenu de nouveau-nés à cette *seule* cause de décroissance, on a obtenu la *Table* de population, la *Table* de survie et la *Table* mortuaire qu'elle suppose. Quoique se rapportant à une population idéale, ces *tables* sont des expressions *exclusives*, mais *complètes* de la mortalité telle qu'elle a pesé à chaque âge pendant la période étudiée. En effet, notre population deviendrait nécessairement identique à cette population idéale, si elle restait, durant un siècle, soumise exclusivement à la mortalité de la période étudiée.

Nous avons montré, au contraire, que la Liste de population, population de fait et actuelle, porte les traces profondes de tous les événements qui sont survenus depuis plus d'un siècle et ont contribué à l'éclaircir. C'est donc seulement sur les *Tables* que l'on peut apprécier les conditions que la mortalité actuelle fait aujourd'hui à notre population et l'avenir qu'elle lui prépare.

34° *Vie moyenne*. — C'est, par exemple, sur la *Table* mortuaire que nous calculerons la *vie moyenne* en faisant la somme de tous les âges vécus et en divisant par le nombre de ceux qui les ont vécus[1]. C'est en opérant ainsi que nous trouvons une vie moyenne de 40 ans pour les deux sexes. C'est seulement cette valeur, ainsi déterminée, qui satisfait à l'idée mathématique de la vie moyenne, due à Nicolas Bernouilli[2]. Ce mathématicien l'a conçue comme un cas particulier de l'espérance mathématique, qui sert, par exemple, à apprécier la part à laquelle chaque joueur a droit, s'il quitte le jeu avant la fin de la partie. De même, si un nouveau-né, au lieu d'être abandonné aux chances aléatoires de vie ou de mort qui peuvent le faire succomber à l'instant ou dans un siècle; si, dis-je, ce nouveau-né pouvait changer

1. Soit $A, B, C \ldots . U$, le nombre des décédés de la *Table mortuaire* aux âges successifs $a, b, c \ldots . u$; et V_m la vie moyenne, on a :

$$V_m = \frac{Aa + Bb + Cc + \ldots . + Uu}{A + B + C + \ldots . + U} \quad [8].$$

Les valeurs b, c, doivent en général être prises au milieu de la période d'âge de chaque groupe de décédés; ainsi le groupe $d_{3..4}$ sera multiplié par 3.5; le groupe $d_{20..25}$ par 22.5; celui $d_{25..30}$ par 27.5; ainsi de suite. Mais encore ici, à cause de la mortalité rapide des âges extrêmes, il importe beaucoup de faire quelques corrections, surtout pour le premier âge. En effet, il résulte de mes recherches particulières que l'âge moyen des décédés $d_{0..1}$, au lieu d'être 0.5, est au-dessous de 0.3, soit 0.27; si on avait seulement $d_{0..5}$, leur âge moyen est de 1.25 au lieu de 2.50! Si $d_{0..10}$, âge moyen, = 1.85, $d_{1..5}$, âge moyen, = 2.43; $d_{1..2}$, âge moyen, = 1.485. Pour les âges extrêmes, la correction importe moins; voici cependant les multiplicateurs que j'ai trouvés pour chaque groupe d'âges de 5 en 5 ans, à partir de $d_{70..75}$, 72.47, 77.36, 82.26, 87.16, 92.05, 96,7, et enfin environ 100.8 (?) pour $d_{100..\omega}$. Si les groupes de décès étaient de 10 en 10 ans, on trouve : $d_{70..80} \times 70.7$; puis 83.9; et 92.8 pour le groupe $d_{90..100}$; et environ 95 pour $d_{90..\omega}$.

2. *Actorum eruditorum supplementa*, t. IV, p. 159.

cet avenir incertain contre un fixe assuré, quelle part de vie devrait lui être légitimement attribuée? C'est évidemment le calcul de l'espérance mathématique qui en décidera, et cette part est précisément la *vie moyenne* à la naissance. C'est elle qui est donnée par nos formules. On peut dire encore que c'est la part de vie qui revient de droit à chaque nouveau-né en distribuant également entre tous les chances de vie et de mort qui menacent chaque âge *dans la période étudiée.* Il est clair, d'ailleurs, que cette part ne peut se calculer ni d'après un passé qui n'est plus, ni d'après un avenir encore inconnu, mais selon l'état présent. On peut présumer seulement qu'une atténuation progressive dans les chances de mort étant le plus probable, cette vie moyenne, calculée aujourd'hui pour nos jeunes générations, est une valeur *minimum* qui sera sans doute dépassée en fait.

35° Si on applique à la *liste mortuaire* la formule [8] de la vie moyenne (p. 58, note), on trouve 35^{ans},66, qui est *l'âge moyen des décédés de la Liste.* On voit combien cet âge, si souvent confondu avec la vie moyenne, s'en éloigne. Cette valeur ne mesure pas, ne résume pas les conditions de vie; elle est le résultat *complexe:* 1° de la mortalité à chaque âge; 2° du nombre relatif des vivants à chaque âge, arrangement qui résulte lui-même de causes multiples et très-complexes (n° 20).

36° *Vie probable.* — On donne assez improprement ce nom en mathématique à un *âge médian*, en d'autres termes, à l'âge auquel la mortalité, agissant d'âge en âge, aura réduit *à la moitié* le nombre des naissances d'où l'on est parti. C'est une mesure qui n'a égard qu'au nombre des survivants et non pas, comme la vie moyenne, au nombre des années vécues. Mais l'une et l'autre mesurent la vie selon des directions différentes et ne peuvent se déterminer que sur les *Tables* calculées. Ainsi, en France, cette *vie probable* est 44^{ans},3; elle indique que c'est à 44^{ans},3 que × calculée
la moitié de nos nouveau-nés aura succombé si la mortalité actuelle persiste. sur les [illegible]
Nous avons déterminé (voir le 1er tableau, p. 46) cette valeur pour plusieurs départements.

37° Calculé sur la Liste mortuaire, cet *âge médian* est de 33^{ans},3. Ce n'est pas là une mesure de la vie, mais un résultat *complexe* qui indique seulement que, par suite de la distribution actuelle, et de nos vivants, et de la mortalité à chaque âge, la moitié de nos décédés a moins de 33^{ans},3, etc.

38° *Age moyen des vivants.* — On peut encore se proposer de déterminer, et sur la *Table* et sur la Liste de population, quel est l'âge moyen des vivants d'après la formule [8] qui a servi à la détermination de la vie moyenne[1]. On trouve ainsi que l'âge moyen de la *Table* de population est de 32^{ans},28; sur la Liste de population, elle est de 30^{ans},6. Si on se propose de rechercher les conditions d'avenir que la mortalité actuelle prépare à notre population française, c'est le chiffre de la Table qu'il faut considérer. Mais si l'on veut apprécier l'influence de notre passé, quel qu'il ait été (mortalité, émigration, guerre, etc.), sur notre population actuelle; ou si nous voulons estimer la force et l'état actuel des citoyens au point de vue économique, politique, etc., il est clair que c'est la Liste des vivants qui nous donnera ces notions. Il en est de même si l'on veut résumer la population dans les trois termes

1. Dans le calcul de l'*âge moyen des vivants*, l'âge moyen de chaque groupe de vivants est très-généralement le milieu de leur période d'âge. La correction qui résulte de l'inégale distribution des vivants dans le groupe a beaucoup moins d'importance que pour les décès, au moins dans la première année. Ainsi pour $p_{0..1}$ l'âge moyen est environ 0.489, au lieu de 0.5; cependant au delà de 70 ans, on pourra adopter les mêmes âges moyens qui conviennent au groupe correspondant des décédés. (Voy. note p. 58.)

ci-après : 0-15 ans, impubères; 15-60 ans, âge de fécondité, de force et de production; 60-ω, vieillards.

En France, sur 1,000 habitants (population de la Liste), on trouve la distribution suivante (pour la période 1840-1859) : 283 enfants; 616 adultes de 15 à 60 ans; et 101 vieillards. La *Table*, au contraire (population théorique ou représentative de ce que deviendrait notre population soumise, pendant toute une génération seulement, et sans perturbation, à la mortalité et à la natalité actuelles), donne la distribution suivante : impubères, 270; adultes de 15 à 60 ans, 600; vieillards, 130.

On voit par la comparaison, terme à terme, de ces deux séries (283 : 270; 616 : 600; 101 : 130) que, si rien ne venait troubler le mouvement de notre population, nous verrions diminuer le nombre *relatif* de nos impubères de 46 pour 1,000, et même de 26 celui des adultes, et augmenter de 33 à 34 celui de nos vieillards. Or, il importe de remarquer que, pendant que ce mouvement s'opérera dans les rangs de nos vivants, si nos conditions de vitalité *à chaque âge restent identiques*, la *mortalité générale augmentera*. Elle est aujourd'hui de (0.023) 23 pour 1,000; elle s'élèvera à 0.025! D'un autre côté, l'âge moyen des décédés s'élèvera; il est maintenant de 35$^{\text{ans}}$,66; il sera de 40 ans. Mais les vraies mesures, *résultantes générales de la mortalité à chaque âge*, la *Vie moyenne*, la *Vie probable*, mathématiquement déterminées, indiqueront parfaitement le *statu quo* et resteront invariables. A cette éqoque, ceux qui prétendent mesurer les mouvements de notre vitalité par la mortalité générale, affirmeront que nous sommes en décadence; tandis que ceux qui interrogeront l'âge moyen de nos décédés et continueront à le considérer comme mesure de la vie moyenne, célébreront notre progrès! dissentiments qui ne seront dus qu'à la fâcheuse prétention de vouloir faire de la statistique avant d'en avoir suffisamment étudié la méthode!

39° Nous donnons donc ci-après les Listes et les *Tables* dont nous venons d'étudier la construction et les significations. Nous les donnons pour les deux sexes réunis (France entière) et pour chaque sexe séparément, nous réservant de faire ressortir dans un autre travail les conséquences que l'on peut en tirer.

Quoique la formule [5] soit assez simple et d'une application assez commode, elle pourrait être mise sous d'autres formes qui abrégeraient le calcul, mais seraient peut-être moins facilement abordables pour tout le monde. Au surplus, en examinant, dans un mémoire ultérieur, le problème de la construction des tables de survie à un point de vue plus particulièrement mathématique, nous serons conduits à deux formules logarithmiques d'une simplicité remarquable. Voici l'une d'elles qui n'est que la transformation de notre formule [3] :

$$S_{n+t} = S_n \frac{2 - c_{n..n+t}}{2 + c_{n..n+t}} \quad [9]$$

ou, en logarithmes, et en introduisant le coefficient correctif α :

$$\log. S_{n+t} = \log. S_n + \log. (2 - \alpha c_{n..n+t}) - \log. (2 + \alpha c_{n..n+t}) \quad [10],$$

formule assez expéditive, puisque l'on n'a que deux logarithmes à chercher pour le calcul de chaque terme et que les valeurs $2 - \alpha c..$ et $2 + \alpha c..$ sont d'un calcul très-facile.

Depuis, nous avons trouvé, et nous donnerons dans un prochain mémoire, une formule logarithmique en fonction de log. *e* (*e* étant la base des logarithmes Népériens), formule plus rigoureuse et peut-être encore plus commode; mais elle exige un développement mathématique qu'il n'entrait pas dans notre pensée de donner ici.

(2e TABLEAU.) FRANCE, PÉRIODE 1840-1859. LES DEUX SEXES RÉUNIS. MOYENNES ANNUELLES.

Périodes d'âge.	LISTES de population (moyenne de 3 census).	LISTES mortuaire correspondante. Décès à chaque âge.	TABLES de mortalité, ou coefficients de mortalité.	TABLES de survie.	TABLES mortuaire correspondante.	TABLES des âges vécus.	TABLES de population d'après la survie.	TABLES de survie en partant de 100,000 naissances vivantes.	Age des survivants.
N.	1,000,000			1,000,000					
dn (mort-nés)		42,000			42,000				
S_0	958,000			958,000				100,000	S_0
0..1. . . .	841,600	159,054	0.18915		159,100	42,957	841,600		
				798,900				83,390	S_1
1..2. . . .	774,400	49,096	0.06340		49,080	73,620	774,400		
				749,820				78,224	S_2
2..3. . . .	736,600	26,692	0.03625		26,700	66,750	736,600		
				723,120				75,433	S_3
3..4. . . .	714,400	17,412	0.02435		17,420	60,970	714,410		
				705,700				73,616	S_4
4..5. . . .	699,700	12,290	0.01757		12,300	55,350	699,550		
				693,400				72,323	S_5
5..10 . . .	3,364,100	34,380	0.01022		34,560	259,200	3,380,600		
				658,840				68,722	S_{10}
10..15. . .	3,210,000	18,841	0.00587		19,070	238,375	3,246,525		
				639,770				66,729	S_{15}
15..20. . .	3,126,500	23,487	0.00751		23,600	413,000	3,139,850		
				616,170				64,269	S_{20}
20..25. . .	3,036,400	34,377	0.01132		33,915	763,087	2,996,062		
				582,255				60,731	S_{25}
25..30. . .	2,909,600	28,605	0.00983		27,935	768,212	2,841,438		
				554,320				57,816	S_{30}
30..35. . .	2,691,900	25,694	0.00954		25,830	839,475	2,707,025		
				528,490				55,118	S_{35}
35..40. . .	2,564,000	25,682	0.01001		25,820	968,250	2,577,900		
				502,670				52,424	S_{40}
40..45. . .	2,362,600	27,715	0.01172		28,710	1,220,175	2,441,575		
				473,960				49,431	S_{45}
45..50. . .	2,147,200	29,224	0.01361		31,200	1,482,000	2,291,800		
				442,760				46,179	S_{50}
50..55. . .	1,960,900	33,107	0.01688		35,860	1,882,650	2,124,150		
				406,900				42,441	S_{55}
55..60. . .	1,634,800	37,574	0.02298		44,220	2,542,650	1,923,950		
				362,680				37,616	S_{60}
60..65. . .	1,333,000	46,609	0.03497		58,310	3,644,375	1,667,625		
				304,370				31,566	S_{65}
65..70. . .	1,002,500	51,272	0.05110		68,950	4,654,225	1,349,475		
				235,420				24,416	S_{70}
70..75. . .	697,500	57,263	0.08210		81,000	5,870,070	974,600		
				154,420				16,094	S_{75}
75..80. . .	390,900	49,297	0.12615		72,940	5,642,638	576,382		
				81,480				8,489	S_{80}
80..85. . .	178,600	35,019	0.19610		52,200	4,293,972	266,751		
				29,280				3,049	S_{85}
85..90. . .	60,200	15,039	0.24975		21,350	1,860,653	84,038		
				7,930				824	S_{90}
90..95. . .	15,800	4,438	0.28100		6,060	557,823	21,644		
				1,870				192	S_{95}
95..100 . .	2,930	1,130	0.38550		1,630	157,727	4,027		
				240				25	S_{100}
100..ω . .	260	125	0.48100		240	24,184	329		
	36,456,390	843,422	0.02313	Population que suppose cette survie. 38,382,307	958,000	38,382,388 [1]	38,382,307 [1]	Population que suppose cette survie. 4,005,000	
				Mortalité gén. 0.025					

(1) En théorie, ces deux sommes devraient être égales; elles diffèrent ici par le fait des corrections introduites avec α dans le calcul des âges vécus par les décédés, — par les vivants; ces coefficients correctifs ayant été déterminés expérimentalement dans les deux cas, au lieu d'être déduits les uns des autres.

(3e TABLEAU.) FRANCE, PÉRIODE 1840-1859. MOYENNES ANNUELLES.

Périodes d'âge.	HOMMES. LISTES de population (moyenne de 3 census).	HOMMES. LISTES mortuaire correspondante. Décès à chaque âge.	HOMMES. TABLES de mortalité, ou coefficients de mortalité, ou danger de mourir à chaque âge.	HOMMES. TABLES de survie.	HOMMES. TABLES mortuaire de cette survie.	FEMMES. LISTES de population (moyenne de 3 census).	FEMMES. LISTES mortuaire correspondante. Décès à chaque âge.	FEMMES. TABLES de mortalité, ou coefficients de mortalité, ou danger de mourir à chaque âge.	FEMMES. TABLES de survie.	FEMMES. TABLES mortuaire de cette survie.
N	516,700			105,100		483,300			103,300	
dn (mort-nés)		25,000	0.0485		5,100		17,000	0.0351		3,300
S_0 . .	491,700			100,000		466,300			100,000	
0..1 . . .	428,300	87,610	0.2044		17,850	413,300	71,444	0.1727		15,300
S_1 . .				82,150					84,700	
1..2 . . .	390,400	25,174	0.0645		5,170	384,000	23,921	0.0623		5,163
S_2 . .				76,980					79,537	
2..3 . . .	371,000	13,576	0.03664		2,779	365,600	13,115	0.0359		2,816
S_3 . .				74,201					76,721	
3..4 . . .	361,000	8,779	0.0243		1,782	353,400	8,632	0.0245		1,851
S_4 . .				72,419					74,870	
4..5 . . .	353,500	6,162	0.01743		1,250	346,170	6,128	0.0177		1,313
S_5 . .				71,169					73,557	
5..10 . .	1,700,600	17,001	0.01		3,469	1,663,500	17,378	0.01045		3,742
S_{10} . .				67,700					69,815	
10..15 . .	1,626,500	8,786	0.0054		1,804	1,583,500	10,054	0.00635		2,182
S_{15} . .				65,896					67,633	
15..20 . .	1,578,100	11,269	0.0714		2,310	1,548,400	12,218	0.00789		2,617
S_{20} . .				63,583					65,016	
20..25 . .	1,513,900	20,293	0.0134		4,123	1,522,500	14,085	0.00925		2,927
S_{25} . .				59,460					62,089	
25..30 . .	1,457,100	14,941	0.01025		2,973	1,452,550	13,665	0.0094		2,853
S_{30} . .				56,487					59,236	
30..35 . .	1,347,700	12,381	0.00918		2,536	1,344,160	13,311	0.0099		2,651
S_{35} . .				53,951					56,585	
35..40 . .	1,288,500	12,471	0.00968		2,549	1,275,540	13,215	0.01036		2,645
S_{40} . .				51,402					53,940	
40..45 . .	1,192,000	14,070	0.01181		3,125	1,170,600	13,644	0.01165		3,053
S_{45} . .				48,277					50,887	
45..50 . .	1,077,300	15,159	0.01407		3,280	1,069,900	14,067	0.01316		3,236
S_{50} . .				44,997					47,651	
50..55 . .	972,000	16,723	0.0172		3,694	988,880	16,383	0.01655		3,793
S_{55} . .				41,303					43,858	
55..60 . .	790,000	18,477	0.02342		4,343	844,820	19,097	0.0226		4,715
S_{60} . .				36,960					39,143	
60..65 . .	620,000	22,044	0.0356		5,702	712,950	24,564	0.03445		6,212
S_{65} . .				31,258					32,931	
65..70 . .	468,000	23,745	0.0507		7,039	534,500	27,527	0.0515		7,511
S_{70} . .				24,219					25,420	
70..75 . .	328,300	26,561	0.0809		8,150	369,200	30,701	0.0832		8,755
S_{75} . .				16,069					16,665	
75..80 . .	180,700	22,990	0.1271		7,753	210,200	26,304	0.1251		7,824
S_{80} . .				8,316					8,841	
80..85 . .	78,140	16,010	0.205		5,480	100,400	19,010	0.1893		5,521
S_{85} . .				2,836					3,320	
85..90 . .	25,180	6,794	0.270		2,172	35,060	8,246	0.2353		2,331
S_{90} . .				664					989	
90..95 . .	6,440	1,935	0.3005		529	9,350	2,503	0.268		733
S_{95} . .				135					256	
95..100 . .	1,210	500	0.413		122	1,720	629	0.366		234
S_{100} . .				13					22	
100..ω . .	100	51	0.50		13	160	75	0.47		22
	18,152,070	423,502	0.02335	Population 3,929,700	100,000	18,300,360	419,916	0.02294	Populat. cor. 4,099,100	100,000

Mortalité générale d'après les *Tables*. . . . . . 0.02543 . . . . 0.02440.

50° *Tableaux.* — Le 2e tableau donne les éléments de la vitalité pour la France entière. Il se divise, comme le suivant, en Listes et en *Tables* (voir n° 33). Les Listes comprennent: 1° la succession des vivants, moyenne de trois *census* ramenés à la population de 1840-1859, contrôlés et rectifiés selon les règles que nous avons tracées (nos 18, 22); 2° la succession des décès qui correspondent à chaque groupe de vivants et qu'ils fournissent en moyenne annuelle, succession donnée dans la même période par les registres mortuaires de l'État civil. La colonne suivante est la table de mortalité. Chaque terme s'obtient en divisant la mortuaire par la population $\frac{d_n}{p^n}$; elle donne le danger de mourir à chaque âge par individu; en multipliant ces coefficients par 1,000 (par le simple déplacement de la virgule), on a le nombre des décès annuels fourni par 1,000 personnes du groupe d'âges auquel correspond le coefficient. Ainsi on voit que, de 20 à 25 ans, 1,000 individus donnent, année moyenne, 11décès,32, et 100,000, 1,132 décès, etc.

La colonne suivante est la *Table* de Survie. Aux paragraphes 25° à 29° et formule [5], nous avons indiqué avec détail la manière de calculer cette table qui donne le nombre des Survivants à chaque âge révolu. On doit aussi se reporter au n° 33 pour bien saisir la différence 1° entre la *Table* mortuaire qui vient après cette survie et la Liste mortuaire, et 2° entre la Liste de population (1re colonne) et la *Table* de *population* qui représente la distribution des vivants à chaque âge, s'ils n'eussent subi d'autre influence que celle de la mortalité dans la période étudiée (1840-1859). On remarquera, par exemple, comme nous l'avons déjà fait (n° 38), combien cette *Table* est plus riche en vieillards (elle en renferme 1,263,690 de plus); et dès lors on s'expliquera pourquoi le chiffre de la mortalité générale de la *Table* $\left(\frac{D}{P} = 0.025\right)$ est plus considérable que la mortalité générale de la Liste $\left(\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{P}} = 0.023\right)$, quoique la mortalité à chaque groupe d'âges soit exactement la même dans l'une et l'autre succession. On remarquera, en outre, que, de 20 à 30 ans, les nombres de vivants accusés par la Liste (*census*) surpassent ceux de la *Table* de *population*. C'est le résultat de l'immigration d'étrangers aux âges de travail (Allemands, Belges, etc.), immigration que les *Tables* ne supposent pas. Enfin, pour la France entière, nous avons donné une colonne des sommes des âges vécus par les décédés de chaque groupe de la *Table mortuaire*. Par exemple, cette table indiquera 12,300 décédés de 4 à 5 ans; ils ont vécu chacun, en moyenne, 4 ½, et 12,300 × 4 ½ donnera la somme des années vécues par ce groupe (voy. n° 34); d'un autre côté, la somme de ces produits d'années vécues divisée par le nombre *D* de ceux qui les ont vécues, donnera la *Vie moyenne,* soit 40.05.

On remarquera dans ce tableau deux Survies. La première part de 958,000 S_0 ou naissances vivantes[1], nombre qui, année moyenne, se produit en France. Il s'ensuit que la population théorique qui résulte de ce point de départ peut, ainsi que nous venons de le faire, être comparée à la population de fait. Mais comme les auteurs partent habituellement d'un nombre rond de naissances vivantes, et que nous faisons de même pour toutes les autres survies, nous avons calculé, pour la France, une seconde table en partant de 100,000 S_0. Cette survie pourra donc, ayant le même point de départ, être plus facilement comparée avec les autres.

1. En ajoutant en nombre rond 42,000 mort-nés *dn,* on a 1 million de naissances, nombre qui se trouve justement convenir à la France *sans l'annexion.*

Le tableau suivant donne les mêmes éléments de vitalité pour chaque sexe séparément. Enfin le lecteur, en se reportant au 1er tableau (p. 46), y trouvera un résumé des principales valeurs de ces deux derniers tableaux rapprochées des valeurs correspondantes pour 6 départements. Mais tandis que, pour la France, la période étudiée est de 20 ans (1840-1859), elle n'a pu être que de 10 ans pour les départements (1840-1849). Toutefois, nous nous sommes assuré que la différence est très-peu sensible. Ce 1er tableau contient les principales valeurs que l'on a coutume de calculer : *Vie moyenne*, *Vie probable* des *Tables;* Age moyen et Age probable des décédés des Listes pris à la naissance S_0. Le lecteur remarquera la grande différence qui existe entre la vie moyenne, 40.05, et l'âge moyen des décédés des listes (*Ad*), 35.66; la différence plus considérable encore entre la *Vie probable* (*Vp*) calculée sur la *Table*, 43ans,3, et l'Age probable (*Ap*) de la liste, 33.5. Il verra même que, suivant la valeur que l'on adopte comme appréciation de vitalité, l'ordination change, etc.

Nous ajouterons seulement ici une valeur qui manque dans le 1er tableau :

L'*Age moyen des vivants.* — Si on calcule cet âge sur la Liste de population (France entière), on le trouve de 30ans,6; si on le détermine sur la *Table*, il s'élève à 32ans,28. Pour la population de fait mâle, il est de 30.12 (et de 32.16 selon la *Table*), et pour les femmes de la Liste, 30.8 (et 32.4 selon la Table).

Enfin la comparaison de la mortalité à chaque âge suivant les sexes donnera lieu de remarquer que c'est la 1re et la 2e année, puis de 20 à 30 ans, que la mortalité masculine dépasse dans la plus large proportion la mortalité de l'autre sexe, tandis qu'elle n'est jamais dépassée que dans de faibles limites par la mortalité féminine.

On n'oubliera pas que ces éléments de la vitalité et de la mortalité s'appliquent à la période 1840-1859. Pour cette période, nous avons la conviction que, avec les documents connus, on ne peut approcher plus près de la vérité. Mais, soumis aux mêmes formules, les documents à venir, certainement plus précis, donneront aussi une approximation plus grande pour la nouvelle période qu'ils embrasseront.

Dr Bertillon.