

# JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

LUCIEN MARCH

## **Tables de mortalité de la population de la France au début du vingtième siècle**

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 47 (1906), p. 293-315

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_1906\\_\\_47\\_\\_293\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1906__47__293_0)

© Société de statistique de Paris, 1906, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

# JOURNAL

DE LA

## SOCIÉTÉ DE STATISTIQUE DE PARIS

---

N° 9. — SEPTEMBRE 1906

---

### I

#### TABLES DE MORTALITÉ DE LA POPULATION DE LA FRANCE AU DÉBUT DU VINGTIÈME SIÈCLE

Ces tables résultent de la combinaison des nombres fournis par le recensement général de la population effectué le 24 mars 1901 <sup>(1)</sup> avec ceux qui ont été relevés dans la statistique du mouvement de la population correspondant aux années 1898 à 1903 <sup>(2)</sup>.

Dans ses grandes lignes, la méthode est appliquée, depuis Wargentin, toutes les fois que l'on dispose de recensements généraux faisant connaître, à une certaine date, le classement par âge des habitants : par rapport aux autres procédés qui font seulement intervenir les renseignements recueillis à l'état civil, elle offre le grand avantage d'éviter l'influence des déplacements de population et des changements de la mortalité dans le temps.

L'établissement d'une table de mortalité applicable à la population d'un grand pays n'est pas aussi simple que lorsque l'on opère sur des têtes choisies. Dans ce dernier cas, les renseignements recueillis sur chaque individu sont enregistrés avec beaucoup de soin et comportent tous les détails utiles ; ils peuvent être regardés comme parfaitement exacts.

Lorsqu'il s'agit de la population d'un État, on est certain au contraire de l'inexactitude des observations ; d'autre part, les renseignements fournis sont souvent insuffisants. On est alors conduit à remédier en premier lieu à ces défauts en s'appuyant sur des hypothèses plausibles. Nous décrirons les opérations successives effectuées pour la construction des tables de 1901 ; nous indiquerons en particulier les moyens employés pour rectifier les résultats du recensement et même les résultats des statistiques de l'état civil

---

1. Ministère du commerce — Service du recensement — *Résultats statistiques du recensement de la population effectuée le 24 mars 1901*, tome IV, résultats généraux.

2. Ministère du commerce — Statistique générale de la France — *Statistique annuelle du mouvement de la population*, tomes XXVIII à XXXIII, années 1898 à 1903.

## I — RÉSULTATS BRUTS DU DÉNOMBREMENT DES HABITANTS LE 24 MARS 1901

### 1. — *Chiffres fournis par le dépouillement et compléments nécessaires*

En 1901, le bulletin individuel remis à tout habitant présent dans la commune de recensement portait la mention :

*Né en l'année 1..., le ...*

En principe, chaque habitant devait inscrire la date exacte de sa naissance, année, mois et jour. En fait, beaucoup se sont bornés à indiquer seulement l'année de naissance et, dans le dépouillement, on n'a tenu compte que de l'année. Toutefois, les enfants nés en 1900 et 1901 ont été classés suivant le mois de la naissance.

Dans certains cas, au lieu de déclarer l'année de sa naissance, l'habitant s'est borné à inscrire son âge. Il a fallu alors transformer cet âge en année de naissance, ce qui ne pouvait être fait exactement ; on a admis que tous les individus déclarés âgés de vingt ans par exemple étaient nés en 1880, quoique ceux entrés dans leur vingt et unième année, du 1<sup>er</sup> janvier au 24 mars 1901, fussent nés en 1881.

Pour permettre au lecteur de se rendre compte de la suite des opérations, nous reproduisons les chiffres qui se rapportent au sexe masculin. Les nombres fournis par le recensement pour chaque année de naissance sont inscrits dans la colonne 3 du tableau I, page 308.

Les nombres bruts obtenus, à la suite du dépouillement des bulletins, pour l'un ou l'autre sexe et pour chaque année de naissance, sont inférieurs à ceux qui doivent être pris en considération dans l'exécution d'une table de mortalité, pour les motifs principaux suivants :

1° Un certain nombre de personnes recensées n'ont pas répondu à la question relative à l'âge ;

2° Les personnes hors de France au moment du recensement, et dont les décès sont néanmoins enregistrés en France, ne sont pas comprises dans le total de la population présente ;

3° Un certain nombre de personnes présentes ont échappé au recensement.

En toute rigueur, on devrait tenir compte aussi des Français résidant en France qui vont mourir à l'étranger, sans que leurs décès soient enregistrés en France, et des étrangers qui viennent mourir en France, bien que leur résidence habituelle soit à l'étranger. Mais, dans le compte de la population totale, on néglige la différence entre les Français momentanément hors de France et les étrangers de passage en France au moment du recensement et l'on est également forcé de négliger la différence entre les nombres de décédés relevant de ces deux catégories. Ces différences sont relativement petites et il y a lieu de penser qu'elles sont sans influence sur les chiffres conservés des taux de la mortalité.

Pour tenir compte des personnes dont l'âge n'a point été déclaré au recensement, on s'est servi des tableaux qui font connaître la répartition par âge des recensés d'âge connu, séparément pour les personnes sans profession et pour les personnes exerçant une profession.

Dans chacune de ces deux catégories, les personnes d'âge inconnu, de chaque sexe, ont été réparties suivant l'année de naissance, proportionnellement aux nombres

trouvés pour les personnes d'âge connu. On a effectué une répartition proportionnelle semblable pour les enfants nés en 1900 et 1901 dont le mois de naissance n'était pas indiqué. Les nombres ainsi évalués à chaque âge sont inscrits, pour le sexe masculin, dans la colonne 4 du tableau de la page 308.

Les personnes hors de France au moment du recensement et dont les décès sont transcrits en France sur les registres de l'état civil de leur dernier domicile comprennent les militaires, les marins, les transportés et en général toutes personnes relevant d'établissements publics situés hors de France (art. 87 et suivants du Code civil).

Le relevé des militaires et marins hors de France le 24 mars 1901 a été effectué par le ministère de la guerre et par celui de la marine : le total est d'environ 125 000 hommes (1). Le nombre des transportés aux colonies à la suite de condamnations, et dont les actes de décès doivent être transcrits en France par les soins du ministère des colonies, atteint le chiffre de 13 000 environ dont 700 femmes. Il n'a pas été tenu compte du personnel administratif, d'ailleurs relativement peu nombreux.

Malheureusement, les administrations intéressées n'ont fourni que des totaux sans distinction d'âge, en sorte que le classement par âge des individus à ajouter à la population présente ne put être obtenu que par estimation.

En ce qui concerne les troupes coloniales, on a pris pour base la répartition par âge indiquée dans la statistique sanitaire des troupes coloniales ; les divisions d'âge sont les suivantes :

Moins de 21 ans	
21 à 25	—
25 à 30	—
Plus de 30	—

Pour les hommes appartenant au corps expéditionnaire de Chine, empruntés à la fois aux troupes coloniales et aux troupes métropolitaines, on a adopté des chiffres intermédiaires entre ceux qui s'appliquent aux troupes résidant en France d'après la statistique sanitaire de l'armée et ceux afférents aux troupes coloniales.

La répartition par âge des marins de l'État a été déterminée d'après les tableaux de la statistique sanitaire de la marine, qui comportent les mêmes divisions d'âge que ci-dessus.

Dans ces divers groupes on a compté à part les officiers et on leur a appliqué des coefficients différents de ceux des hommes de troupe.

Pour les marins du commerce on a utilisé la classification par âge des inscrits maritimes qui comporte les divisions suivantes :

Moins de 18 ans	
18 à 20	—
20 à 50	—

et les chiffres trouvés au recensement concernant les pêcheurs et marins du commerce présents en France.

---

1. Troupes coloniales. — Expédition de Chine. — Marins de l'État. — Marins du commerce.

Aucune statistique ne faisant connaître la répartition par âge des transportés, on a pris comme point de départ du calcul le classement par âge des condamnés aux travaux forcés, tel qu'il est indiqué dans la statistique criminelle, et l'on a supposé que pour ces condamnés la loi de survie était plus meurtrière que pour la population générale.

Ces calculs ont fourni les nombres portés dans la colonne 5 du tableau relatif au sexe masculin. Le nombre des femmes comprises dans les catégories précédentes étant très faible, il n'a pas paru utile d'opérer aucune addition pour le sexe féminin.

## 2. — Contrôle des chiffres du recensement.

Les chiffres portés dans la colonne 6 fourniraient, pour chaque année de naissance, un nombre d'individus comparable au nombre des décès, s'il n'y avait des omissions dans le compte de la population présente. A chaque recensement, un certain nombre d'individus échappent à l'opération, soit parce qu'ils sont en cours de route, soit pour tout autre motif, et il est naturellement impossible d'en connaître le nombre. Il est vrai que, concurremment au dénombrement de la population présente, dans lequel sont compris tous les individus présents, qu'ils aient ou non leur résidence dans la commune de recensement, on procède au dénombrement de la population résidente, dans laquelle sont compris les habitants ayant leur résidence habituelle dans la commune, qu'ils soient présents ou absents le jour du recensement. Toutefois, ce dernier dénombrement peut donner lieu à un comptage incorrect des absents, en sorte qu'il ne fournit pas non plus des chiffres certains.

En fait, le chiffre de population résidente est toujours sensiblement plus élevé que le chiffre de population présente. En 1901 l'écart était de 13 ‰. On peut raisonnablement admettre que la moitié de cet écart représente la limite d'erreur du chiffre de population présente et que par conséquent les omissions représentent *au maximum* 7 ‰ du nombre fourni par le recensement, lequel doit être regardé comme certainement inférieur au nombre vrai.

On peut essayer de contrôler les nombres du recensement de 1901, en les comparant à ceux du recensement de 1896 et aux nombres fournis par le mouvement de l'état civil.

En 1896, le nombre des habitants présents était de 38 269 011. En ne tenant compte que des bulletins dépouillés, le nombre correspondant en 1901 est 38 450 788, soit un accroissement de 181 777 unités.

Cet accroissement dépend de plusieurs facteurs :

- 1° L'excédent des naissances sur les décès durant l'intervalle ;
- 2° La variation du nombre des habitants nés hors de France ;
- 3° La variation du nombre des Français hors de France au moment du recensement.

L'excédent des naissances sur les décès entre le recensement de 1896 et celui de 1901 est de 224 564.

Le nombre des individus nés hors de France a sensiblement diminué ; il en est de même d'ailleurs du nombre des étrangers et, d'autre part, en 1901, 17 000 soldats étaient en expédition lointaine. Ces deux causes réunies justifieraient un écart supé-

rieur à celui que l'on observe entre l'excédent des naissances et l'accroissement effectif de la population. Donc le chiffre de 1901 n'est point inférieur à celui que l'on pouvait attendre en partant du recensement de 1896.

Si les deux recensements de 1896 et de 1901 avaient été effectués suivant la même méthode, il serait intéressant d'en comparer les chiffres à chaque âge. Mais, en 1896, les habitants ont été classés par année d'âge, tandis qu'en 1901 ils ont été classés suivant l'année de naissance et de plus, en 1896, le classement procède par groupes d'âges quinquennaux à partir de vingt-cinq ans. Le rapprochement ne pourrait donc se faire année par année que jusqu'à vingt-cinq ans. Or, jusqu'à vingt-cinq ans, il est préférable de comparer les nombres fournis par le recensement aux résultats d'un calcul des survivants en partant des naissances enregistrées en France depuis 1872.

Le calcul des survivants ne peut encore être opéré en toute rigueur parce que les décès, au lieu d'être classés suivant l'année de naissance, sont classés suivant l'âge des décédés. Pour opérer sur des chiffres plus exactement comparables, on a adopté, comme effectif d'une génération, non pas le nombre des nés vivants au cours d'une année, mais la demi-somme des nés vivants au cours de deux années consécutives. Ainsi, la demi-somme des nés vivants en 1871 et 1872 est supposée former la première génération à la date du 1<sup>er</sup> janvier 1872. En retranchant les décès de 0 à 1 an survenus en 1872 on a obtenu le nombre des survivants le 1<sup>er</sup> janvier 1873 et ainsi de suite jusqu'au 1<sup>er</sup> janvier 1901.

Le tableau ci-après (voir page 298), renferme les résultats du calcul. Dans la colonne 3 sont inscrits les chiffres du sexe masculin et dans la colonne 5 ceux du sexe féminin.

Pour comparer ces résultats à ceux du recensement de 1901, on a ramené à la date du 1<sup>er</sup> janvier les nombres obtenus le 24 mars, comme nous allons l'expliquer tout à l'heure.

Les nombres de vivants calculés au 1<sup>er</sup> janvier 1901 sont inscrits dans la colonne 4 du tableau I, page 308, pour le sexe masculin.

Le total des individus de moins de vingt-neuf ans fourni par le recensement est supérieur au total fourni par le calcul de survie. L'écart est de 116 000 pour le sexe féminin et de 57 000 seulement pour le sexe masculin. On s'explique aisément le sens de cet écart, puisque l'immigration étrangère a été en augmentant de 1871 à 1891. Mais le sexe masculin intervient dans le mouvement pour une part plutôt plus forte que le sexe féminin. On devrait donc obtenir un écart au moins aussi considérable pour le sexe masculin que pour le sexe féminin.

Sans doute, le calcul des survivants, année par année d'âge, ne peut être qu'approximatif. On ne peut donc regarder comme rigoureuses les différences des nombres correspondants des deux colonnes comparées, pour une même année ou pour un même groupe d'âge. Néanmoins, il est visible que, pour les années voisines de la période d'âge de dix à quinze ans, les nombres de jeunes garçons fournis par le recensement paraissent trop faibles. Des jeunes gens ont-ils été omis? par exemple dans la population scolaire des lycées, collèges et écoles, comptée à part aux termes du décret du 20 janvier 1901? Pour s'en assurer, on a fait le relevé de cette catégorie de population et l'on a comparé les résultats aux chiffres connus par d'autres statistiques; il a semblé qu'en effet des bulletins de cette population spéciale ont pu ne pas être établis.

En résumé, les chiffres du recensement applicables aux jeunes garçons de huit à dix-huit ans sont probablement un peu inférieurs à ce qu'ils devraient être. D'ailleurs une comparaison grossière avec les chiffres de 1896 laisse l'impression que les omissions de recensement de 1901 ont dû porter principalement sur les jeunes gens et sur les personnes âgées (').

ANNÉES DE NAISSANCE	AGES en ANNÉES	SEXE MASCULIN		SEXE FÉMININ	
		NOMBRE FOURNI par LE CALCUL des survivants	NOMBRE FOURNI par LE RECENSEMENT	NOMBRE FOURNI par LE CALCUL des survivants	NOMBRE FOURNI par LE RECENSEMENT
1	2	3	4	5	6
1900 . . . . .	0	353 440	369 063	351 034	362 826
1899 . . . . .	1	343 289	340 386	340 926	342 660
1898 . . . . .	2	336 793	331 426	334 642	333 023
1897 . . . . .	3	342 251	335 785	341 222	336 584
1896 . . . . .	4	334 720	338 541	335 116	339 697
1896-1900 . . . . .	0-4	1 710 492	1 715 201	1 702 940	1 714 790
1895 . . . . .	5	317 877	323 554	319 761	326 177
1894 . . . . .	6	333 256	327 271	331 750	327 909
1893 . . . . .	7	324 292	329 146	323 343	329 143
1892 . . . . .	8	316 658	316 864	315 344	317 948
1891 . . . . .	9	317 609	314 123	316 036	314 298
1891-1895 . . . . .	5-9	1 609 722	1 610 358	1 606 234	1 615 475
1890 . . . . .	10	315 389	322 914	313 450	323 748
1889 . . . . .	11	323 312	320 467	323 735	318 786
1888 . . . . .	12	327 879	326 292	325 206	326 139
1887 . . . . .	13	332 647	329 188	329 470	324 261
1886 . . . . .	14	328 718	325 030	325 047	322 927
1886-1890 . . . . .	10-14	1 632 945	1 623 891	1 616 908	1 615 861
1885 . . . . .	15	337 726	334 786	331 992	332 394
1884 . . . . .	16	331 149	334 044	326 046	332 179
1883 . . . . .	17	331 652	330 318	327 145	326 695
1882 . . . . .	18	329 388	330 817	324 443	337 068
1881 . . . . .	19	323 836	318 327	320 068	315 998
1881-1885 . . . . .	15-19	1 653 751	1 648 292	1 629 994	1 644 334
1880 . . . . .	20	315 497	322 374	312 286	326 629
1879 . . . . .	21	325 704	328 798	320 632	311 903
1878 . . . . .	22	319 941	320 370	316 326	325 159
1877 . . . . .	23	328 651	330 971	323 865	317 086
1876 . . . . .	24	322 920	327 653	316 833	330 142
1876-1880 . . . . .	20-24	1 612 713	1 630 166	1 589 947	1 620 919
1875 . . . . .	25	315 277	323 418	311 076	333 361
1874 . . . . .	26	317 819	320 910	311 533	314 699
1873 . . . . .	27	309 472	311 829	305 333	305 921
1872 . . . . .	28	287 079	314 770	285 127	309 946
1872-1875 . . . . .	25-28	1 229 617	1 275 927	1 213 069	1 263 927

1. Par rapport aux chiffres de 1896, il y a augmentation du nombre des personnes mariées, diminution du nombre des célibataires. D'autre part, à nombre d'habitants égal, le nombre des personnes exerçant une profession ressort à ce chiffre plus élevé en 1901 qu'en 1896.

### 3. — Détermination du nombre des vivants le 1<sup>er</sup> janvier 1901

Après avoir arrêté définitivement la série des nombres de vivants issus de chaque génération, à la date du 24 mars 1901, il est utile d'en déduire les nombres d'existences au début de l'année, c'est-à-dire le 1<sup>er</sup> janvier 1901.

En effet, en France les décès ne sont pas connus par année de naissance; ils sont classés suivant l'âge, et les nombres fournis par le recensement suivant l'année de naissance ne seraient identiques à ceux du classement par âge que si le recensement avait eu lieu exactement au début de l'année.

Pour passer des survivants à la date du 24 mars aux survivants le 1<sup>er</sup> janvier, il suffirait, pour chaque année de naissance, d'ajouter au nombre recensé le 24 mars le nombre des décédés de la même génération entre le 1<sup>er</sup> janvier et le 24 mars.

Malheureusement ce nombre n'est pas connu et l'on doit procéder par évaluation.

Les décédés sont classés suivant le mois du décès sans distinction de sexes et seulement par grandes catégories d'âge : 0-1 an; 1 à 4; 5 à 19; 20 à 59; 60 et plus.

Les chiffres publiés dans la statistique annuelle du mouvement de la population permettent de calculer la proportion des décès survenus entre le 1<sup>er</sup> janvier et le 24 mars pour chacune de ces catégories d'âge. On obtient, pour l'année 1901, les proportions suivantes :

0 à 1 an . . . . .	23 %	20 à 49 ans. . . . .	26 %
1 à 4 ans . . . . .	26 —	50 à 59 — . . . . .	30 —
5 à 19 — . . . . .	25 —	60 et plus . . . . .	34 —

En appliquant ces proportions aux nombres de décès survenus, à chaque âge, en 1901, on détermine le nombre probable des décès survenus à chaque âge entre le 1<sup>er</sup> janvier et le 24 mars 1901. Il s'agit maintenant d'en déduire les nombres de décès afférents à chaque génération.

Or, au cours du premier trimestre 1901, le nombre des décédés âgés de quinze à seize ans par exemple, n'est pas le même que le nombre des décédés nés en 1885. L'écart est égal à la différence entre: 1<sup>o</sup> le nombre des individus nés en 1885 et entrés dans leur dix-septième année avant le 24 mars 1901 (nés du 1<sup>er</sup> janvier au 24 mars 1885); 2<sup>o</sup> le nombre des individus nés en 1886 (du 1<sup>er</sup> janvier au 24 mars) et ayant dépassé quinze ans le 24 mars 1901.

Considérons le premier de ces deux nombres, celui des décédés du premier trimestre 1901 qui sont âgés de plus de seize ans et sont nés par conséquent au cours du premier trimestre 1885; il est à peu près égal au nombre des décédés de la même période âgés aussi de plus de seize ans, mais nés au cours du dernier trimestre 1884.

La somme des deux représente le nombre des décédés du premier trimestre 1901 âgés de seize ans à seize ans et trois mois, c'est-à-dire à peu près le quart des décès survenus en 1901 parmi le quart des individus âgés de seize à dix-sept ans, soit  $1/16$  du nombre des décès de seize à dix-sept ans en 1901.

Il en résulte que le nombre des décédés du premier trimestre 1901, âgés de plus de seize ans, est à peu près égal à  $1/32$  des décès de seize à dix-sept ans en 1901.

On verrait de même que le nombre des décédés du premier trimestre 1901 âgés de plus de quinze ans est à peu près égal à  $1/32$  des décès de quinze à seize ans en 1901.



En conséquence, la différence de ces deux nombres est égale au  $\frac{1}{32}$  de la différence des nombres de décès constatés en 1901, pour les âges de seize à dix-sept ans et quinze à seize ans.

Telle est la valeur approximative de l'écart entre le nombre des individus nés en 1885, mais ayant atteint l'âge de seize ans avant le 24 mars 1901, et le nombre des individus nés en 1886, ayant plus de quinze ans le 24 mars 1901.

Telle est aussi la correction à ajouter au nombre des décès survenus du 1<sup>er</sup> janvier au 24 mars 1901 à l'âge de quinze à seize ans pour obtenir le nombre des décès survenus au cours de la même période parmi les individus de la génération 1885.

Et de même pour les autres générations que l'on ramène ainsi à leur effectif à la date du 1<sup>er</sup> janvier 1901.

Pour les enfants de moins d'un an, il convient de serrer les choses de plus près, leur mortalité variant trop vite avec l'âge pour que l'on puisse regarder le nombre des décès d'un trimestre, chez les enfants nés au cours d'un trimestre, comme égal au  $\frac{1}{16}$  des décès de l'année entière dans la génération d'une année.

Il est plus exact, et d'ailleurs possible, de suivre les naissances de l'année 1900 mois par mois, et de déterminer le nombre des survivants le 1<sup>er</sup> janvier et le 24 mars 1901 en partant de la loi de mortalité de ces enfants. On donnera plus loin les détails d'un calcul analogue effectué pour l'ensemble des années 1898 à 1903, suivant la méthode appliquée dans les tomes XXIX à XXXI de la statistique annuelle du mouvement de la population. Dans l'introduction du tome XXXI, les taux de mortalité, suivant l'âge, des enfants de zéro à un an ont été évalués conformément aux indications du tableau ci-après pour les années 1900 et 1901.

Les nombres de ce tableau font connaître le nombre journalier de décès pour 100 000 enfants de chaque âge.

On en peut déduire une table de survie applicable aux enfants de l'un ou de l'autre sexe. En 1900, il est né à peu près 510 garçons contre 490 filles, mais parmi les enfants de zéro à un an, il est mort 555 garçons contre 445 filles.

D'après cela, 100 000 enfants nouveau-nés comprennent 51 000 garçons et 49 000 filles. Ce groupe donne 400 décès par jour avant le cinquième jour après la naissance ; on admettra que ces décès se répartissent par sexe proportionnellement aux nombres 555 et 445 ; de même pour les décès aux âges suivants.

A l'aide de ces évaluations on peut construire une table provisoire de survie, suivant le sexe et l'âge, au cours de l'année finissant le 24 mars 1901 (voir tableau, p. 301).

Pour déduire des chiffres précédents le nombre des enfants survivants le 1<sup>er</sup> janvier et le 1<sup>er</sup> mars, on partira du relevé mois par mois des enfants nés vivants au cours de l'année 1900. Ce relevé ne distingue pas le sexe, mais les proportions des naissances suivant le sexe en 1900 étant, sur l'année entière, de 51 % pour le sexe masculin et 49 % pour le sexe féminin, on peut appliquer ces proportions aux nombres mensuels et déterminer le nombre mensuel des garçons et le nombre mensuel des filles.

Cela fait, on admettra encore que les naissances d'un mois sont régulièrement espacées au cours du mois et l'on groupera les naissances autour des dates dont les écarts par rapport au 1<sup>er</sup> janvier et par rapport au 1<sup>er</sup> mars sont donnés par la série des coupures d'âge du tableau suivant.

AGES	TAUX DE MORTALITE SEXES RÉUNIS ÉVALUÉS pour		MOYENNES	SEXE MASCULIN			SEXE FÉMININ		
	1900	1901		DECES journaliers	au TOTAL	SURVIVANTS	DECES journaliers	au TOTAL	SURVIVANTS
0 jour .	403	398	400	222	1 110	51 000	178	890	49 000
5 jours .	189	178	183	101	505	49 890	81	405	48 110
10 —	179	156	167	91	455	49 385	75	375	47 705
15 —	119	106	112	62	930	48 930	49	535	47 380
30 —	65	57	61	38	1 023	48 000	27	841	46 795
60 —	57	51	54	30	900	46 977	24	720	45 954
90 —	39	33	36	20	1 800	46 077	16	1 440	45 234
180 —	29	24	26	14	1 260	44 277	11	990	44 794
270 —	22	18	20	11	1 056	43 017	9	855	43 804
365 —						41 961			42 949

C'est ainsi qu'a été formé le tableau suivant applicable au sexe masculin :

Dates de naissance	Nés aux environs de chaque date	Survivants sur 51 000	Produit en milliers
29 décembre . . . . .	5 360	50 458	270 455
24 — . . . . .	5 360	49 638	266 060
18 — . . . . .	5 360	49 158	263 487
7 — . . . . .	17 157	48 475	831 686
1 <sup>er</sup> au 15 novembre . . . . .	81 442	47 488	1 493 318
1 <sup>er</sup> au 15 octobre . . . . .	33 270	46 527	1 547 953
1 <sup>er</sup> octobre au 1 <sup>er</sup> juillet . . . . .	107 532	45 177	4 857 973
1 <sup>er</sup> juillet au 1 <sup>er</sup> avril . . . . .	106 504	43 647	4 648 580
1 <sup>er</sup> avril au 1 <sup>er</sup> janvier . . . . .	110 071	42 489	4 676 807
Totaux . . . . .	472 056		18 856 319

Comme les taux de survie inscrits dans la troisième colonne sont rapportés à 51 000 enfants nouveau-nés, le total des produits doit être divisé par 51 000. Le quotient 370 000 représente le nombre des survivants à la date du 1<sup>er</sup> janvier 1901 parmi les 472 000 enfants nés vivants au cours de l'année 1900.

En opérant de même pour trouver les survivants à la date du 24 mars on obtient le chiffre de 358 500, soit 11 500 de moins que le nombre précédent. Ce nombre 11 500 est celui des décès survenus du 1<sup>er</sup> janvier au 24 mars 1901 parmi les garçons nés en 1900.

Un calcul semblable pour les filles permet d'évaluer à 7 600 le nombre des décès survenus parmi les filles nées en 1900.

Tels sont les nombres qu'il convient d'ajouter aux nombres d'enfants de la génération 1900 recensés le 24 <sup>mars</sup> janvier 1901 pour obtenir le nombre des enfants de zéro à un an présents le 1<sup>er</sup> janvier 1901.

## II — RECTIFICATION DES NOMBRES BRUTS DE VIVANTS ET DE DÉCÉDÉS

Pour préparer les éléments de la table de mortalité, nous partirons des nombres de vivants à la date du 1<sup>er</sup> janvier 1901 contenus dans la colonne 8 du tableau I, page 308. Si ces nombres étaient exacts, il suffirait de les comparer tels quels aux

nombres de décès survenus, au cours d'une certaine période, parmi les vivants considérés, pour connaître la loi de mortalité actuelle de ces vivants.

Mais les nombres de vivants sont inexacts et entachés d'erreurs dont les unes sont systématiques, les autres accidentelles.

Les premières sont imputables soit aux omissions, soit aux tendances auxquelles obéissent les habitants lorsqu'ils déclarent leur âge. Beaucoup de personnes ne croient pas nécessaire d'indiquer leur année de naissance avec précision, ou bien elles n'en ont qu'un souvenir vague, à quelques années près.

Dans les deux cas, on sacrifie le chiffre des unités qui se trouve remplacé invariablement par un zéro ou par un 5, plus souvent par un zéro. Au lieu de déclarer 1859 ou 1861 on déclare 1860. Les personnes d'âge un peu avancé commettent cette erreur plus fréquemment que les jeunes, sans doute parce que les souvenirs sont plus effacés.

A la même classe appartiennent les erreurs involontaires qui résultent, non d'un souvenir imparfait, mais de l'inattention, et qui tendent à substituer au chiffre des unités plus fréquemment un zéro que tout autre chiffre.

Enfin le souvenir est parfois attiré par les événements exceptionnels qui ont marqué certaines années. En France les années de naissance 1830, 1848, 1852, 1870 sont certainement indiquées plus fréquemment que d'autres par les personnes qui sont nées à une date voisine de ces années. En un mot, certains millésimes exercent une véritable attraction, ce sont ceux qui se terminent par un zéro, par un 5, ou qui correspondent à des années exceptionnelles. Le fait n'est pas particulier à notre pays, il a été fréquemment constaté dans d'autres (il y a pourtant des exceptions, en Hollande par exemple). Par suite des erreurs systématiques de cette espèce, les nombres d'individus correspondant aux années dont le millésime est un chiffre rond, ainsi qu'à certaines années marquées d'événements exceptionnels sont notablement plus élevés que ceux qui correspondent aux années voisines.

On a souvent signalé une autre cause d'erreur due à la tendance des femmes à se rajeunir. Les chiffres portés dans le tableau concernant le sexe féminin ne permettent pas de constater nettement les effets de cette tendance. Si elle existe, elle est probablement moins active lorsque la déclaration porte sur l'année de naissance au lieu de porter directement sur l'âge. On notera pourtant, par exemple, que le nombre de femmes nées en 1866 est à peu près égal au nombre des femmes nées en 1865, tandis que parmi les hommes le nombre correspondant à l'année 1866 est sensiblement inférieur à celui de l'année 1865.

On a de même signalé une tendance des vieillards à se vieillir encore ; là encore il peut y avoir une cause d'erreurs systématiques.

Parmi les causes accidentelles d'erreurs, nombreuses sont les déclarations inexactes par inadvertance : on écrit par exemple 1857 au lieu de 1837, 1801 au lieu de 1891 ; à la même catégorie appartiennent les erreurs commises dans le dépouillement, lesquelles atteignent indifféremment toutes les années.

Une catégorie, celle des centenaires, comporte un fort contingent d'erreurs imputables à diverses causes : 1° certains individus croient faire une excellente plaisanterie, ou jouer un bon tour à l'administration, en déclarant l'âge de cent ans au lieu de l'âge véritable ; 2° un assez grand nombre de personnes nées en une année quelconque telle que 1800, 1840 ont écrit simplement 1800 ; 3° en petit

nombre quelques personnes très âgées, nées par exemple de 1805 à 1800, se sont déclarées nées en 1800. Le nombre des faux centenaires a été assez considérable au recensement de 1901 pour que l'on n'ait pas cru devoir tenir compte des déclarations et que l'on ait compris les centenaires parmi les personnes d'âge non déclaré.

Les nombres correspondant aux années 1802 à 1895 ont été obtenus, non par le recensement, mais en supposant un nombre annuel de décès de centenaires égal au nombre moyen des décès observés en 1903 et 1904, seules années pour lesquelles les décédés de plus de quatre-vingt-cinq ans ont été classés suivant l'âge, année par année.

Ajoutons comme dernière cause d'erreur accidentelle que, pour les personnes hors de France à la date du recensement, la date de naissance n'a pu être évaluée que très grossièrement.

Les principales des erreurs qui viennent d'être signalées apparaissent nettement quand on trace un diagramme du nombre des vivants de chaque âge. L'attraction des âges ronds se manifeste alors par les pointes de la ligne brisée qui représente les nombres d'habitants des différents âges.

Si l'on trace de semblables diagrammes pour représenter les nombres de décès suivant l'âge, on constate une plus grande régularité des chiffres absolus que lorsqu'il s'agit de la population ; toutefois, l'attraction des âges ronds est encore évidente, surtout aux âges élevés.

L'enregistrement des décès est soumis aux mêmes causes d'erreur que le dénombrement. Ici sans doute les omissions peuvent être regardées comme négligeables, mais, en France, les erreurs accidentelles ont peut-être plus d'importance relative dans les tableaux de décès que dans les tableaux de la population, parce que les tableaux de décès sont établis, dans les communes, sans contrôle, le service central de statistique se bornant à totaliser les chiffres qui lui sont transmis.

En examinant les diagrammes qui représentent les vivants ou les décès, et en tenant compte de ce qui vient d'être expliqué, on peut classer ainsi les oscillations que présente l'un quelconque de ces diagrammes :

1° Petites irrégularités d'une année à l'autre pouvant être imputées aux erreurs accidentelles ;

2° Oscillations quinquennales et décennales imputables à l'attraction des nombres ronds ;

3° Fluctuations à plus longue période dues aux changements de la natalité et de la mortalité, ainsi qu'aux mouvements migratoires ;

4° Troubles occasionnés par les événements exceptionnels (guerres, révolutions, épidémies).

Les changements de la troisième et de la quatrième catégorie sont des altérations réelles qu'il importe de conserver aussi exactement que possible. Au contraire, les changements rentrant dans la première et dans la seconde catégorie sont des changements fictifs qu'il est indispensable d'éliminer si l'on veut calculer les coefficients de mortalité en partant des nombres vraisemblablement plus exacts que ceux fournis par l'observation directe.

La recherche des nombres plus exacts que les nombres observés est un problème d'interpolation ou d'ajustement. La difficulté est d'isoler les fluctuations des deux premières catégories des autres. On conçoit surtout qu'il soit très malaisé de séparer

les fluctuations quinquennales dues aux nombres ronds de celles qui sont imputables aux événements exceptionnels. La faiblesse du nombre des individus nés en 1871 est à la fois le résultat des erreurs commises par ceux qui déclarent 1870 au lieu de 1871 et l'effet de la grande mortalité des enfants pendant l'année 1871.

Il en est de même pour les décédés de 1898 à 1903 ; le nombre de ceux qui se sont déclarés nés en 1871 est plus petit que le nombre de ceux qui ont déclaré 1870 comme année de naissance, pour les mêmes motifs. Par contre, la mortalité des survivants de la génération 1871 n'a-t-elle pas été affectée par les mauvaises conditions de la natalité au cours de cette année ?

Quoi qu'il en soit, si la suppression de l'effet des erreurs systématiques et des erreurs accidentelles a pour résultat d'annihiler en même temps l'effet des événements exceptionnels, on n'obtiendra évidemment pas, après cette suppression, des coefficients de mortalité adéquats à la mortalité réelle des diverses générations.

Une ventilation parfaite des causes d'erreurs étant impossible, on doit renoncer, dans le système adopté, à déterminer la mortalité propre de chaque génération. Ce n'est d'ailleurs point ce que l'on cherche. La construction d'une table de mortalité a principalement pour objet de fonder des prévisions, d'apprécier les chances de mort à chaque âge des survivants actuels des diverses générations, et non de calculer des coefficients applicables à ceux qui ont disparu.

Par exemple, on aura besoin en 1902 de déterminer les chances de vie des individus de trente ans. Or ces individus appartiennent à la génération 1872, tandis que le taux de mortalité des individus de trente ans déterminé en 1901 s'applique à la génération née en 1871. Il est donc préférable que les coefficients de mortalité cherchés soient autant que possible indépendants des conditions spécifiques propres à chaque génération ; ils doivent seulement dépendre du temps écoulé entre la naissance et le temps d'observation, c'est-à-dire de l'âge.

Dans ces conditions, les variations des nombres de vivants ou de décédés, liées à la vitalité propre des générations successives et aux événements qui ont pu influencer sur cette vitalité, peuvent être assimilées aux erreurs, fortuites ou systématiques, qu'il faut éliminer.

Le problème à résoudre se pose ainsi : Substituer aux nombres erronés de vivants ou de décédés des nombres que l'on suppose plus près de la vérité parce qu'ils n'offrent plus les fluctuations à courte période dont la cause est dans les erreurs de l'observation et qu'ils présentent seulement les variations à longue période que l'on peut légitimement attribuer à la variation de la loi de mortalité suivant l'âge.

Le problème est analogue à celui qui se pose lorsque, après avoir déterminé des taux de mortalité sur des têtes choisies et au moyen d'observations rigoureusement exactes, on observe, dans la succession de ces taux, des irrégularités que l'on suppose tenir au petit nombre des observations. On cherche alors à substituer à la série de ces taux de mortalité primitifs une autre série de taux améliorés où les variations de l'un à l'autre s'opèrent par degrés insensibles.

Les procédés appliqués à la solution de ce problème sont très nombreux. On peut les diviser en deux groupes : les procédés mécaniques et les procédés graphiques.

Dans l'application des procédés mécaniques, on fait choix d'un système d'opération, ou l'on suppose une loi, et l'on n'a plus qu'à poursuivre une série de calculs méthodiques, dont les résultats sont le développement nécessaire de l'hypothèse initiale.

Dans une première classe de procédés mécaniques, on suppose que la loi de

mortalité est représentable par une fonction de l'âge, et l'on se donne la forme de cette fonction qui comporte d'ailleurs un certain nombre de constantes. On limite le nombre de ces constantes et l'on en calcule les valeurs en adoptant un certain critérium de l'exactitude de l'ajustement. Par exemple, on pose la condition que la somme des carrés des écarts entre les nombres observés et les nombres calculés aux différents âges soit la plus petite possible. Outre que la méthode des moindres carrés n'est pratiquement applicable qu'à certaines catégories très limitées de fonctions, on voit quelle série d'hypothèses préliminaires sont indispensables, hypothèses qui ne dérivent d'ailleurs pas de l'observation attentive des faits.

Dans une seconde classe de procédés mécaniques, on modifie la répartition des taux de mortalité par petits groupes d'âge et l'on suit par conséquent les fluctuations de la mortalité entre plusieurs groupes d'âge.

Par exemple, dans la méthode de Wittstein, on substitue à chaque nombre correspondant à un âge donné la moyenne des nombres correspondant aux âges voisins ; au nombre correspondant à l'âge de vingt ans, par exemple, on substitue la moyenne arithmétique des nombres correspondant aux âges dix-neuf à vingt et un, ou dix-huit à vingt-deux, ou seize à vingt-quatre, etc.

Les méthodes de Woolhouse, d'Higham, de Karup, d'Achard, etc., sont fondées, avec d'intéressantes variantes, sur la propriété des moyennes de fournir les résultats les plus probables, à condition que les diverses valeurs obéissent à la loi des événements fortuits. Une première hypothèse intervient ainsi et il en intervient une seconde quand on fait choix du procédé de calcul.

En comparant les courbes obtenues par ces divers procédés, lorsque l'on cherche à remédier aux irrégularités d'une ligne donnée, on constate qu'elles donnent des résultats sensiblement différents les uns des autres (1).

Rien n'autorise d'ailleurs à supposer que, même dans des limites fixées, les fluctuations du nombre des vivants, ou du nombre des décès, suivant l'âge, obéissent à une loi uniforme.

Dans l'application des méthodes graphiques les résultats ne sont pas commandés par une formule, aussi varient-ils quelque peu suivant l'auteur du tracé. Mais les méthodes graphiques offrent l'avantage que le dessinateur, quel qu'il soit, suit pas à pas les fluctuations de la ligne primitive qui représente les observations, conformément à ce qu'indiquent les observations elles-mêmes.

Lorsqu'il a appliqué la méthode graphique à la construction de la table de mortalité *Hm* de l'Institut des actuaires anglais (2), le Dr Sprague ne s'est imposé aucune règle autre que de suivre le tracé le mieux possible, tout en substituant au tracé une courbe régulière, cette régularité étant constatée à la fois sur les taux de mortalité déterminés par cette courbe et sur leurs premières différences successives.

Les opérations effectuées sur les nombres de vivants de la population française sont les suivantes :

D'abord une inspection attentive des lignes représentant, soit les vivants de l'un ou de l'autre sexe, suivant l'année de naissance, soit les décès suivant l'âge, a permis de se rendre compte qu'indépendamment des oscillations quinquennales, imputables pour la majeure partie à l'attraction des âges ronds, et des irrégularités

---

1. La comparaison a été faite par divers auteurs tels que Sprague, Czuber, Blaschke, Altenburger.

2. *Journal of the Institute of actuaries*, années 1879, p. 445, 1886, p. 77.

annuelles que l'on peut supposer causées par les erreurs accidentelles, ou en tout cas que l'on peut regarder comme des écarts accidentels, chaque ligne comportait des ondes plus étendues dont il importait de conserver la marque.

A cet effet le problème a été posé comme suit : Tracer une courbe telle que le nombre des individus représentés par cette courbe soit égal au nombre primitif, non seulement dans toute l'étendue du tracé, mais encore dans chacune des régions correspondant aux ondes dont on veut conserver le mouvement, avec la condition que l'écart entre les nombres fournis par le tracé et les nombres primitifs soit le plus petit possible.

Deux ondes successives étant séparées par un changement de courbure, on a fixé les séparations des diverses régions dans le voisinage de ces changements de courbure. Et comme on a remarqué qu'il existait une concordance assez parfaite entre les ondes des différentes lignes : vivants de chaque sexe, décès de chaque sexe, on a adopté des divisions uniformes. L'aspect des tracés a permis de réduire à neuf le nombre des régions, les âges étant groupés de la façon suivante (1).

		Ages	Années de naissance
I <sup>o</sup>	région . . . . .	0 à 13 ans	(1887 à 1900)
II <sup>o</sup>	— . . . . .	14 à 26 —	(1874 à 1886)
III <sup>o</sup>	— . . . . .	27 à 32 —	(1868 à 1873)
IV <sup>o</sup>	— . . . . .	33 à 38 —	(1862 à 1867)
V <sup>o</sup>	— . . . . .	39 à 46 —	(1854 à 1861)
VI <sup>o</sup>	— . . . . .	47 à 56 —	(1844 à 1853)
VII <sup>o</sup>	— . . . . .	57 à 66 —	(1834 à 1843)
VIII <sup>o</sup>	— . . . . .	66 à 76 —	(1824 à 1833)
IX <sup>o</sup>	— . . . . .	77 et au delà	(avant 1824)

Dans chaque région, on a constaté qu'en débarrassant la ligne des observations des oscillations secondaires, l'allure de la ligne, dans la région, pouvait être indiquée par une courbe à simple courbure, présentant sa convexité alternativement tantôt vers l'axe des ans, tantôt dans le sens opposé.

Cela fait, chaque table de vivants a été remise à trois dessinateurs qui, opérant isolément, avaient mission de tracer une courbe telle que le nombre des vivants relevé sur la courbe dans une région quelconque fût égal au nombre des vivants portés sur le tableau pour la même région, en s'efforçant de rendre aussi petite que possible la somme des écarts, en valeurs absolues, entre les points de la ligne des observations et les points de la courbe.

Après avoir reçu les trois tableaux de nombres rectifiés déterminés par les trois dessinateurs, on a choisi, région par région de la courbe, les nombres qui fournissaient la somme d'écarts la plus petite, en ayant soin toutefois de ne pas exagérer les distances, aux points de raccordement, et l'on a obtenu ainsi une suite de courbes de forme à peu près parabolique, alternativement convexes et concaves, les changements de courbure se trouvant dans le voisinage des ordonnées séparatrices des régions, afin de faciliter les raccords ultérieurs.

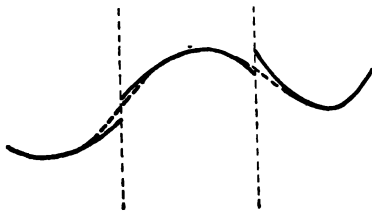


Fig. 1.

1. Il eût peut-être été plus correct d'établir les coupures aux demi-années : par exemple 0 à 13 1/2, 13 1/2 à 26 1/2, etc. Cette complication n'a pas paru indispensable.

Pour tracer ces courbes, il importe que l'échelle ne soit ni trop grande ni trop petite. Si elle est trop grande, l'œil ne peut suivre l'évolution du tracé dans toutes les régions, ce qui est indispensable pour la première partie des opérations. Si elle est trop petite, les nombres ne peuvent être lus qu'avec une approximation très grossière.

On a adopté les échelles suivantes :

En abscisse :  $25 \frac{m}{m}$  représentant 1 année.  
En ordonnées :  $1 \frac{m}{m}$  — 200 habitants.

Pour les courbes de décès, l'échelle des ordonnées était 1 millimètre pour 30 habitants.

Quoiqu'un habile dessinateur apprécie à la rigueur le  $1/10$  de millimètre (correspondant à 20 recensés seulement, alors que le nombre des vivants dépasse 300 000 dans les premières années), la courbe qu'il trace n'est pas régulière, en ce sens que les premières, secondes, troisièmes, etc. différences présentent des irrégularités de plus en plus marquées.

Dans une région quelconque la courbe tracée n'offre donc pas exactement les caractères d'une courbe parabolique de degré quelconque. On peut se demander s'il n'y aurait pas avantage à essayer de donner à la courbe ces caractères en régularisant les différences d'un certain ordre, cet ordre pouvant d'ailleurs changer suivant les régions. Mais ce faisant, on nuirait à l'ajustement.

En effet, après avoir tracé à la main une courbe à simple courbure, c'est-à-dire telle que les premières différences des ordonnées successives ne changent de signe au maximum qu'une fois, si l'on régularise la courbure en la rapprochant d'une forme parabolique, alors les écarts des ordonnées de la courbe nouvelle par rapport aux ordonnées de la ligne des observations deviennent généralement plus considérables.

Si l'on tenait à obtenir un tracé composé de courbes paraboliques, on pourrait procéder algébriquement en ajustant à chaque portion de la courbe primitive des paraboles de deuxième, troisième, quatrième degrés et choisissant celle qui donne les moindres écarts avec la ligne des observations. On n'aurait sans doute pas encore ainsi la courbe qui donne les moindres écarts possibles et le procédé serait fort laborieux. On pourrait encore procéder graphiquement, sans chercher d'ailleurs à réaliser rigoureusement des courbes paraboliques, de la façon suivante.

Partant des nombres relevés sur la courbe tracée tout d'abord, ainsi qu'il a été expliqué plus haut, on forme les premières différences de ces nombres et l'on représente ces premières différences par une ligne brisée analogue à la ligne primitive des nombres de vivants. Puis on trace une seconde courbe ajustée graphiquement à cette ligne, on relève les ordonnées de cette courbe et l'on en forme les secondes différences. On remplace encore celles-ci par les ordonnées d'une courbe ajustée et ainsi de suite. On a, par ce moyen, substitué aux séries des premières, secondes, troisièmes différences irrégulières des nombres relevés sur la courbe ajustée des vivants, de nouvelles séries de nombres variant régulièrement, et voisins de ces différences, que nous appellerons différences rectifiées. On remonte ensuite de proche en proche de ces différences rectifiées à des nombres que l'on considérera comme des nombres de vivants rectifiés.





1859	219 548	1 400	2 48 617	1 809	211 200	1 514	465 115	1 303
1860	239 252	1 400	2 51 693	774	251 200	1 597	258 797	3 195
1861	221 460	1 400	2 11 892	772	242 121	1 629	246 622	1 315
1862	225 340	1 400	2 26 340	777	239 800	1 645	241 445	3 290
1863	227 189	1 300	2 35 291	772	235 498	1 675	236 171	1 842
1864	219 141	1 300	2 29 066	859	229 505	1 705	231 455	3 410
1865	218 692	1 100	2 19 141	818	225 650	1 750	227 410	1 638
1866	216 972	1 000	2 15 622	870	219 874	1 810	223 910	1 616
1867	203 420	1 000	2 27 040	900	222 100	1 875	220 785	1 698
1868	226 283	800	2 31 705	911	218 850	1 934	220 250	1 777
1869	228 343	700	2 30 639	1 284	212 400	1 995	214 584	1 861
1870	198 316	500	2 19 316	1 132	209 438	2 055	211 035	1 917
1871	198 113	300	2 08 113	1 208	200 438	2 110	207 000	2 000
1872	176 427	300	1 77 977	1 183	202 686	2 165	204 355	3 118
1873	186 855	300	1 77 977	1 183	202 686	2 165	204 355	3 290
1874	186 855	300	1 77 977	1 183	188 874	2 280	200 920	3 847
1875	198 621	300	1 87 691	1 304	193 390	2 310	196 790	4 620
1876	187 359	300	1 89 811	1 401	193 390	2 408	188 188	5 065
1877	178 401	300	1 88 069	1 419	189 173	2 528	186 828	5 043
1878	180 991	300	1 88 300	1 419	189 173	2 528	186 828	5 200
1879	171 557	300	1 81 691	1 359	173 500	2 640	181 540	5 866
1880	190 038	480	1 73 217	1 325	173 500	2 640	176 260	5 191
1881	150 411	480	1 51 071	1 851	168 900	2 987	171 080	5 700
1882	151 247	480	1 51 887	1 971	168 900	2 987	165 937	5 995
1883	144 646	480	1 45 266	1 964	157 800	3 118	160 918	5 874
1884	143 578	480	1 43 826	2 043	152 600	3 252	155 835	6 251
1885	145 138	300	1 45 638	2 211	147 280	3 385	150 755	6 710
1886	123 299	300	1 25 719	2 230	147 879	3 475	145 425	4 450
1887	118 239	300	1 16 642	2 271	138 006	3 600	139 776	6 950
1888	108 899	300	1 03 768	2 245	118 872	3 875	133 088	7 475
1889	103 308	280	1 03 768	2 633	111 550	4 090	130 888	7 980
1890	118 139	280	1 18 809	2 633	105 815	4 388	121 975	6 201
1891	90 161	240	90 401	3 492	104 700	4 717	116 900	7 501
1892	86 701	280	80 997	3 581	96 500	4 138	100 653	8 169
1893	78 902	280	79 182	3 575	88 400	4 145	92 345	8 379
1894	70 736	210	70 916	2 600	80 342	4 145	81 387	9 829
1895	66 278	190	66 468	2 571	72 200	4 017	76 300	10 747
1896	58 880	170	57 030	2 374	64 200	3 915	71 778	11 778
1897	47 825	160	43 449	2 314	55 800	3 785	68 217	8 033
1898	43 299	130	43 449	2 074	49 300	3 645	59 715	13 112
1899	36 347	98	36 710	2 145	43 600	3 540	54 268	14 212
1900	24 264	80	24 814	1 791	38 200	3 440	47 217	16 459
1901	16 912	60	18 872	1 678	33 100	3 188	41 603	17 957
1902	15 507	50	15 617	1 320	28 098	2 905	36 240	18 706
1903	13 139	20	13 459	1 240	23 650	2 605	30 959	17 363
1904	10 318	10	10 318	952	19 040	2 315	25 958	20 070
1905	7 681	10	7 691	793	14 099	1 928	21 308	21 728
1906	5 175	658	5 185	658	11 300	1 725	17 076	23 689
1907	3 498	10	3 505	486	8 800	1 530	13 378	25 788
1908	2 495	10	2 505	427	6 300	1 330	10 189	28 187
1909	1 985	5	2 003	319	4 300	1 130	7 404	31 014
1910	1 141	8	1 146	175	2 800	800	5 111	33 633
1911	741	9	747	131	1 570	500	2 905	37 181
1912	500	9	508	99	828	300	1 586	40 000
1913	317	1	318	72	607	148	768	43 600
1914	237	1	237	390	410	92	436	46 300
1915	184	1	184	275	372	54	321	49 100
1916	154	1	154	159	255	85	188	51 300
1917	92	1	92	114	155	22	70	53 600
1918	99	1	99	114	114	15	48	56 724
1919	99	1	99	114	114	15	48	58 724
1920	99	1	99	114	114	15	48	58 724
TOTALS								
	18 771 853	51 117	18 959 970	115 340	19 075 810	15		

Cette fois, la somme de ces nombres n'est plus égale à la somme des vivants de chaque âge dans la région étudiée. La différence n'est pas très considérable, mais il faut l'annuler en la répartissant sur tous les nombres obtenus. Ce faisant, on modifie la somme des écarts par rapport aux nombres primitifs, et généralement dans un sens défavorable.

En procédant par tâtonnements, et comparant les courbes dont on a rendu plus régulières soit les premières différences seulement, soit les premières et les secondes, soit les premières, les secondes et les troisièmes, on pourrait choisir finalement celle qui fournit le minimum d'écarts par rapport aux nombres primitifs, et l'on améliorerait peut-être les conditions du tracé.

On n'a pas cru devoir procéder à ces longs tâtonnements pour les courbes de la population française.

Rien ne prouve d'ailleurs qu'une courbe plus régulière soit meilleure qu'une autre. Si nous avons substitué à la ligne des vivants qui résulte du recensement une ligne plus régulière, c'est que nous étions *certain* de l'erreur des nombres observés.

Nous avons admis que les fluctuations des nombres observés dans une même région étaient imputables aux erreurs de l'observation et par conséquent nous avons regardé, comme plus vraisemblables que les nombres primitifs, des nombres ne donnant plus de fluctuations, c'est-à-dire tels que leurs premières différences ne changent de signe qu'une fois au maximum. Sous cette seule condition, nous nous sommes efforcé de réduire au minimum l'écart par rapport aux nombres observés, et nous avons évité d'enfermer les nombres cherchés dans un moule construit *a priori*.

La division de la courbe en régions se justifie aisément. Sauf quelques erreurs exceptionnelles, tout nombre erroné dépend dans une certaine mesure des nombres voisins, mais on ne saurait le faire dépendre de nombres éloignés sans faire une hypothèse très hardie, qui pourrait être justifiée *a posteriori* par les résultats des calculs de mortalité, mais qui ne saurait légitimement servir à former, *a priori*, ces résultats.

La courbe obtenue après la comparaison de celles qui ont été fournies par les trois dessinateurs était, comme on le voit sur la figure 1, page 306, composée d'une série de parties qui ne se raccordaient pas convenablement. On les a raccordées par des courbes régulières, tangentes aux premières, de façon que la somme des ordonnées sur deux régions voisines, et non plus cette fois dans une seule région, ne soit pas modifiée.

En somme, cette construction a simplement pour effet de répartir la totalité des vivants de tous âges, d'une autre façon que ne l'avait permis l'observation directe, en supprimant les oscillations dont l'amplitude, d'après ce que nous savons, est imputable pour la plus grande partie aux erreurs de l'observation ou à des événements exceptionnels.

Il n'est pas douteux que ni l'effet de ces erreurs, ni l'effet des événements exceptionnels n'ont été entièrement supprimés; ils ont été seulement fortement atténués, au moins en ce qui concerne les effets portant sur les courtes périodes qui correspondent aux régions de la courbe. Peut-être, il est vrai, a-t-on introduit de nouveaux éléments d'erreur, en ce sens que certains nombres observés étaient peut-être plus voisins de l'exactitude que ceux fournis par la courbe. Il est vrai encore que la courbe tracée n'est sûrement pas la meilleure qu'il eût été possible de tracer. D'autres dessinateurs auraient obtenu des courbes différentes.

Mais l'expérience montre que toutes les courbes tracées de façon à satisfaire aux conditions imposées auraient été très voisines. Si donc on n'a pas obtenu la courbe la meilleure, on a pourtant réalisé une courbe meilleure que la ligne des observations, et cela suffit pour nous engager à utiliser les nombres qu'elle permet de relever, plutôt que ceux de l'observation.

Par rapport aux nombres observés qui figurent dans la colonne 8 du tableau I les nombres ajustés inscrits dans la colonne 9 du même tableau présentent des écarts dont la somme est égale à 247 000 sur un total de 19 millions soit 13 ‰, proportion qui peut être prise pour mesure des irrégularités des déclarations d'âge au recensement.

On a opéré de même sur les décès de chacune des années 1898 à 1903. Les écarts ont au moins autant d'importance relative que pour les nombres de vivants. Ainsi la somme des écarts entre les nombres observés et les nombres ajustés est égale à 6 000 pour l'année 1900 sur 440 000 décès masculins, soit 13,6 ‰.

Si donc on admet que, dans la population de la France, la répartition par âge des habitants et la répartition par âge des décédés offrent une régularité comparable à celle d'une courbe tracée à la main, les irrégularités des nombres observés ont autant et même plus d'importance relative dans la statistique des décès que dans la statistique du recensement.

### III. — DÉTERMINATION DU RISQUE DE MORT A CHAQUE AGE

#### 1. — *Nombre de têtes soumises au risque à chaque âge*

Après avoir déterminé le nombre des vivants de chaque âge, le 1<sup>er</sup> janvier 1901, il convient de calculer le nombre de têtes soumises simultanément au risque de mort, afin d'en déduire des taux de mortalité basés sur des risques de même durée.

Les individus âgés de vingt à vingt et un ans le 1<sup>er</sup> janvier 1901 sont entrés dans leur vingt et unième année à une époque variable, entre le 1<sup>er</sup> janvier 1900 et le 1<sup>er</sup> janvier 1901. Depuis leur entrée jusqu'au 1<sup>er</sup> janvier 1901, ils ont perdu un certain nombre des leurs et, par conséquent, leur nombre à l'entrée est égal au nombre observé le 1<sup>er</sup> janvier 1901, augmenté du nombre de ceux d'entre eux décédés au même âge en 1900.

Ce dernier nombre n'est pas connu, mais, en y ajoutant les décédés de l'année 1900 parmi les individus entrés dans leur vingt et unième année au cours de l'année 1899, on obtient le total des individus décédés en 1900 à l'âge de vingt à vingt et un ans.

Si l'on admet que le nombre des décédés entrés dans leur vingt et unième année en 1900 est égal au nombre des décédés entrés dans leur vingt et unième année en 1899, le premier nombre est la moitié de la somme des deux. Par suite, pour obtenir le nombre des individus qui sont entrés en 1900 dans leur vingt et unième année, il suffit d'ajouter au nombre des individus de vingt à vingt et un ans le 1<sup>er</sup> janvier 1901 la moitié des décès survenus en 1900 entre les âges de vingt à vingt et un ans.

Tel est, dans cette hypothèse, le nombre de têtes entrant dans la période de risque.

Si l'on connaissait le nombre des décès survenus en un an dans ce groupe des

individus entrés en 1900 dans leur vingt et unième année, on posséderait les deux éléments du taux de mortalité.

On ne connaît pas ce nombre, mais on peut remarquer encore qu'il est composé de deux parties :

- a) Les décès survenus en 1900 ;
- b) Les décès survenus en 1901.

Le second groupe comprend les décès survenus en 1901 parmi les individus de vingt à vingt et un ans entrés dans leur vingt et unième année en 1900. On peut admettre en général que ce nombre est peu différent du nombre des décès survenus en 1900 parmi les individus entrés dans leur vingt et unième année en 1899. Or ce dernier nombre, substitué à *b*, donne avec *a* précisément le nombre total des décès survenus en 1900 parmi les individus âgés de vingt à vingt et un ans, quelle que soit l'année au cours de laquelle ils sont entrés dans leur vingt et unième année.

Moyennant certaines hypothèses, on possède donc maintenant les deux éléments du taux de mortalité : 1° décès de vingt à vingt et un an pendant un an ; 2° nombre de têtes entrant dans l'année pendant laquelle elles sont soumises au risque.

Mais les hypothèses faites sont parfois trop éloignées de la vérité ; il convient de serrer les choses de plus près et il est alors commode pour la facilité et la clarté des raisonnements de se servir de représentations graphiques.

Parmi les systèmes dont ont fait usage divers auteurs (Knapp, Zeuner, Lewin, Lexis, etc.) nous adopterons celui du professeur Lexis (1).

Soit un quadrillage formé de lignes horizontales telles que  $A_{19}$ ,  $A_{20}$ ,  $A_{21}$ , etc. et de lignes verticales  $G_{80}$ ,  $G_{81}$ ,  $G_{82}$ , etc., équidistantes, et par conséquent composé de carrés juxtaposés comme ceux d'un damier.

Imaginons que les lignes verticales *G* séparent les années chronologiques telles que 1880, 1881, 1882, etc., tandis que les lignes horizontales *A* séparent les années

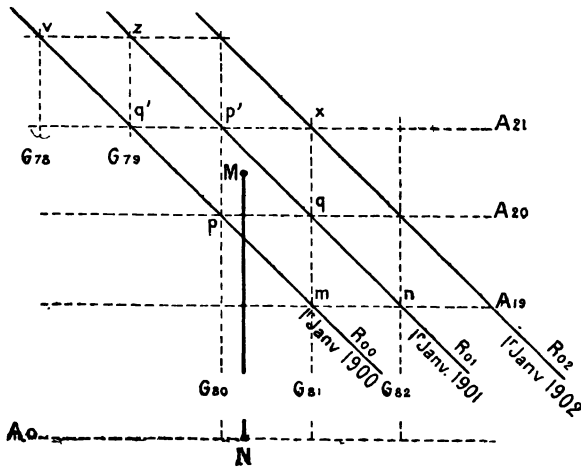


Fig. 2.

que l'individu considéré était né entre le 1<sup>er</sup> janvier 1880 et le 1<sup>er</sup> janvier 1881 ; le

d'âge telles que dix-neuf ans, vingt ans, vingt et un ans, etc. Représentons maintenant les instants de l'existence d'un individu quelconque par les points d'une droite verticale *MN* que Lexis appelle sa *ligne de vie* ; *N* étant supposée marquer la naissance, laquelle a eu lieu à l'âge zéro, en sorte que *N* est situé sur l'horizontale  $A_0$  ; *M* étant supposé marquer la fin de l'existence considérée, Lexis appelle *M* un *point mortuaire*. Sur la figure, la position du point *M* indique

1. LEXIS. *Einführung in die Theorie der Bevölkerungsstatistik*, Dorpat, 1874. — *Abhandlungen zur Theorie der Bevölkerungsstatistik*, Jena, 1903, renfermant la reproduction d'un mémoire publié en 1880 dans les *Annales de démographie internationale*.

faisceau des lignes de vie qui s'élèvent entre  $G_{80}$  et  $G_{81}$  représente ainsi la génération des individus nés en 1880.

Considérons un moment quelconque de la ligne de vie  $NM$ , l'instant  $M$ , par exemple, nous savons que pour déterminer la date à laquelle l'individu arrive à l'âge  $M$ , il suffit d'ajouter son âge à la date de sa naissance, ce qui s'obtient, sur la figure, en traçant par  $M$  une parallèle aux diagonales des carrés du quadrillage et en notant le point où cette ligne rencontre l'horizontale sur laquelle les origines de vie se classent par ordre chronologique. Par exemple, cette horizontale est rencontrée par la diagonale  $R_{00}$  en un point situé à vingt ans de distance de la verticale  $G_{80}$ , correspondant par conséquent au 1<sup>er</sup> janvier 1900; la diagonale  $R_{01}$  la rencontre de même en un point correspondant au 1<sup>er</sup> janvier 1901.

D'après cela, les points où les lignes de vie de tous les individus observés coupent une même ligne diagonale représentent les positions dans le temps et suivant l'âge de ces individus considérés à une même date, c'est-à-dire tels que les saisis un recensement à jour fixe.

La position d'un point  $M$  dans le quadrillage fournit par exemple les indications suivantes :  $M$  étant compris entre  $G_{80}$  et  $G_{81}$ , l'individu correspondant est né en 1880 (entre le 1<sup>er</sup> janvier 1880 et le 1<sup>er</sup> janvier 1881); le même point étant compris entre  $A_{20}$  et  $A_{21}$ , l'individu correspondant est âgé de vingt à vingt et un ans; le même point étant compris entre  $R_{00}$  et  $R_{01}$ , l'individu est observé au cours de l'année 1900 (à une époque comprise entre le 1<sup>er</sup> janvier 1900 et le 1<sup>er</sup> janvier 1901).

A l'aide de cette représentation graphique, on pourra reprendre le raisonnement de la page 299; les individus recensés le 24 mars 1901 sont tous représentés par les points d'une ligne diagonale telle que  $R'$ . Comme on compte 82 jours entre le 1<sup>er</sup> janvier et le 24 mars 1901, la distance entre  $R'$  et  $R_{01}$  est les  $\frac{82}{365}$  de la distance entre  $R_{00}$  et  $R_{01}$ .

Revenons maintenant à la recherche des nombres d'existences et des nombres de décès qu'il s'agit de comparer.

Tous les individus présents le 1<sup>er</sup> janvier 1901 sont représentés par des points de la diagonale  $R_{01}$ , ceux âgés de vingt à vingt et un ans par des points de cette diagonale compris entre  $A_{20}$  et  $A_{21}$  ( $qp'$ ). Ceux-là appartiennent à la génération née en 1880. Les individus de cette génération entrant dans leur vingt et unième année sont représentés par la portion  $pq$  de l'horizontale  $A_{20}$ .

Pour passer du nombre des vivants au 1<sup>er</sup> janvier représentés par  $p'q$  au nombre de ceux qui sont représentés par  $pq$ , il suffit d'ajouter au premier nombre le nombre des points mortuaires compris dans le triangle  $pqp'$ .

Ce nombre n'est pas connu, on peut d'abord admettre, comme nous l'avons fait plus haut, qu'il est à peu près égal à la moitié du nombre des points mortuaires compris dans le losange  $pqp'q'$  qui comprend les individus décédés en 1900 entre les âges de vingt ans et de vingt et un ans.

Cette hypothèse revient à supposer que, dans les deux triangles  $pp'q$  et  $pp'q'$ , on trouve le même nombre de points mortuaires et par suite, en raison de l'égalité approximative des générations, que la mortalité est la même parmi les individus dont l'existence peut finir en des points situés dans ces triangles.

Il n'en est pas ainsi, surtout aux premiers et aux derniers âges de la vie, en sorte que, de deux à trois ans par exemple, il y a plus de points mortuaires dans le triangle analogue à  $ppp'$  que dans le triangle analogue à  $pqp'$ ; après l'enfance, c'est le contraire qui se produit.

Pour tenir compte de cette variation de la mortalité, divers auteurs (van Pesch, Becker, Knapp, Zeuner, etc.) ont recommandé de classer les décès de chaque année, non seulement par année d'âge, mais encore, pour chaque âge, suivant la génération à laquelle appartiennent les décédés.

Par exemple, au lieu de donner en bloc en 1900 le nombre des décès d'individus âgés de vingt à vingt et un ans (points mortuaires contenus dans le losange  $pqp'q'$ ) la statistique devrait faire connaître séparément combien de ces décédés étaient nés en 1880 (points mortuaires du triangle  $pp'q'$ ), combien en 1881 (points mortuaires du triangle  $pqp'$ ).

En France, la statistique de l'état civil n'établit pas cette distinction; il y a donc lieu de procéder à des évaluations dont nous allons indiquer la méthode.

Jusqu'à présent, nous avons supposé les points représentatifs des divers individus disséminés sur la surface du papier, supposons maintenant qu'en un même point corresponde un certain nombre d'individus et représentons ce nombre par une perpendiculaire au plan de la figure, de longueur convenable. Par exemple sur la figure en perspective ci-jointe,  $pP$  représente le nombre des individus appartenant à une génération née le 1<sup>er</sup> janvier 1881 et décédée à l'âge de vingt ans.

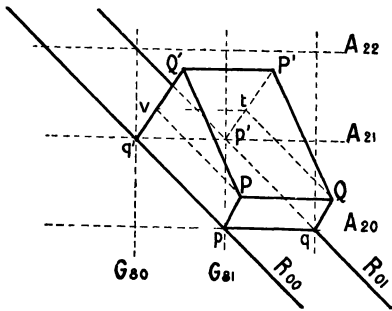


Fig. 3.

Les points mortuaires formeront le contenu d'un volume et non plus seulement le contenu d'une surface (1).

Dès lors, les individus de la génération 1881 décédés en 1900 à l'âge de vingt à vingt et un ans sont représentés par le volume  $p'P'QPpq$ , et ceux de la génération 1880, décédés aussi en 1900 à l'âge de vingt à vingt et un ans, sont représentés par le volume  $q'Q'P'Ppp'$

1. La considération de ces volumes est inutile si l'on fait usage de représentations analytiques.

Designons par  $y$  la distance à  $p'q'$  d'un point mortuaire quelconque, par  $t$  le taux de mortalité en  $p'q'$  (vingt ans), par  $t'$  le taux de mortalité en  $p'q'$  (vingt et un ans), par  $\tau$  le taux de mortalité en  $y$  et admettons que le taux de mortalité ne dépende que de l'âge. Comme la figure  $pqp'q'$  est un losange et que tout accroissement d'âge d'un individu est égal à l'accroissement du temps chronologique, en prenant l'année pour unité de temps, la différence des nombres de décès survenus entre l'âge  $y$  et l'âge  $y + dy$ , suivant que l'on considère la génération 1880 ou la génération 1881, est proportionnelle à l'expression :  $\tau dy - 2\tau y dy$ .

Si l'on admet que le taux de mortalité varie, dans le cours d'une année d'âge, proportionnellement à l'accroissement de l'âge, cette expression peut être remplacée par

$$t dy + (t' - t) y dy - 2 t y dy - 2 (t' - t) y^2 dy.$$

Intégrant entre 0 et 1, le nombre total des décès de l'année survenus entre vingt et vingt et un ans dans la génération 1880 est exprimé par

$$\left[ t y + (t' - t) y \frac{2}{2} - t y^2 - 2 (t' - t) y \frac{3}{3} \right]_0^1 = \frac{1}{6} (t' - t).$$

Si l'on admet que les points mortuaires sont également distribués à l'intérieur de ces volumes, c'est-à-dire que pour un même accroissement de l'âge, du temps et du taux de mortalité on constate, dans le cours d'une année, le même nombre de décès, les nombres de points mortuaires sont entre eux comme les volumes qui les comprennent. De plus, si l'on suppose que la mortalité augmente régulièrement avec l'âge, la surface  $PQP'Q'$  peut être regardée comme plane.

Considérons maintenant un plan parallèle au plan de base mené par  $PQ$  et coupant  $p'P'$  en  $v$ ,  $p'P'$  en  $t$ , puis joignons  $vP'$ , les trois tétraèdres  $vQ'P'P$ ,  $vP'tP$ ,  $PQP't$  sont égaux comme ayant des bases et des hauteurs égales, car  $PQvt$  est un losange; chacun d'eux est donc le tiers du volume  $PQvQ'P't$ .

Or le parallépipède  $pqQPvtp'q'$  représente les décédés de 1900 à l'âge de vingt à vingt et un ans, si le taux de mortalité restait constamment égal à ce qu'il est à vingt ans; de même un parallépipède semblable ayant pour base  $pqp'q'$  et pour hauteur  $q'Q'$  représente les décédés de 1900 à l'âge de vingt à vingt et un ans, si la mortalité avait constamment la valeur qu'elle possède à vingt et un ans. La différence des deux parallépipèdes représente donc les décédés de 1900 à l'âge de vingt à vingt et un ans, en supposant un taux uniforme de mortalité égal à la différence des taux à vingt et un ans et à vingt ans; d'autre part, cette différence est le double du volume  $PQP'tvQ'$ ; elle est par suite six fois plus grande que l'un quelconque des trois tétraèdres égaux  $vQ'P'P$ ,  $vP'tP$ ,  $PQP't$ .

Les deux volumes  $pPP'vq'p'$  et  $pPQqp'P'$  étant égaux, pour obtenir le total des décès survenus en 1900 dans la génération 1881, il suffit de retrancher du nombre des points mortuaires contenus dans le premier  $pPP'vq'p'$  la moitié de ceux que contient le tétraèdre  $vQ'P'P$ , soit le sixième de ceux que contient le volume  $PvQ'P'tQ$  ou le douzième de la différence des deux parallépipèdes qui représentent les décès observés en 1900 entre les âges de vingt et vingt et un ans, lorsqu'on leur applique successivement le taux de mortalité à vingt et un ans ou le taux de mortalité à vingt ans, dans l'ensemble des individus lorsqu'on suppose la mortalité uniformément égale, pour le premier à la mortalité de vingt et un ans, pour le second à la mortalité de vingt ans (<sup>1</sup>).

(A suivre.)

Lucien MARCH.

1. Cette démonstration géométrique a déjà été donnée dans le *Journal de la Société de statistique de Paris* par M. Cauderlier (numéro de mai 1903).

Il est utile, pour la rigueur du raisonnement, de se rendre compte de ce que représentent les divers volumes comparés, et des hypothèses admises.

Le volume  $p'P'QqpP$  représente les décès des individus qui entrent en 1900 dans leur vingt et unième année et qui meurent avant le 1<sup>er</sup> janvier 1901. Il est décomposé par le plan  $PQtv$  en deux parties : 1<sup>o</sup> un prisme  $pqPQtp'$ , représentant les décès que fournirait le même groupe d'individus de la génération 1881 observé entre vingt ans et le 1<sup>er</sup> janvier 1901, si la mortalité restait constamment égale à ce qu'elle est à l'entrée dans la vingt et unième année; 2<sup>o</sup> un tétraèdre  $PQP't$  représentant le surplus des décès du même groupe, imputable à l'accroissement régulier de la mortalité entre vingt et vingt et un ans, c'est-à-dire pendant une année.

Le volume  $pPP'p'q'Q'$  représente les décès des individus qui entrent dans l'année 1900 à un âge compris entre vingt et vingt et un ans et qui meurent avant l'âge de vingt et un ans. On peut le décomposer en trois. D'abord un prisme  $p'tvq'p'$  représentant les décès que fournirait le même groupe d'individus de la génération 1880 observé du 1<sup>er</sup> janvier 1900 jusqu'à ce que chaque individu ait atteint vingt et un ans, si la mortalité restait constamment égale à la valeur qu'elle possède à l'âge de vingt ans. On voit que les deux nombres de décès représentés par les prismes égaux  $pPtvq'p'$  et  $pqPQtp'$  ne sont