

G. CAUDERLIER

Étude sur les lois de la population et la loi de Malthus

Journal de la société statistique de Paris, tome 42 (1901), p. 115-129

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1901__42__115_0

© Société de statistique de Paris, 1901, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

II.

ÉTUDE SUR LES LOIS DE LA POPULATION ET LA LOI DE MALTHUS.

(2^e article) [1].

Je commencerai tout d'abord par la question de la méthode et des coefficients, qui est d'autant plus importante qu'elle nous indiquera comment doivent se faire les recherches démographiques pour arriver à la connaissance des lois de la population.

(1) Cet article est la réponse faite par M. G. Gauderlier aux diverses observations présentées par un certain nombre de membres (voir numéro de mars, p. 75 et suivantes) sur les principes exposés et la méthode appliquée par l'auteur dans sa première étude sur le même sujet (voir numéro de février, p. 51).

M. Vauthier vous a dit, dans une précédente séance : « Tout résultat numérique est également scientifique lorsqu'il établit la relation voulue entre les éléments comparés. Il a selon le cas plus ou moins de portée. Il peut être plus ou moins propre à éclairer le problème auquel il se rattache. Il n'en est pas pour cela plus ou moins scientifique. Ce qui cesse d'être scientifique, c'est d'en faire mauvais usage. »

Nous sommes parfaitement d'accord. Je n'incrimine pas la valeur intrinsèque des coefficients de nuptialité, natalité, matrimonialité, mais seulement l'usage qu'on en fait lorsque, calculant ces coefficients pour différents pays à une époque déterminée, on veut s'en servir pour découvrir les lois de la population. Je dis que dans ce cas on construit, à l'aide de ces coefficients vrais, un argument qui n'a pas un suffisant caractère scientifique.

Il faut donc rechercher quels sont les coefficients qui conviennent le mieux pour le problème qui nous préoccupe, savoir : « La recherche des lois de la population ».

Or, ce problème peut être abordé, soit en étudiant les variations successives d'une même population dans la suite des temps, soit en comparant entre elles des populations différentes.

Examinons d'abord ce dernier point.

J'ai montré, dans une étude précédente, qu'aucun des coefficients employés jusqu'ici : nuptialité, matrimonialité, natalité, fécondité, mortalité, ne pouvait, par une comparaison entre différents pays, conduire au résultat cherché, parce que tous ces coefficients varient mécaniquement de peuple à peuple, sous des influences étrangères qui n'ont rien à voir avec les « lois de la population », et dont il est très difficile d'apprécier les effets dans chaque cas particulier.

Dès lors, faut-il renoncer à faire ces comparaisons entre deux peuples différents ? Je ne le pense pas, car elles peuvent et doivent nous donner des résultats très intéressants.

En effet, j'ai étudié dans mon livre une même collectivité dans la suite des temps, et j'ai répété cette étude dans cinq pays différents. Ce travail a conduit à la connaissance de l'influence des causes économiques, mais il faut remarquer qu'il ne pouvait pas donner d'autres résultats, parce que les circonstances économiques sont les seules qui varient d'année en année. Cependant, il est très probable que les mouvements de la population sont encore sous l'influence d'autres causes, telles que la race, le climat, et tout ce qui constitue l'élément moral, comme dit M. Vauthier, c'est-à-dire les mœurs, la religion, le passé historique, les idées régnantes, le régime de la propriété, etc., etc. Mais toutes ces causes restant constantes ou à peu près dans un même peuple pendant les quarante ou cinquante années que nous pouvons étudier, leur influence n'a pas pu être déterminée. Cependant, cette influence existe et elle pourrait être élucidée si nous trouvions le moyen de comparer entre elles les différentes nations ou les différentes provinces d'une même nation.

Il faut donc absolument trouver ce moyen.

Or, les coefficients que nous avons étudiés ne peuvent pas servir, parce qu'ils sont trop variables. Ils sont comme un terrain mouvant sur lequel nous ne pouvons rien bâtir.

Il nous faut trouver un point de repère fixe qui soit le même pour toutes les nations dans des circonstances données, et surtout qui soit à l'abri de toutes les influences étrangères. Et je crois avoir trouvé ce point fixe dans le maximum des mariages et des naissances, et dans le minimum des décès.

Il me paraît évident que l'intensité des mariages, par exemple, sera la même dans deux nations où elle atteint le maximum possible des mariages, et aussi dans deux nations où elle atteint les 9/10 du maximum ou une fraction égale de ce maximum, et qu'elle sera plus grande dans une nation où elle atteint les 9/10 que dans une nation où elle n'atteint que les 8/10 de ce maximum.

Nous avons donc ici un point fixe autour duquel viendront se ranger, dans un ordre régulier, tous les coefficients de toutes les nations et qui permettra, par conséquent, la comparaison entre différentes nations.

J'ai montré, dans mon étude précédente, que cette valeur maximum est en même temps naturellement constante.

M. Vauthier n'est pas satisfait de cette démonstration, elle me paraît pourtant bien simple.

Il n'y a pas d'effet sans cause, et lorsque aucune cause n'agit pour diminuer ou faire varier un coefficient démographique, ce coefficient ne varie pas, c'est-à-dire qu'il reste constant. Présentée sous cette forme, la constance des coefficients démographiques a tous les caractères d'un axiome.

Or, quel peut être le coefficient maximum et constant des mariages ?

Si nous examinons une génération féminine G_{15}^{α} dans la suite des temps, depuis l'année α où elle a 15 ans jusqu'à l'année $\alpha + n$ ou elle a $15 + n$ ans $G_{15+n}^{\alpha+n}$, le maximum des mariages sera atteint lorsque toutes les femmes vivantes de la génération $G_{15+n}^{\alpha+n}$ seront mariées.

Que restera-t-il, dans ce cas, des mariages annuels successifs $m_{15}^{\alpha}, m_{16}^{\alpha+1}, m_{17}^{\alpha+2}$ $m_{15+n}^{\alpha+n}$?

Reportons-nous à l'année $\alpha + n$ et supposons que la mortalité des femmes mariées soit la même que celle de la génération totale.

Le nombre m_{15}^{α} sera devenu $m_{15}^{\alpha} \frac{G_{15+n}^{\alpha+n}}{G_{15}^{\alpha}}$.

Le nombre $m_{16}^{\alpha+1}$ sera devenu $m_{16}^{\alpha+1} \frac{G_{15+n}^{\alpha+n}}{G_{16}^{\alpha+1}}$, etc., etc.

Et la somme totale des femmes mariées sera :

$$\frac{m_{15}^{\alpha}}{G_{15}^{\alpha}} G_{15+n}^{\alpha+n} + \frac{m_{16}^{\alpha+1}}{G_{16}^{\alpha+1}} G_{15+n}^{\alpha+n} + \frac{m_{17}^{\alpha+2}}{G_{17}^{\alpha+2}} G_{15+n}^{\alpha+n} + \dots \dots \dots \frac{m_{15+n}^{\alpha+n}}{G_{15+n}^{\alpha+n}} G_{15+n}^{\alpha+n}$$

Cette valeur est maximum lorsqu'elle égale $G_{15+n}^{\alpha+n}$. Nous pouvons donc supprimer le facteur commun $G_{15+n}^{\alpha+n}$ et il nous reste comme expression de la valeur maximum des mariages :

$$(1) \quad \frac{m_{15}^{\alpha}}{G_{15}^{\alpha}} + \frac{m_{16}^{\alpha+1}}{G_{16}^{\alpha+1}} + \frac{m_{17}^{\alpha+2}}{G_{17}^{\alpha+2}} + \dots \dots \dots \frac{m_{15+n}^{\alpha+n}}{G_{15+n}^{\alpha+n}} = 1.$$

Ce maximum doit nous servir de point de repère fixe, et remarquons bien qu'il est indépendant de toutes les influences étrangères telles que la mortalité, le nombre

des enfants, l'âge moyen au moment du mariage, ou la série des coefficients précédents, et qu'il est en même temps le même pour toutes les nations.

Il présente donc la fixité et la stabilité que demande M. Vauthier et c'est pourquoi il faut le préférer à tous les autres.

Seulement, il faut 40 ou 50 ans pour l'établir de la manière dont nous l'avons considéré, et par conséquent il est d'un emploi très laborieux et il ne peut pas servir à démontrer l'influence des causes annuelles sur les mariages.

Il faut donc chercher la valeur annuelle de cette expression qui sera :

$$(2) \quad \frac{m_{15}^{\alpha}}{G_{15}^{\alpha}} + \frac{m_{16}^{\alpha}}{G_{16}^{\alpha}} + \frac{m_{17}^{\alpha}}{G_{17}^{\alpha}} + \dots \dots \dots \frac{m_{15+n}^{\alpha}}{G_{15+n}^{\alpha}}.$$

Or, je dis que ces deux expressions auront en tous cas le même maximum.

Cela paraîtra évident lorsque la population est stationnaire, mais cela sera vrai aussi quand la population sera variable.

Dans ce cas, les générations $G_{16}^{\alpha+1}$, $G_{17}^{\alpha+2}$; G_{16}^{α} , G_{17}^{α} varient, mais la cause qui produit le maximum agit dans la même proportion sur chacune de ces générations variables, et l'âge moyen au moment du mariage restant d'ailleurs constant ou à peu près, nous aurons les égalités suivantes :

$$\frac{m_{16}^{\alpha}}{G_{16}^{\alpha}} = \frac{m_{16}^{\alpha+1}}{G_{16}^{\alpha+1}},$$

$$\frac{m_{17}^{\alpha}}{G_{17}^{\alpha}} = \frac{m_{17}^{\alpha+2}}{G_{17}^{\alpha+2}};$$

d'où je conclus que lorsque le maximum sera réalisé, les deux formules ci-dessus auront tous leurs termes égaux deux à deux et par conséquent que la somme des valeurs de la formule annuelle (2) aura le même maximum en tous cas que la somme des valeurs de la formule initiale (1).

Ce maximum sera donc égal à 1 pour une année quelconque. Et si nous appelons μ ce coefficient naturel, nous aurons :

$$\mu = \frac{m_{15}}{G_{15}} + \frac{m_{16}}{G_{16}} + \frac{m_{17}}{G_{17}} + \dots \dots \dots \frac{m_{15+n}}{G_{15+n}}.$$

Cette valeur est relativement assez compliquée et il n'est pas toujours possible de la calculer avec les éléments qui sont fournis par les statistiques officielles, et c'est pourquoi je pense qu'on peut la remplacer par une valeur beaucoup plus simple :

$$\frac{m_{15}}{G \text{ moy.}} + \frac{m_{16}}{G \text{ moy.}} + \frac{m_{17}}{G \text{ moy.}} + \dots \dots \dots \frac{m_{15+n}}{G \text{ moy.}} = \frac{M}{G \text{ âge moyen}},$$

obtenue en divisant l'ensemble des mariages par la génération à l'âge moyen au moment du mariage.

Cette substitution a pour effet de diminuer les fractions précédant l'âge moyen et d'augmenter la valeur des fractions suivant l'âge moyen, mais ces diminutions et

ces augmentations se balanceront à peu près, parce que l'âge moyen est calculé en tenant compte de la répartition des mariages par âges, c'est-à-dire aussi des numérateurs de ces fractions.

Et, comme vous pouvez le voir par la table ci-dessous que j'ai calculée pour la France, sur le conseil de M. Coste, la différence entre les deux expressions est assez petite et ne dépasse pas 2 p. 100 pour ce pays.

France entière.

Coefficients de mariabilité.

| Années. | μ . | Valeur abrégée. | Années. | μ . | Valeur abrégée. |
|-----------|---------|-----------------|-----------|---------|-----------------|
| 1853. . . | 0,88730 | 0,867 | 1875. . . | 0,93150 | 0,926 |
| 1854. . . | 0,84910 | 0,834 | 1876. . . | 0,89835 | 0,896 |
| 1855. . . | 0,89215 | 0,868 | 1877. . . | 0,85520 | 0,856 |
| 1856. . . | 0,89210 | 0,865 | 1878. . . | 0,85515 | 0,861 |
| 1857. . . | 0,92550 | 0,902 | 1879. . . | 0,86070 | 0,871 |
| 1858. . . | 0,95955 | 0,943 | 1880. . . | 0,85330 | 0,860 |
| 1859. . . | 0,92995 | 0,920 | 1881. . . | 0,85955 | 0,869 |
| 1860. . . | 0,89235 | 0,882 | 1882. . . | 0,85305 | 0,864 |
| 1861. . . | 0,94225 | 0,929 | 1883. . . | 0,85715 | 0,866 |
| 1862. . . | 0,93725 | 0,925 | 1884. . . | 0,86245 | 0,878 |
| 1863. . . | 0,92855 | 0,919 | 1885. . . | 0,83925 | 0,842 |
| 1864. . . | 0,91670 | 0,911 | 1886. . . | 0,83550 | 0,835 |
| 1865. . . | 0,91530 | 0,904 | 1887. . . | 0,81605 | 0,811 |
| 1866. . . | 0,92505 | 0,918 | 1888. . . | 0,80555 | 0,813 |
| 1867. . . | 0,91900 | 0,900 | 1889. . . | 0,80375 | 0,803 |
| 1868. . . | 0,92745 | 0,901 | 1890. . . | 0,79840 | 0,795 |
| 1869. . . | 0,94135 | 0,945 | 1891. . . | 0,84345 | 0,844 |
| 1870. . . | 0,63755 | 0,694 | 1892. . . | 0,83305 | |
| 1871. . . | 0,82235 | | 1893. . . | 0,85750 | |
| 1872. . . | 1,09270 | 1,080 | 1894. . . | 0,85490 | |
| 1873. . . | 0,99600 | 0,987 | 1895. . . | 0,84655 | |
| 1874. . . | 0,94040 | 0,931 | | | |

La valeur $\frac{M}{G \text{ âge moyen}}$ est tantôt plus grande, tantôt plus petite que μ , mais elle en est assez rapprochée pour que nous soyons certains qu'elle reste soumise aux mêmes fluctuations.

De toute manière, le coefficient abrégé pourra servir à établir une comparaison entre différents pays, mais il vaudra toujours mieux, quand on le pourra, employer l'expression exacte.

Nous pouvons étudier maintenant la valeur relative de tous les coefficients proposés.

μ est le coefficient naturel vrai. Les autres seront d'autant meilleurs, pour le but que nous poursuivons, qu'ils se rapprochent davantage de μ , et d'autant plus mauvais qu'ils s'en éloignent.

Le coefficient $\frac{M}{G \text{ âge moyen}}$ est celui qui se rapproche le plus de la valeur μ .

M. March et M. Bertillon proposent tous deux le coefficient :

$$\frac{m_{15}^{\alpha} + m_{16}^{\alpha+1} + m_{17}^{\alpha+2} + \dots + m_{15+n}^{\alpha+n}}{G_{15}^{\alpha}}$$

Ce coefficient a le grand avantage, comme M. Bertillon l'a très bien montré, de représenter exactement la chance qu'une jeune fille a de se marier pendant le cours de son existence depuis l'âge de 15 ans jusqu'à l'âge de 15 + n années.

Mais, contrairement à ce que paraît penser M. March, ce n'est pas là le but que nous poursuivons. Il nous faut non pas rechercher la chance qu'une fille a de se marier, mais les lois qui régissent les mariages.

Or, est-il possible d'employer ce coefficient pour rechercher les lois de la population? Je ne le pense pas. Sous la forme que lui ont donnée ses deux parrains, il faut quarante ou cinquante années pour le déterminer, et naturellement sa valeur totale doit porter l'empreinte de toutes les causes qui, pendant ces cinquante années, ont influé sur les mariages.

On pourrait essayer de lui donner une valeur annuelle comme nous avons fait pour le coefficient μ . Il affecterait alors la forme suivante :

$$\frac{m_{15}^{\alpha}}{G_{15}^{\alpha}} + \frac{m_{16}^{\alpha}}{G_{15}^{\alpha-1}} + \frac{m_{17}^{\alpha}}{G_{15}^{\alpha-2}} + \dots \dots \dots \frac{m_{15+n}^{\alpha}}{G_{15}^{\alpha-n}}$$

Mais on voit que la difficulté est seulement déplacée. Au lieu d'avoir à calculer une génération et cinquante années de mariages, il faudra calculer une année de mariages et cinquante générations. De sorte que sous cette forme nouvelle ce coefficient portera de nouveau l'empreinte de toutes les causes qui, pendant ces cinquante années, ont influé sur les générations successives.

En outre, la valeur maximum de ce coefficient, qui devrait servir de point de repère pour les comparaisons entre les différentes nations, sera toujours extrêmement difficile à calculer, parce qu'elle dépendra de la mortalité pendant ces cinquante années. Elle n'arrivera donc à sa valeur constante maximum que lorsque cette mortalité elle-même sera arrivée depuis cinquante ans à sa valeur minimum et constante, hypothèse qui est encore bien loin de se réaliser.

Enfin, on pourrait, comme je l'ai fait pour le coefficient μ , tenter de substituer une valeur abrégée à la formule très compliquée de ce coefficient. M. March propose

même une valeur $\frac{M}{G_{15}^{\alpha-x}}$ dans laquelle x devrait être déterminé à l'aide de quel-

ques hypothèses admissibles que notre savant confrère n'indique point. Mais cette valeur n'a plus l'avantage de représenter exactement la chance au mariage qu'avait sa formule initiale, et d'autre part, elle est de même nature que la formule abrégée

$\frac{M}{G_{\text{âge moyen}}}$, sauf qu'elle est naturellement plus éloignée du coefficient naturel, car elle est influencée par toutes les variations de la mortalité et de l'émigration pendant tout le temps qui s'écoule entre l'année $\alpha - x$ et l'année de l'âge moyen.

Pour toutes ces raisons, je crois devoir repousser, pour le problème spécial qui nous occupe, le coefficient proposé par MM. Bertillon et March.

Quant aux trois autres coefficients $\frac{M}{C_{15-50}}$, $\frac{M}{F_{15-100}}$, $\frac{M}{P}$, il est visible qu'ils s'éloignent de plus en plus de la valeur μ .

On se fera une idée à peu près exacte de la valeur relative de ces différents coefficients en les calculant tous pour une année.

Voici ce que donne la France pour l'année 1891 :

$$\mu = 0,84345 ; \frac{M}{G_{\text{moyen}}} = 0,84468 ; \frac{m_{15}^{\alpha}}{G_{15}^{\alpha}} + \frac{m_{16}^{\alpha}}{G_{16}^{\alpha}} + \dots \dots \dots \frac{m_{15}^{\alpha} + n}{G_{15}^{\alpha} - n} = 0,81445.$$

$$\frac{M}{G_{15}^{\alpha}} = 0,77625 ; \frac{M}{G_{15-50}} = 0,05961 ; \quad \frac{M}{F_{15-100}} = 0,01378 ; \quad \frac{M}{P} = 0,00694.$$

Ce tableau montre, sans qu'il soit besoin de commentaires, la grande différence qui existe entre les différents coefficients.

Mais la plupart de ces coefficients pourront servir à déterminer la loi fondamentale qui règle les mariages, parce que c'est celle qui agit avec la plus grande énergie et le plus de fréquence, et à condition de ne pas faire de comparaison entre deux pays différents.

Le coefficient de nuptialité lui-même pourra, dans certains cas, conduire à cette loi, comme le montre le beau travail de M. Ogle sur les mariages en Angleterre (1), parce que l'Angleterre est le pays où le problème posé est le plus facile à résoudre, l'action directe des influences économiques n'ayant subi dans ce pays que des perturbations extrêmement faibles, puisqu'il n'a eu, depuis cinquante ans, ni guerre ni grande épidémie.

Mais cela ne nous permet pas de conclure comme M. March que tous ces coefficients sont également bons.

Ils sont au contraire tous inégalement bons, parce que les valeurs relatives de $\frac{C}{P}$, $\frac{F}{P}$, $\frac{G}{P}$, non seulement varient d'année en année, mais varient inégalement, de sorte que $\frac{G}{P}$, par exemple, peut très bien diminuer pendant quelques années, pendant que $\frac{C}{P}$ continue à augmenter.

L'observation de M. March ne s'applique du reste que dans le cas spécial où on étudie les variations d'un même pays dans la suite des temps. Mais dès qu'on veut comparer entre eux différents pays, il faut revenir au coefficient de mariabilité μ que j'ai déterminé ou à son expression abrégée quand il n'est pas possible de calculer sa valeur exacte.

Il est d'autant plus nécessaire de s'y tenir que nous pouvons prévoir dès maintenant, comme je l'ai fait ci-dessus, l'importance des découvertes que la comparaison entre deux pays différents, ou deux départements différents, nous permettra de faire.

J'ajouterai que la connaissance de la valeur maximum de ce coefficient nous sera, dans cette étude, d'un grand secours.

Elle démontre d'abord d'une manière évidente la loi des compensations de M. Levasseur. Il est bien certain que le nombre de mariages ne peut pas dépasser normalement cette valeur maximum.

Or, ce fait se présente à différentes reprises, comme l'a remarqué M. Coste. Il prouve qu'il s'effectue alors des mariages appartenant aux générations précédentes, mariages qui n'ont pu s'effectuer par suite d'une perturbation quelconque. Nous

(1) Voir *Journal of the statistical society of London*, année 1890.

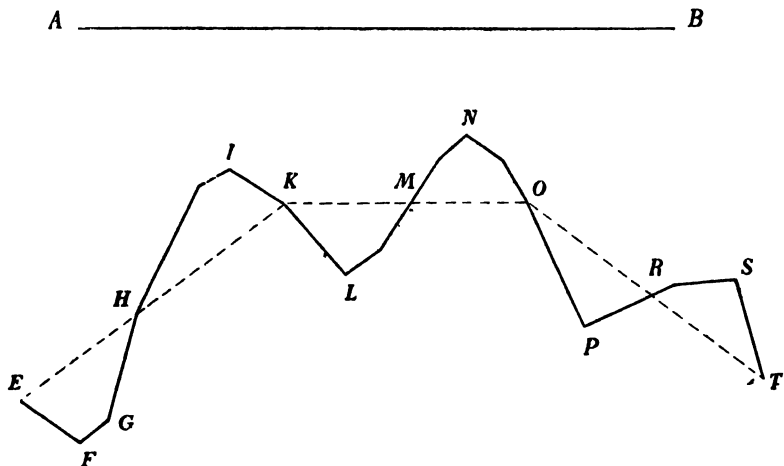
avons donc ici la preuve matérielle que la loi des compensations agit ; faute de cette preuve, cette loi pourrait être contestée. On pourrait dire, par exemple, que le grand nombre de mariages constatés en France en 1872 est dû uniquement aux circonstances économiques spéciales dans lesquelles s'est trouvée cette année et non à la perturbation subie les années précédentes. Mais, dès qu'on examine les coefficients de mariabilité, cette hypothèse n'est plus permise, et il faut absolument admettre que les mariages n'auraient pas été aussi nombreux sans le disponible laissé par les années précédentes.

M. Bertillon fait une remarque analogue pour la Prusse, mais il a oublié d'ajouter que le fait qu'il rappelle m'a servi à corriger une erreur involontaire et forcée qui avait été faite dans mes calculs (voir *les Lois de la population*, pages 132 et suivantes), erreur dont je ne me serais pas aperçu si je n'avais pas employé un coefficient qui avait une valeur maximum. De plus, le même fait m'a indiqué la cause de la baisse continuelle de la matrimonialité en Prusse depuis 1821 à 1850.

Ainsi, cette notion du maximum, dès son introduction dans la science, nous fournit une preuve nouvelle pour des lois déjà connues, nous fait découvrir les erreurs involontaires de nos calculs et nous montre la cause de phénomènes démographiques restés inexplicables.

C'est déjà là un triple service qui n'est pas à dédaigner, mais, en outre, la notion du maximum nous conduit à la théorie générale des courbes démographiques, qui me paraît très importante et dont je désire vous dire quelques mots.

J'ai démontré précédemment que le coefficient de mariabilité était naturellement constant, c'est-à-dire qu'il serait représenté par une ligne droite horizontale AB, dans toute collectivité où aucune influence politique, religieuse, morale, sociale, économique, ne viendrait s'opposer au penchant naturel du mariage.



Ce cas ne se présente nulle part en Europe, sauf, peut-être, à Fort-Mardyck et dans les gouvernements les plus fertiles de la Russie. Mais, dans tout autre pays, l'ensemble des conditions économiques, sociales, religieuses, morales, réduit les mariages, et les courbes de mariabilité restent au-dessous de leur valeur constante.

Si la collectivité que nous étudions se trouve dans un état stationnaire, ne subis-

sant aucune variation, la courbe des mariages sera représentée par la ligne KO. Mais si cette collectivité est progressive, si les causes perturbatrices de tous genres qui s'opposent au mariage diminuent, cette courbe sera inclinée et affectera la forme EHK et, au contraire, si ces causes perturbatrices augmentent, la courbe affectera la forme ORT.

Maintenant, la marche progressive d'une collectivité ne se fait jamais sans perturbations de courte durée. Les guerres, les épidémies, les mauvaises récoltes retardent cette marche progressive et doivent provoquer des chutes momentanées suivant les courbes EFH, KLM, OPR. Mais nous savons aussi que les périodes de chute sont presque toujours accompagnées de périodes de compensation, et cette compensation devra naturellement se faire par les courbes HIK, MNO, RST, de sorte que, si toutes nos hypothèses sont exactes, la courbe de la mariabilité devra affecter la forme EFGHIKLMNOPR, etc.

Or, c'est bien ainsi que toutes les courbes se présentent, comme on peut le voir sur les diagrammes que j'ai publiés. Ces courbes, relevées dans cinq pays différents, vérifient donc pleinement toutes les hypothèses logiques que nous avons faites ci-dessus.

Ces considérations nous montrent comment, de la ligne idéale EKOT, les mariages passent, dans la réalité, à la ligne sinueuse; mais nous pouvons faire le travail inverse, c'est-à-dire passer de la ligne sinucuse constatée à la ligne idéale théorique, que j'ai appelée courbe normale de la matrimonialité et de la mariabilité.

Voici comment on peut procéder pour obtenir cette courbe normale.

Je divise la courbe sinueuse en périodes inégales comprenant chacune une partie perturbée et une partie compensatrice, et je prends alors les mariages en excès de cette dernière, de façon à combler le vide de la première et à obtenir pour l'ensemble des périodes une courbe continue.

Peut-on dire que la courbe que j'obtiens ainsi est artificielle et factice et qu'elle n'a aucune réalité? Je ne le pense pas. Elle s'appuie, d'une part, sur la courbe réelle constatée dans chaque peuple et, d'autre part, sur la théorie des courbes démographiques que j'ai exposée ci-dessus. Cette théorie nous prouve qu'il doit exister une courbe normale et, en pratique, nous la calculons en nous appuyant exclusivement sur les nombres constatés et sur la loi des compensations.

Ces courbes normales indiquent la marche qu'aurait suivie la mariabilité si elle était dégagée de toutes les influences annuelles et, par conséquent, elles sont très intéressantes à étudier. Je dirai même qu'elles forment la base indispensable de toute comparaison entre deux peuples différents ou entre deux provinces différentes.

Cette comparaison doit, en effet, nous faire connaître l'influence des causes permanentes telles que la race, le climat, les mœurs, la religion. Il y a donc tout avantage à éliminer tout d'abord l'influence annuelle des conditions économiques. Or, cette élimination se fait naturellement par la construction des courbes normales, et celles-ci sont donc tout indiquées pour servir de base à cette étude comparée.

Je puis résumer en quelques mots cette étude.

La recherche des lois de la population peut se faire soit en étudiant un même peuple dans la suite des temps, soit en comparant entre eux plusieurs peuples.

La première peut se faire à l'aide de coefficients différents qui auront des mérites inégaux, suivant qu'ils s'éloignent plus ou moins du coefficient naturel, mais elle

ne peut conduire qu'à la constatation des influences économiques qui sont les seules qui varient sensiblement d'année en année.

La comparaison entre des provinces ou des peuples différents doit nous faire connaître au contraire l'influence de tous les facteurs dont les variations annuelles sont petites, comme la race, les mœurs, la religion, le climat, etc., etc. Mais cette comparaison ne peut se faire avec une suffisante sécurité scientifique qu'à l'aide d'un coefficient dont la valeur maximum soit facilement calculable et, mieux encore, d'un coefficient qui ait le même maximum chez tous les peuples.

Le coefficient de mariabilité dont nous avons donné l'expression exacte μ ainsi qu'une valeur abrégée convient parfaitement sous tous les rapports.

Enfin, il paraît logique d'employer, pour cette étude comparée, les courbes normales de la mariabilité, parce que leur construction élimine toutes les influences annuelles pour ne laisser subsister que l'influence des causes permanentes ou de longue durée.

J'ai déjà répondu dans cette étude à une partie des objections qui m'ont été faites. Il me reste à répondre rapidement aux autres.

M. Bertillon démontre excellemment que la chance qu'une jeune fille a de se marier depuis l'âge de 15 ans jusqu'à l'âge de $15 + n$ années est mesurée par la formule de M. March. Mais il n'examine, pas plus que ce dernier, la question de savoir si cette formule est applicable au problème qui nous préoccupe : « Rechercher les lois de la population ». ▲

Bien plus, il l'abandonne lui-même pour préconiser finalement le coefficient de matrimonialité $\frac{M}{C_{15-50}}$ et le rapport des filles célibataires à la génération totale à cinquante ans, $\frac{C_{50}}{G_{50}}$, et il ajoute : « Ces différents rapports suffisent aux études démographiques. »

Il me semble que c'est remplacer une démonstration qui eût été fort difficile à faire par une simple affirmation. J'ai montré que le premier de ces rapports varie mécaniquement avec l'âge au mariage et toute la série des coefficients précédents. Le second dépendra de toutes les causes qui ont influé sur les mariages pendant les trente-cinq années précédentes. Je me demande comment M. Bertillon pourra discerner, avec des coefficients aussi variables, l'influence spéciale à chaque cause.

M. Bertillon aborde ensuite le problème des naissances. Il ne conteste pas la démonstration que j'ai faite de la grande complexité du problème. Il ne conteste pas que le coefficient de fécondité générale est un élément trois cents fois plus complexe que la mortalité générale, mais il me propose, plaisamment il est vrai, de rendre ce problème encore plus compliqué.

Ce n'est pas ainsi que procède M. Korosi, qui s'est occupé de la même question ; ce savant statisticien aborde ce problème de front en déterminant, par l'observation directe, une partie des coefficients de fécondabilité (1). Mais cette tentative ne donnera de résultats pouvant servir à des généralisations que lorsqu'elle aura été appliquée à plusieurs pays pendant une période de temps suffisamment longue, ce qui n'aura probablement lieu qu'en 1930 ou 1940. C'est pourquoi j'ai cherché,

(1) M. Coste m'a fait remarquer fort justement que *fécondabilité* valait mieux que *fécondibilité*.

dans mon ouvrage *les Lois de la population*, une solution approximative suffisante pour déterminer dès maintenant la loi qui règle les naissances, en employant les résultats statistiques accumulés depuis cinquante ans.

Je dirai en quelques mots comment j'ai procédé. — Les coefficients de fécondabilité varient suivant l'âge de la femme, l'âge du mari et la durée du mariage, mais pour chaque peuple, au moment du mariage, les deux premiers éléments restent constants, ou à peu près, dans la suite des temps.

On peut donc considérer que les 280 000 mariages célébrés annuellement en France ont une fécondité moyenne uniforme pendant la première année du mariage, sauf l'action des causes perturbatrices, et que cette fécondité moyenne, que j'ai appelée « indice de fécondité », varie pour le même peuple avec la durée du mariage.

Le problème se trouve ainsi beaucoup simplifié, car on peut admettre que cet indice de fécondité varie, dans la suite des temps, de la même manière que les coefficients de fécondabilité dont la valeur absolue nous reste d'ailleurs cachée.

Cet artifice permet l'étude indirecte des variations de la fécondabilité.

Je crois avoir réussi cette étude dans la mesure du possible, quoique cette tentative de résoudre un problème aussi compliqué ne soit pas à l'abri de tout reproche. Je me permets d'y renvoyer M. Bertillon. C'est un sujet sur lequel nous aurons l'occasion de revenir, mais qu'il est inutile d'aborder maintenant.

Enfin, M. Bertillon rappelle que la loi générale de la population date d'un demi-siècle au moins, et il la trouve déjà dans l'ouvrage du savant M. Guillard.

J'ai constaté moi-même qu'elle remontait à Malthus, nous la trouvons encore dans Mirabeau et peut-être encore ailleurs.

Mais, puisque M. Bertillon aborde ce sujet, il n'est pas inutile de passer en revue les différentes formes qu'on a données à cette loi ; nous trouvons les formules suivantes :

La mesure de la subsistance est celle de la population. Les hommes multiplient comme des rats s'ils ont les moyens de subsister.

MIRABEAU.

La population croît invariablement partout où croissent les moyens de subsistances.

MALTHUS.

La population se proportionne aux subsistances disponibles.

GUILLARD.

L'accroissement d'une population est subordonné à la somme de ses moyens d'existence et à la somme de ses besoins.

LEVASSEUR.

La nécessité et les facilités de satisfaire les besoins de la vie règlent les mouvements de la population dans leur totalité et dans leurs éléments essentiels.

Or, si toutes ces formules ont un caractère de famille indiscutable, il faut reconnaître que les quatre premières sont presque identiques, tandis que la cinquième ajoute que les subsistances, ou plutôt les besoins de la vie règlent, non seulement la population totale, mais encore tous ses éléments essentiels, savoir : les mariages, les naissances, les décès, les migrations.

Il me semble donc que la dernière de ces lois est plus complète que les quatre autres et marque ainsi un progrès sensible.

Mais la question importante n'est pas de savoir si je suis le premier ou le dernier

à défendre cette loi, mais de savoir si cette loi est vraie, et je crois en avoir donné une démonstration par une voie tout à fait nouvelle.

Qu'on me permette de le dire, les quatre savants que j'ai cités ci-dessus ont trouvé cette loi plus par la rare perspicacité de leur génie que par la rigueur de leur démonstration.

Je rappellerai à cet égard la critique étendue que j'ai faite des coefficients et de la méthode qu'ils ont employés, et si je m'étais contenté de faire cette critique, je pense que la démonstration de cette loi était fortement ébranlée.

La cinquième formule, au contraire, a été obtenue par un labeur patient et monotone où le génie n'a rien à voir, mais je pense que la démonstration que j'en ai faite est capable de résister, maintenant, plus efficacement à toutes les critiques.

Et cette démonstration n'était pas inutile, car si cette formule générale paraît acceptée par tous les savants français, elle n'en est pas moins repoussée énergiquement par des savants étrangers, puisque des statisticiens officiels en Belgique déclarent « qu'on pourrait difficilement formuler une conclusion plus radicalement contraire à l'opinion qui prévaut aujourd'hui parmi tous les démographes ».

M. Coste revient sur la différence entre les besoins matériels et sexuels de la vie et les besoins hygiéniques; mais cette différence n'exclut pas la possibilité de les ranger tous sous la même dénomination de besoins de la vie.

Certes, les deux premiers sont ressentis naturellement par chaque individu, et ils tiennent au plus profond de notre être, tandis que les besoins hygiéniques ne sont connus que par l'étude que nous en faisons.

Ils ne nous sont révélés que par notre intelligence et non par notre instinct, mais ils n'en existent pas moins pour cela et ils ont une grande influence sur la mortalité et par conséquent sur la population.

Je parle aussi bien de l'hygiène personnelle que de l'hygiène publique, et la première est au moins aussi importante que la seconde, car avec une bonne hygiène personnelle, chacun pourra se mettre à l'abri des inconvénients d'une mauvaise hygiène publique, tandis que celle-ci, quelque bonne qu'elle soit, ne nous évitera pas les conséquences déplorables d'une mauvaise hygiène personnelle.

Mais, à côté des besoins d'hygiène que nous ne connaissons que par l'étude, il y a encore toute une série de besoins que nous n'acquerrons que par l'étude ou l'habitude, comme, par exemple, les besoins d'art, de science, de luxe, de vie facile, etc. Tous ces besoins ne sont ressentis que par les peuples ou les individus arrivés à un certain degré de civilisation supérieure. Ils sont essentiellement artificiels, mais ils n'en exercent pas moins une grande influence sur le groupement des populations, car c'est pour arriver à la satisfaction de ces besoins artificiels que la population se concentre dans les grandes villes, et c'est parce que la ville de Paris est toujours la capitale des sciences, de l'art et du luxe qu'elle attire dans ses murs les représentants de cent peuples différents.

Ainsi ce sont les besoins de la vie, pris dans le sens le plus large, qui règlent tous les mouvements de la population.

M. Coste discute aussi les chiffres de M. Turquan. Il constate que la richesse totale de la France a augmenté. D'accord; mais, d'après M. Turquan, elle a diminué dans un grand nombre de départements.

Or, dans ces départements, la population diminue ou reste stationnaire. Elle se

porte vers les villes et les départements qui continuent à s'enrichir, mais elle y acquiert en même temps des besoins beaucoup plus nombreux ; aussi, pour toute la France, la population reste stationnaire malgré l'augmentation de la richesse totale, parce que la moyenne des besoins augmente, ce qui est conforme à ma théorie.

M. Coste attribue ce déplacement de la population française à une transformation industrielle, commerciale et agricole. La raison paraît plausible, mais je pense que l'un de ces phénomènes n'est pas la conséquence forcée de l'autre. La transformation industrielle s'est faite en Belgique, dans nos Flandres, sans déplacement de population. L'industrie s'est établie non seulement dans les grandes villes, mais aussi dans les petites villes et dans les gros villages, et par tout le pays on voit se dresser les cheminées d'usine, au grand avantage de la population et de la fécondabilité qui a sensiblement augmenté depuis quarante ans.

Au lieu de prendre pour type l'Angleterre du xvi^e siècle, je crois que M. Coste aurait intérêt à étudier les Flandres belges. La transformation agricole de ces pays marche maintenant d'un pas rapide grâce à la constitution d'un grand nombre de mutualités, de coopératives de production et de consommation et de caisses de retraite et de pension (1). Et cette évolution si rapide dans la voie du progrès se fait avec une population et une natalité surabondantes.

Je pense que le même phénomène pourrait être observé en Allemagne, notamment en Saxe.

M. Coste attribue à l'affranchissement des femmes la faible fécondité qu'on observe généralement dans les grandes villes.

C'est un point que nous n'avons pas encore discuté, mais qui me paraît mériter la plus sérieuse attention de la part des démographes. Certainement, si cette émancipation n'est pas le seul facteur de la faible fécondité des grandes villes, il doit en être un facteur important.

Enfin, M. Coste fait encore quelques objections au coefficient de mariabilité. J'espère que les motifs que j'ai invoqués dans le présent travail lui paraîtront suffisants, et qu'il admettra avec moi que le coefficient de mariabilité est seul propre à établir des comparaisons entre deux pays différents dans le but de rechercher les lois qui régissent les mariages.

Il me reste à répondre quelques mots à M. Vauthier

M. Vauthier critique la comparaison que j'ai faite entre la mortalité et la nuptialité, année par année, pour combattre la théorie de Malthus.

« L'affaiblissement, dit-il, par lequel, à tous les âges, la misère prédispose à la mort, ne produit pas immédiatement son œuvre. Ce n'est pas, dès lors, entre les mêmes années qu'il faudrait chercher la correspondance, mais entre des années séparées par un certain intervalle. »

Cette opinion de M. Vauthier est très soutenable, mais ce n'est pas celle de Malthus.

Malthus prétend que la population tend constamment à dépasser les subsistances, qu'il y a constamment des gens qui meurent de misère et constamment, des gens qui en sont au dernier degré avant la mort, d'autres à l'avant-dernier degré, etc. C'est parmi ceux-ci que les variations économiques font des victimes immédiates, en

(1) Les paysans flamands constituent même entre eux des associations contre l'incendie.

rapport avec l'intensité de ces variations, et cette opinion de Malthus, nous la retrouvons chez un des savants modernes dont la doctrine se rapproche le plus de celle de Malthus et qui s'exprime comme suit :

« Toutes les calamités publiques, toutes celles qui rendent la vie plus chère, c'est-à-dire plus difficile, s'accompagnent immédiatement d'une augmentation de mortalité et d'une diminution de nuptialité (1). »

On voit que l'effet immédiat des circonstances économiques et même le synchronisme inverse des mouvements de nuptialité et de mortalité est parfaitement indiqué.

Dès que la vie devient plus chère, *immédiatement*, la mortalité *augmente*, la nuptialité *diminue*.

Or, l'argument que j'ai fourni était destiné à combattre l'opinion de Malthus et non celle de M. Vauthier ; il me semble donc que je puis conclure que l'opinion de Malthus est erronée.

Mais ce premier argument n'est pas le seul et la thèse que je défends a été soutenue par une nombreuse série de preuves. Cependant, je me rends bien compte qu'elle aura de la peine à triompher, parce qu'elle se heurte à une opinion courante qui est d'ailleurs appuyée par un grand nombre de faits probants.

Essayons d'examiner ce problème sans parti pris.

On peut citer de nombreux cas où la misère coïncide avec une grande mortalité, la richesse au contraire avec une petite mortalité.

Mais je puis citer un nombre de cas tout aussi grand où le phénomène contraire s'observe ; ainsi la mortalité dans les campagnes plus petite que dans les villes, la différence de mortalité suivant les professions, la différence suivant les sexes, etc.

S'il était question de tout autre sujet que de la mortalité et de l'aisance, nous serions unanimes à déclarer, en présence de ces faits contradictoires, qu'il n'y a aucune relation entre ces deux ordres de phénomènes.

Examinons maintenant la mortalité et l'hygiène. On ne peut pas citer un seul fait où la non-observation des règles de l'hygiène assure une grande longévité. Toujours, sans exception, la petite mortalité coïncide avec l'observation des règles de l'hygiène publique ou privée ; toujours, sans exception, la grande mortalité coïncide avec la non-observation de ces règles.

La conclusion qui s'impose à tout esprit non prévenu, c'est que l'hygiène règle la mortalité.

On objectera que l'hygiène coûte cher. C'est une grande erreur. La principale règle hygiénique, c'est la modération en toutes choses. Or, la modération coûte moins cher que l'excès. Les gens qui n'ont que peu de ressources doivent forcément vivre sobrement, hygiéniquement ; ils sont privés d'une masse de choses nuisibles à la santé et cette modération forcée compense amplement la perte de ceux qui meurent par excès de misère.

Comme le dit très bien M. Vauthier, la sobriété dans tous les genres de satisfaction et de jouissance est une force d'une incomparable puissance ; la sobriété prolonge la vie et elle coûte moins cher que l'intempérance.

(1) Voir *Statistique élémentaire* de J. Bertillon, page 448. Je regrette beaucoup de n'avoir pas eu entre les mains le remarquable travail de M. Bertillon lorsque j'ai fait mon étude sur les *Lois de la population*. L'ouvrage de M. Bertillon a paru en 1895 (à cette époque, le mien était déjà aux deux tiers achevé), et je n'en ai eu connaissance que longtemps après. Cet ouvrage aurait grandement facilité ma tâche en m'évitant beaucoup de recherches et en me fournissant une masse de précieux renseignements.

Certainement, dans les grandes villes, les logements salubres coûtent cher, mais les grandes villes n'ont que le dixième de la population de la France, et ce dixième s'est mis dans une situation anormale en vivant dans des appartements étroits et obscurs; en outre, il est à croire que l'habitant des grandes villes aurait plus de ressources pour son logement s'il dépensait moins pour des besoins factices. En tous cas, ce n'est pas la situation anormale de ce dixième qui peut faire loi, mais c'est la situation normale des neuf autres dixièmes qu'il faut considérer.

Et même si, dans certains cas spéciaux, il était démontré que l'hygiène coûte cher, cela ne prouverait pas encore que la richesse a une action directe sur la longévité ou la mortalité, mais seulement que la richesse peut, dans certains cas, faciliter l'observation des règles hygiéniques qui, seules, ont une action directe sur la mortalité.

J'ai fini cette trop longue étude, je voudrais terminer par une demande qui serait en quelque sorte sa conclusion pratique.

J'ai fait voir l'importance capitale de la répartition des femmes par âges au moment du mariage. En réalité, cette répartition est peut-être l'élément le plus important de toute la démographie. C'est elle qui règle les coefficients de matrimonialité par une double action directe et indirecte.

Elle est aussi indispensable à connaître pour déterminer la valeur du coefficient de mariabilité.

Mais elle exerce en même temps une grande influence sur la fécondité des femmes, qui sera d'autant plus grande et d'autant plus longue que l'âge moyen au moment du mariage sera plus petit. Il en résulte que cet âge moyen agit sur la natalité.

Elle exerce aussi une influence sensible sur l'accroissement de la population, et par conséquent sur sa période de doublement, car c'est seulement à partir de l'âge moyen au mariage que commencent les opérations nécessaires au doublement de la population.

Enfin, elle exerce certainement une action sur la mortalité des femmes pendant les épreuves de l'accouchement, mortalité qui doit varier suivant l'âge de la mère; et probablement aussi sur la mortalité des enfants pendant la première année de leur vie.

En résumé, toute variation de la répartition par âges au moment du mariage fait varier mécaniquement presque tous les coefficients démographiques.

C'est donc un élément primordial pour l'étude théorique de la démographie. Malheureusement, le gouvernement français, qui a publié pendant de longues années l'âge des femmes au moment du mariage pour chaque département, ne le publie plus depuis 1893.

Et c'est pourquoi je pense que la *Société de statistique*, dans l'intérêt de la science, devrait demander au gouvernement français de publier à nouveau ces éléments par départements, et même de faire une publication spéciale pour les années qui ont été omises depuis 1893.

Car, sans cet élément, il est impossible de continuer l'étude des lois démographiques et de vérifier l'action de ces lois en comparant entre eux les départements français.

Je compte adresser la même demande au gouvernement belge.

G. CAUDERLIER.