

# JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

J. DUFRÉNOY

M.-L. DUFRÉNOY

## **La distribution des biens et la distribution des aptitudes**

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 89 (1948), p. 321-333

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_1948\\_\\_89\\_\\_321\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1948__89__321_0)

© Société de statistique de Paris, 1948, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## La distribution des biens et la distribution des aptitudes.

### LA JUSTICE DISTRIBUTIVE.

#### La Justice distributive d'après Aristote.

« Il faut, dit Aristote, que l'on retrouve entre les personnes la même égalité que celle que l'on admet dans les choses... il est nécessaire que l'égalité des choses dépende de celle des personnes..., car il ne sera jamais juste de donner également à des personnes de conditions diverses » (V. Ethique, c. 3 : 1131 a, 22). « Des querelles et des discordes naissent toujours dans la cité, d'une distribution des biens et des charges qui donne également à des personnes de conditions sociales différentes, ou vice versa » (V. Ethique, c. 3, 1131 a, 23-24).

Dans son commentaire des œuvres d'Aristote, saint Thomas a distingué deux aspects de l'égalité : l'unité de quantité, et la relation d'égalité dont elle est cause (I. *Sent.*, d. 31, q. 1, a. 1). « L'égalité est une relation fondée sur une unité de quantité » : elle peut s'accommoder de toute espèce de quantité, bien que son mode d'être puisse varier selon qu'il s'agit de telle ou telle espèce de quantité. La quantité « dimensive » est la quantité propre à l'ordre des corps. Et parce que les corps, en plus d'être dénombrables, sont aussi mesurables, la quantité qui leur convient se dédouble en quantité arithmétique ou discontinue et en quantité géométrique ou continue; la première concerne les nombres, l'autre est « virtuelle » et peut servir à définir le degré de perfection des êtres; on peut, en effet, hiérarchiser les êtres en les comparant chacun à ce qui est le plus parfait dans l'espèce. Dès lors leur perfection relative devient mesurable, c'est-à-dire, que tout le champ de la qualité et des formes s'assujettit à cette quantité que saint Thomas qualifie de « virtuelle ».

Ainsi saint Thomas avait pu asseoir la relation d'égalité sur l'une ou l'autre de ces quantités : « la quantité numérique soutiendra infailliblement une égalité arithmétique; la quantité géométrique, à laquelle se rattache la quantité virtuelle, une égalité proportionnelle. » (Cf. Roland Ostiguy).

Il appartenait à Nicolas Oresme, de reprendre le commentaire d'Aristote pour expliciter statistiquement le concept de la justice distributive et pour définir le rôle du chef de l'État, qui doit proportionner, selon la connaissance la plus complète et la plus objective qui lui est possible, la part de chacun à sa valeur dans la société : *Justum est aequale rerum aliquibus personis secundum dignitatem in ordine ad finem* (III. *Pol.*, lect. 7).

#### La Justice distributive, d'après Nicole Oresme.

Avec une remarquable prescience, Nicole Oresme avait reconnu que, dans le Monde sensible, les valeurs dénombrables se multiplient plutôt qu'elles ne s'additionnent, et que les distributions s'équilibrent autour de la moyenne géométrique, plutôt qu'autour de la moyenne arithmétique. « Or metons donques que la proportion des personnes quant a dignite ou merite soit comme la proportion de . xii a. vi et que la proporcion de le honeur ou de la pecune distribuee

soit comme la proporcion de .iiii a .ii..... et donques. xii a. vi, ces deux termes conjoins ensemble ont tele meisme proporcion a.iiii et .ii conjoins ensemble. Et est juste distribution et est aussi le moien. Et ce qui est hors tele proporcion est injuste. Car ce que est selon tele proporcionalite est moien et juste. Et les mathematiciens appellent tele proporcionalite geometrique... »

Dès lors, la « justice distributive », qui donne à chacun selon ses mérites, et selon ses besoins, s'administre selon une progression géométrique.

C'est celle que les Lilliputiens appliquèrent à Gulliver : « Les ministres de Sa Majesté, ayant trouvé que la stature de Gulliver excédait la leur dans la proportion de 12 à 1, conclurent, de la similarité de leurs corps, que le sien contiendrait au moins 1728 (c'est-à-dire  $12^3$ ) des leurs et que sa ration alimentaire devait être prévue en conséquence ».

Oubliée et méconnue pendant cinq siècles, en particulier lorsque, au XVIII<sup>e</sup> siècle et durant la première moitié du XIX<sup>e</sup> siècle, les distributions sont considérées comme normales en tant qu'elles sont symétriques par rapport à la moyenne arithmétique. La signification de la moyenne géométrique fut redécouverte en 1863 par le célèbre économiste anglais W. Stanley Jevons, à la suite de ses recherches relatives à *A serious Fall in the value of Gold* et il faut attendre jusqu'en 1896 pour que Pareto redécouvre la loi de distribution des richesses où Nicole Oresme avait trouvé une expression de la justice distributive.

Pareto établit la « courbe de la répartition des richesses » d'après l'équation  $x^ay = b$  où ( $y$ ) représente la fréquence des personnes jouissant de revenu ( $x$ ), ( $a$ ) et ( $b$ ) étant des constantes; mais ni Niceforo, qui en a donné un exemple numérique, ni J.-C. Stamp, publiant *A new illustration of Pareto's law* (*J. Stat. Soc.* 77, 1914) ne se sont avisés de ce qu'ils ne faisaient que donner une nouvelle expression mathématique à la relation fondamentale que N. Oresme, l'ayant empruntée à Aristote, avait déjà explicitée mathématiquement.

#### DÉVELOPPEMENT DE LA NOTION DE « FORTUNE MORALE ».

Mariotte (*Essai de Logique*, II<sup>e</sup> partie, p. 667, *Œuvres*, nouv. éd., La Haye, 1740) fait remarquer que si « un homme a 20.000 écus de bien, et qu'on lui propose de les jouer en un seul coup contre 100.000 écus, quelques-uns pourroient croire qu'il auroit l'avantage à le faire, selon la proportion de 5 à 1... Or, 20.000 écus suffisent pour faire vivre un homme à son aise, et 100.000 écus de plus n'augmentent son bonheur, qu'à peu près comme de 3 à 2 ou de 3 à 1. Dans ces cas, il ne faut pas considérer la quantité physique et réelle des choses, mais il faut les considérer moralement, c'est-à-dire selon la grandeur des avantages ou des incommodités que nous en recevons... »

Cette notion, proposée par Mariotte dans son *Essai de Logique* publié à Paris en 1678, fut développée par Jacob Bernoulli, qui, vers 1685, commença les études dont les premiers résultats ne furent publiés, dans les *Ars Conjectandi*, qu'en 1713, après sa mort, survenue avant qu'il n'eût achevé la quatrième partie de ses mémoires, celle qui devait établir la corrélation entre les sciences morales et économiques. La théorie de Bernoulli développe l'idée exprimée par Mariotte et suggère que toute augmentation de capital a une valeur relative inversement proportionnelle au capital possédé; ce qui peut s'exprimer, ainsi que l'écrivait

implicitement Mariotte, en disant que la valeur subjective de l'augmentation croît comme le logarithme de la valeur physique de cette augmentation. Cette valeur subjective que Bernoulli appelait *emolumentum*, fut définie par Laplace, dans les *Mémoires de Mathématiques et de Physique*, tome VII, année 1773, comme la « fortune morale »; ainsi Laplace reprenait l'expression même dont Mariotte s'était servi quelque cent ans auparavant.

La notion de distribution logarithmique des aptitudes et des richesses, telle qu'elle fut implicitement reconnue par Mariotte, puis développée par J. Bernoulli et par Laplace, conduit à reconnaître la « fortune morale » en tant que fonction logarithmique de la fortune matérielle.

Cette notion de fortune morale introduit l'idée de la jouissance d'un bien matériel, comme distincte de l'idée de possession : elle introduit donc l'avenir comme facteur d'évaluation d'un phénomène présent, et c'est là une acquisition fondamentale, qui marque, dans l'histoire de la science, l'introduction de la relativité, notion qui, dans la littérature, devait amener la manifestation du romantisme.

Du point de vue sociologique, cette notion fut développée par Diderot, qui, discutant statistiquement de l'opportunité de la vaccination, concluait à la légitimité d'exposer l'individu à un risque s'il doit en résulter un bien pour l'avenir de la population.

Ainsi que le fait remarquer L.-G. Krakeur, dans son commentaire sur les « Écrits mathématiques de Diderot » (*Isis*, 33; 231), Diderot parvenait à une conception statistique de « la vertu, manifestée par un sacrifice individuel destiné à promouvoir le bien général, et augmentant, éventuellement, le bonheur de celui qui a sacrifié la satisfaction immédiate de ses instincts personnels ».

Il est remarquable que l'acquisition de ces notions sociologiques se soit faite en même temps qu'étaient, pour la première fois appliquées à l'étude et à la représentation des phénomènes de mortalité, les courbes d'intégration maintenant appelées courbes en ogive. Ces courbes tendent vers une certaine asymptote; leur allure, par conséquent, est déterminée autant par les phénomènes à venir que par les phénomènes passés.

A propos de la vaccination se posait, pour la première fois, cette question de savoir si une population pouvait expérimentalement être modifiée de telle sorte que soient augmentées les chances de survie des individus qui la composent.

Mais dans ce cas particulier, comme dans le cas général, une tentative d'adaptation des êtres au milieu où ils doivent vivre comporte un risque pour la population. L'évolution des êtres organisés peut recevoir une interprétation statistique, puisque toute spécialisation organique, assurant une meilleure utilisation énergétique des constituants du milieu, représente une spéculation. Cette spéculation ne peut être favorable que si les conditions ne se modifient ni assez rapidement, ni assez profondément pour que la spécialisation compromette la survie de l'individu ou de l'avenir de la race. (Cf. W.-K. Gregory et H.-C. Raven, *Ann N. Y. Ac. Sc.* 42 : 273, 1941; I. Prigogine et J.-M. Wiame, *Experientia*, II/11, 451, 1947).

Ainsi la statistique permet de réintroduire dans la biologie, comme dans la physique, le notion de finalité, reconnaissant la corrélation qui lie le présent à l'avenir comme elle le lie au passé.

Au XVIII<sup>e</sup> siècle, la notion du déterminisme du présent par le passé conduisait certains « philosophes » à nier toute possibilité de modification de l'univers autre que les modifications cycliques révélées par l'astronomie.

Cependant Huygens, s'efforçant de représenter une courbe de mortalité, avait déjà imaginé une courbe avec une tendance. Mais ce ne fut qu'en 1799 que fut publiée la première table des intégrales de la distribution normale.

#### COURBES D'INTÉGRATION ET COURBES CUMULATIVES DE FRÉQUENCES.

D'Alembert illustra de plusieurs courbes de mortalité théoriques (non basées sur des observations numériques) son mémoire « Sur l'application du calcul des probabilités à l'inoculation de la petite vérole » (*Opuscles Mathématiques*, II, 26-95, 1761).

Des courbes semblables à celles que d'Alembert avait imaginées furent calculées par J.-B. Fourier d'après les *Notions générales sur la population* acquises par les *Recherches statistiques sur la Ville de Paris et le département de la Seine*, 1821 (vol. I, p. LXVII, 1821). A ce sujet, Fourier dessina la première « courbe de fréquences cumulatives », pour montrer la proportion, sur 10.000 Parisiens, des sujets qui, en 1817, avaient atteint et dépassé un certain âge. On sait que c'est à ce type de courbe que Galton donna le nom d' « ogive ». (« *Statistics by Inter-comparison with Remarks on the Law of Frequency of Error* », London, *Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine*, Fourth series, XLIX (1875), p. 35.)

Une autre forme de courbe cumulative des fréquences a été proposée par M.-C. Lorenz pour l'étude de la concentration des richesses ou des revenus.

#### DISTRIBUTION LOG.-NORMALE DES FORTUNES MOBILIÈRES ET IMMOBILIÈRES.

J.-C. Kapteyn, professeur d'Astronomie à Groningen, a étudié, entre autres courbes de distribution asymétrique par rapport à la moyenne arithmétique, « la courbe de distribution des richesses ». Chacun admettra que la valeur (A) la plus commune des propriétés d'un homme est une valeur peu élevée; comme d'autre part la valeur la plus petite qui puisse être est zéro, la plus grande déviation possible entre la valeur la plus commune et la valeur la plus petite est (— A). Par contre, la déviation entre la valeur moyenne et la valeur la plus grande peut être considérable. Par conséquent la partie de la courbe à gauche de la valeur la plus commune est relativement petite, la partie à droite relativement considérable et la courbe est fortement dissymétrique...

Au lieu d'une courbe de distribution des richesses nous pouvons prendre comme exemple la courbe de fréquence des valeurs des propriétés foncières ( $x$ ) en Angleterre au cours des années 1885-1886, telle que l'a publiée Pearson (*Phil. Trans.*, 186, p. 396). Il est possible de reproduire expérimentalement une courbe de distribution des richesses par l'emploi d'une machine basée sur ce principe, que toutes les causes de gain ou de perte sont proportionnelles au capital mis en œuvre.

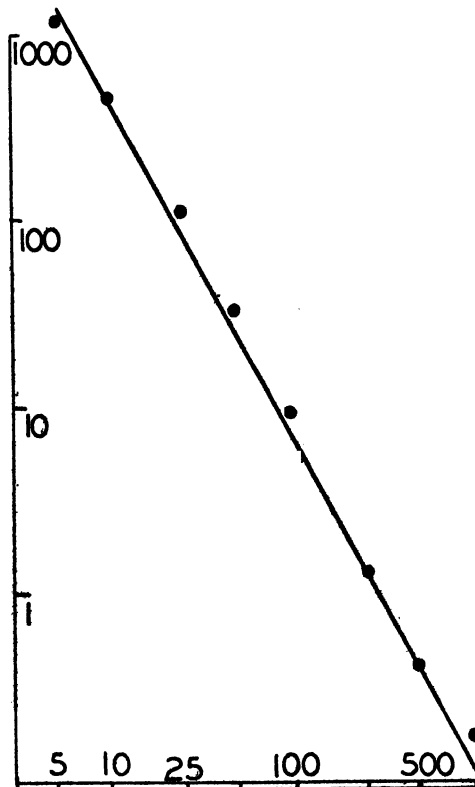
D'une façon générale, les courbes asymétriques telles que celles de la distribution des richesses représentent les phénomènes déterminés par des causes dont les effets sur ( $x$ ) dépendent de la valeur de ( $x$ ).

Ayant obtenu une distribution asymétrique des fréquences de manifestation des diverses valeurs de  $(x)$  pouvons-nous déterminer certaines quantités  $(z)$ , qui représentent une fonction simple de  $(x)$  et qui soient normalement distribuées?

En fait, la distribution des propriétés foncières, qui peut être considérée comme représentative de la courbe de distribution des richesses, est telle que nous pouvons trouver une « réaction »  $(z)$  qui soit proportionnelle au degré de richesse; la courbe de réaction a pour équation  $z = \log (x-k)$ .

REPRÉSENTATIONS RECTILINÉAIRES DE DISTRIBUTIONS DES RICHESSES.

Si nous portons en abscisses, sur échelle logarithmique, en milliers de dollars les revenus  $(r)$ , et en ordonnées, également sur échelle logarithmique, les fréquences  $(f)$  de contribuables taxés en 1947 aux États-Unis pour un revenu net ne dépassant pas celui indiqué en abscisses, nous définissons un certain nombre de points qui s'alignent de façon satisfaisante sur une droite (graphique I).



Graphique I.

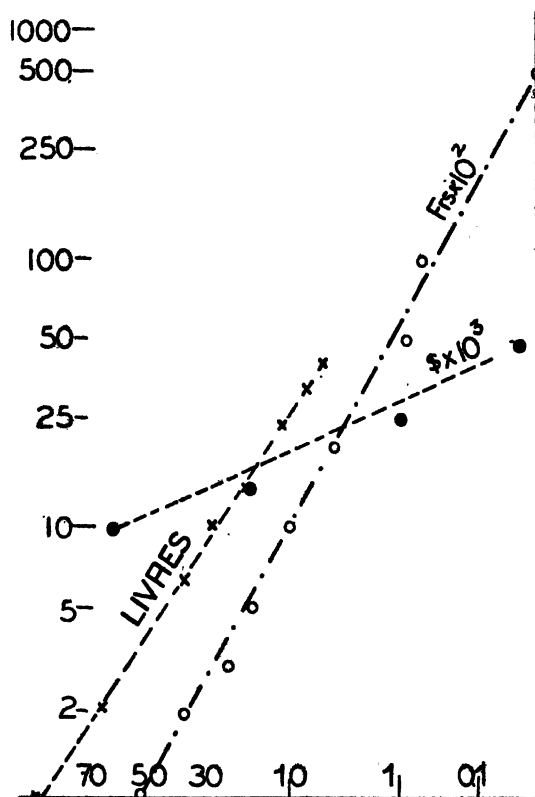
En ordonnées, sur échelle logarithmique, fréquences de contribuables taxés pour un revenu net ne dépassant pas celui qui est indiqué en abscisse, sur échelle logarithmique.

Transformons les fréquences  $(f)$  en fréquences cumulatives  $(c)$  puis transformons chaque fréquence cumulative en pourcentage cumulatif (%) et portons ces pourcentages en abscisses sur échelle normale de probabilité; les revenus correspondant se distribuent comme les disques pleins du graphique II.

Tableau 1

Fréquences de contribuables taxés pour un revenu net au moins égal à  $r$  (États-Unis, 1947).

$(r)$	$(f)$	$(\text{Log}, r)$	$(\text{Log}, f)$	$(c)$	$\%$
5-10	1.126.9	0.7	3.05	1.126.9	74
10-25	470.2	1.0	2.67	1.597.1	90
25-50	101.2	1.4	2.05	1.698.3	96.7
50-100	32.7	1.7	1.51	1.731.0	99.32
100-250	9.8	2.0	0.99	1.740.8	99.87
250-500	1.3	2.4	0.11	1.742.1	
500-1.000	0.4	2.7	-0.4	1.742.5	
Plus de 1.000	0.2	3.0	-0.7	1.742.7	
	1.742.7				



Graphique II.

En ordonnées, échelle de revenus ou de taxes, sur échelle logarithmique. En abscisses, pourcentages cumulatifs des fréquences, sur échelle de probabilité normale (voir texte).

Il est intéressant de comparer la distribution du tableau ci-dessus à la distribution des fréquences ( $f$ ) des Lombards de la paroisse Saint-Germain-l'Auxerrois, à Paris, du temps de Philippe le Bel (1292), d'après l'impôt sur le revenu (Cf. Niceforo, p. 92).

Tableau 2.

Impôt en livre <sup>a</sup>	(f)	(c)	o/o
0-1	20	20	12
1-2	33	53	33
2-6	48	101	63
6-10	15	116	71
10-14	15	131	82
14-24	11	142	88
24-34	6	148	93
34-44	5	153	95
44-54	4	157	98.1
Plus de 54	2	159	

Dans son étude sur les *Économistes-financiers du XVIII<sup>e</sup> siècle*, Paris, 1843, E. Daire a soin « de faire remarquer la singulière coïncidence de rapport entre cette échelle de revenus, que nous a fournie indirectement la statistique moderne, et celle établie par l'auteur de la *Dîme royale* à la fin du xvii<sup>e</sup> siècle » (L. c., p. 36 et pp. 137-138).

D'après les chiffres relevés par Daire, il y avait en France, en 1835, les fréquences suivantes ( $y$ ) de propriétaires disposant au moins des revenus ( $x$ ) suivants :

Tableau 3.

(x francs)	Log. x	y (milliers)	Log. y	o/o
50	1.7	5.441.8	3.7357	
100	2	2.839.1	3.4532	52
200	2.3	1.963.1	3.2929	36
300	2.48	1.205.9	3.0810	22
500	2.7	836.3	2.9234	15.5
1.000	3	494.2	2.6906	9
2.000	3.48	217.6	2.3377	3.8
5.000	3.7	47.1	1.6725	0.8
10.000	4	23.3	1.3668	0.42
50.000	4.7	6.7	0.8248	0.012

Il est intéressant de comparer cette distribution à celles des tableaux 1 et 2.

Les distributions des fréquences des tableaux 1, 2, 3, transformées en pourcentages cumulatifs et portées en ordonnées sur échelle de probabilité, contre les revenus perçus ou imposés, fournissent les droites de régression du graphique II.

#### LA DISTRIBUTION DES VALEURS HUMAINES

H.-T. Davis, dans son analyse critique d'un livre de Lewis Mumford intitulé *Technics and Civilization* s'étonne de ce qu'un tel traité ne mentionne pas le nom de V. Pareto. Le problème de la croissance de la population est convenablement traité, mais non le problème, également important, de la texture statistique qui se manifeste sous forme de la distribution des revenus. Que penser de la loi de Pareto, qui affirme que la distribution des revenus dans les sociétés, de la plus primitive à la plus complexe, suit inévitablement la loi parabolique,  $\log y = a - 1.5 \log x$ , ou ( $x$ ) est le volume du revenu et ( $y$ ) le nombre des citoyens ayant un revenu au moins égal à ( $x$ )? Bien que cette loi



n'ait été soumise à la vérification statistique que dans le seul cas des revenus perçus en numéraire, on peut raisonnablement la considérer comme s'appliquant également aux autres valeurs humaines telles que l'intelligence, l'aptitude sportive, le sens des affaires... Comme une économie de communisme, basée sur des énergies mécaniques, peut-elle s'installer dans une société soumise fatalement à la distribution de la loi de Pareto? On aimerait à connaître la réponse à ces questions : Est-ce que cette loi est inévitable dans les sociétés humaines? Si la réponse est négative, comment cette distribution peut-elle être modifiée?

**LA DISTRIBUTION DES APTITUDES PEUT-ELLE ÊTRE MODIFIÉE?**

Pour essayer de répondre à cette question nous utiliserons les résultats de l'enquête portant sur 105.521 recrues de l'armée américaine (Bingham, 1947) relativement à la distribution, quantitativement exprimée du niveau inférieur (V) au niveau supérieur (I), des aptitudes utilisables dans l'armée : chez les recrues n'ayant reçu aucune instruction (classe E); ayant passé un à trois ans dans une « High School » et ayant reçu l'équivalent de quelque instruction primaire (classe D); ayant reçu un diplôme de High School (classe C); ayant passé un à trois ans au collège, et ayant reçu l'équivalent de quelque enseignement secondaire (classe B); enfin, ayant reçu leur diplôme du collège (classe A). Le tableau 4 indique comment se distribuent les fréquences ( $f$ ) des classes E à A aux niveaux V à I et dans l'ensemble de la population (total). A chaque niveau, de V à I et pour le total, les fréquences de contribution des groupes E, D, C, B, A ont été successivement additionnées pour donner les fréquences cumulatives ( $f_c$ ); chacune des fréquences cumulatives a été ensuite transformée en pourcentage cumulatif ( $c$ ). Ces pourcentages cumulatifs ont été portés en abscisses sur échelle de probabilité; la classe E étant prise pour origine des ordonnées, soit sur échelle arithmétique soit sur une échelle logarithmique. Les classes successives D, C, B, sont portées en ordonnées à partir de l'origine (correspondant à 1) et à des distances correspondant respectivement à 2, 3, 4. Bien entendu, la classe A ne peut pas figurer sur le graphique puisqu'elle correspond à l'ultime pourcentage cumulatif qui a été adopté comme 100 % et se situe dès lors à l'infini vers la droite de l'échelle des abscisses. Chacune des autres classes est représentée à son ordonnée 4, 3, 2, 1 et à son abscisse, par un cercle.

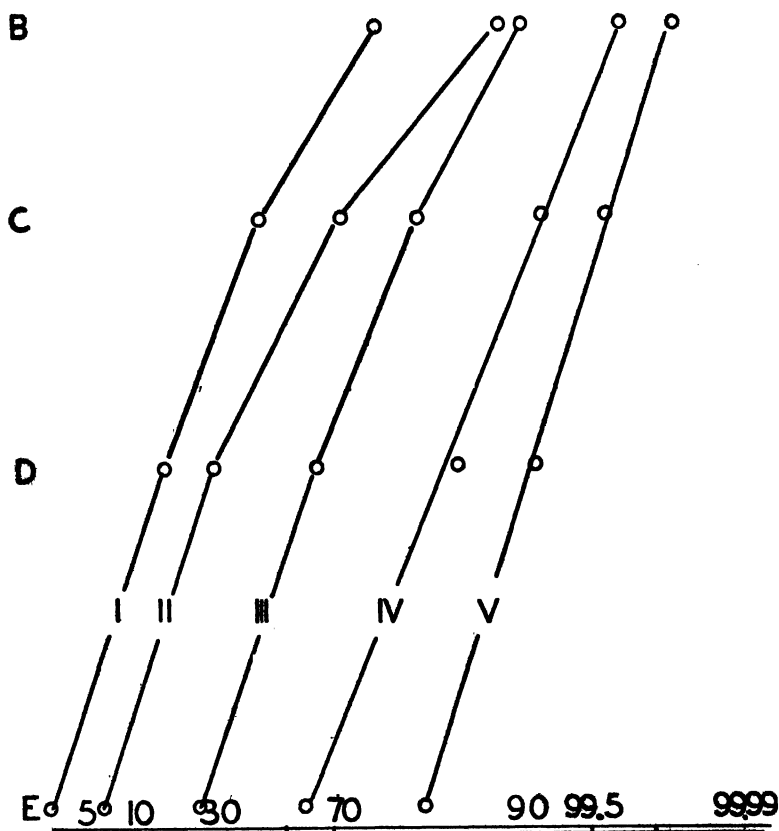
*Tableau 4.*

Distribution de 105.251 recrues de l'armée américaine d'après leur éducation avant incorporation (E, aucune éducation; D, un à trois ans de High School; C, éducation complète de « High School »; B, un à trois ans de collège; A, diplômés de collège) et leur note à l'armée de V à I.

	V			IV		
	$f$	$f_c$	$c$	$f$	$f_c$	$c$
E	6.354	6.354	88 %	15.765	15.765	58 %
D	757	7.111	98,2 %	8.184	23.949	93,7 %
C	100	7.211	99,5 %	2.102	26.051	98,6 %
B	27	7.238	99,95 %	400	26.451	99,8 %
A	3	7.241		51	26.502	
<b>Total</b>	<b>7.241</b>			<b>26.502</b>		

	III			-II		
E	7.446	7.446	22,5 %	2.076	2.076	6,3 %
D	12.533	19.979	61 %	7.508	9.584	29,5 %
C	9.362	29.341	88 %	13.239	22.823	70 %
B	2.694	32.035	98 %	7.781	30.604	97 %
A	343	32.378		2.111	32.715	
Total	<u>32.378</u>			<u>32.715</u>		

	I			Total	
E	150	150	2,2 %	31.791	31.791
D	624	774	11,6 %	29.606	61.397
C	2.232	3.006	44,1 %	27.035	88.432
B	2.478	5.484	81,8 %	13.380	101.812
A	1.201	6.685		3.709	105.521
Total	<u>6.685</u>			<u>105.521</u>	



Graphique III.

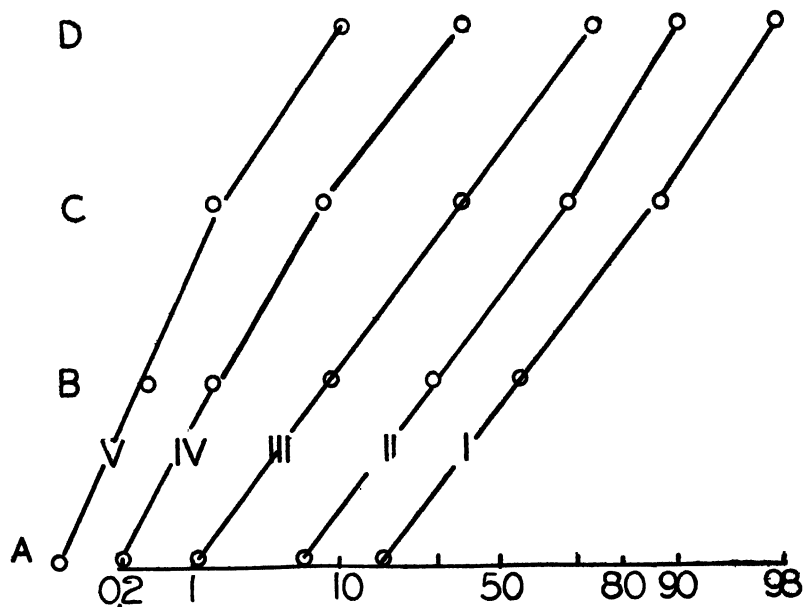
En abscisse, pourcentages cumulatifs sur échelle de probabilité normale;  
échelle logarithmique d'ordonnées.

La régression est rectilinéaire aux niveaux inférieurs, V et IV, sur l'échelle logarithmique des ordonnées (graphique III) tandis que sur échelle arithmétique des ordonnées c'est au niveau moyen III, que la régression est rectilinéaire.

Au lieu de prendre la classe E comme origine, nous aurions pu prendre la classe A et cumuler les pourcentages cumulatifs de manière à ce que E soit la dernière classe, correspondant à 100 %; portant alors les pourcentages cumulatifs des

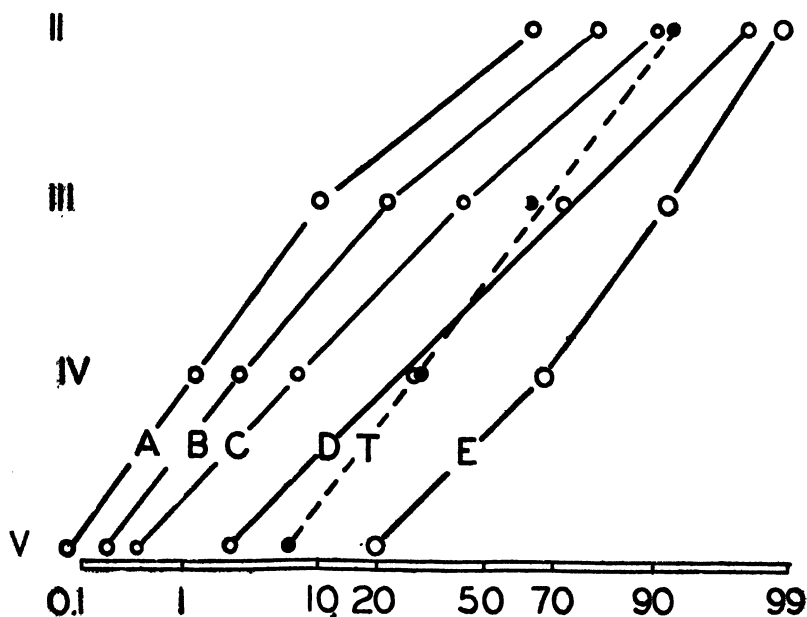
classes A, B, C, D, à des ordonnées correspondant respectivement à 1, 2, 3, 4, sur échelle arithmétique, nous obtenons le graphique IV où la régression apparaît encore rectilinéaire pour le niveau moyen III.

Enfin, au lieu de calculer les pourcentages cumulatifs de fréquences des classes E



Graphique IV.  
En abscisse, pourcentages cumulatifs sur échelle de probabilité normale;  
Échelle arithmétique d'ordonnées

à A (ou A à E) à chaque niveau d'aptitude, nous pouvons calculer les pourcentages cumulatifs d'aptitude V, IV, III, II, I, dans chaque classe A, B, C, D, E, et dans l'ensemble de la population, T.



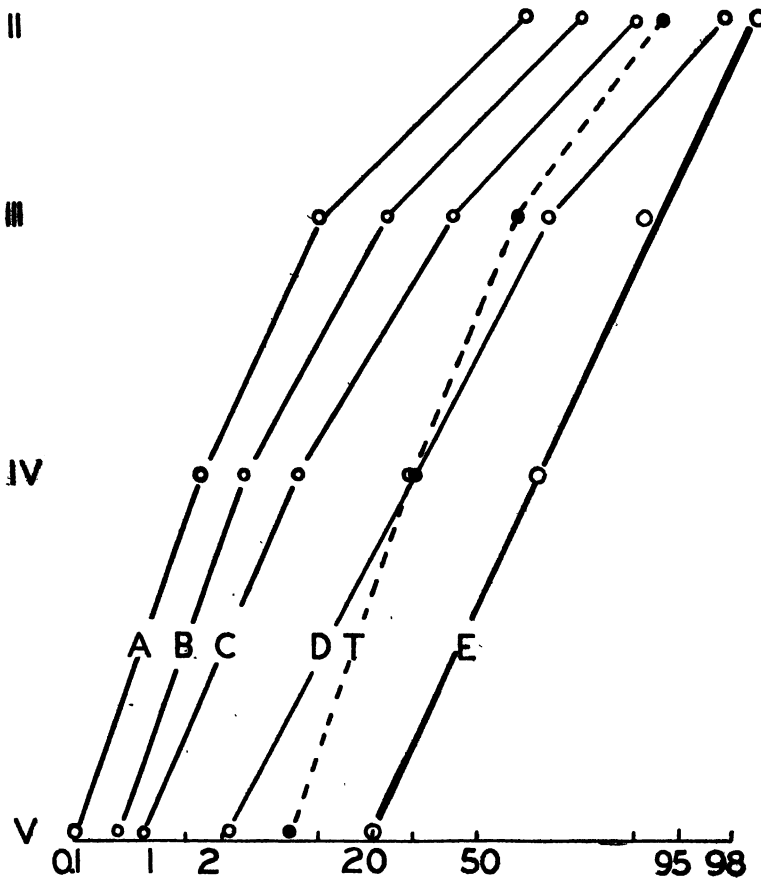
Graphique V.  
En abscisse, pourcentages cumulatifs, sur échelle de probabilité normale.  
Échelle arithmétique d'ordonnées.

Si nous portons les niveaux V, VI, III, II en ordonnée sur échelle logarithmique et les pourcentages cumulatifs correspondant en abscisse sur échelle de probabilité, nous obtenons pour la classe E une droite de régression; c'est-à-dire que pour une population qui n'a pas été soumise à l'influence d'un enseignement, les aptitudes se distribuent, ainsi que l'énonçait N. Oresme, en proportion géométrique (graphique V).

Si nous portons les niveaux V, IV, III, II sur échelle arithmétique (graphique VI) ce sont les classes moyennes D et C ou l'ensemble de la population T, qui témoignent d'une distribution « normale » des aptitudes.

CONCLUSIONS.

La loi de Pareto semble donc offrir une interprétation adéquate des faits sociaux tels qu'ils se sont manifestés dans la société européenne jusqu'à la seconde guerre mondiale, mais elle ne paraît pas présenter un caractère de nécessité absolue, non plus qu'elle n'exprime une fatalité inéluctable.



Graphique VI.  
En abscisse, pourcentages cumulatifs sur échelle de probabilité normale.  
Échelle arithmétique d'ordonnées.

Les graphiques III-VI montrent l'importance des déviations favorables qui peuvent être imprimées au fait social par excellence, c'est-à-dire à la manifestation des aptitudes individuelles, par l'éducation et l'instruction.

Il est donc possible de déclarer avec Mel Lester (*California Monthly*, oct. 1947, pp. 20-47) que le plus grand événement qui ait affecté la civilisation américaine depuis la proclamation de l'Indépendance est la promulgation du *G. I. Bill*.

Dans la pensée de ses instigateurs, cette loi avait été conçue pour permettre aux étudiants d'Université incorporés dans les forces armées de reprendre leurs études interrompues et de les poursuivre sans bourse délier jusqu'à l'obtention du diplôme de leur choix.

Les rédacteurs du *G. I. Bill* n'avaient pas prévu qu'un grand nombre de jeunes gens qui, en d'autres temps, n'auraient jamais vu les portes d'une Université s'ouvrir devant eux, s'empresseraient de profiter de l'avantage que leur qualité de « vétérans » leur conférerait.

« Voici », dit Mel Lester, « la plus féconde erreur de jugement qu'un législateur ait jamais commise. Ainsi les obstacles économiques qui, pour la plupart des jeunes gens, barraient la voie conduisant à l'enseignement supérieur sont abolis, et une importante proportion de la population des E. U. (11 % du contingent des forces armées) bénéficie d'une formation qui leur permettra de tirer parti de ses dons naturels.

Le problème qui se pose en ce moment est de trouver en nombre suffisant des instructeurs préparés à enseigner ces foules, mais la génération actuelle d'hommes mûrs qui comporte une élite trop peu nombreuse sera remplacée par la jeune génération la mieux formée, la plus capable, la plus avertie dont nous ayons jamais pu nous enorgueillir ».

J. et M.-L. DUFRÉNOY.

## BIBLIOGRAPHIE

1370. Maitre Nicole ORESME, *Le Livre de Éthiques d'Aristote*. (Published from the text of MS. 2902, Bibliothèque Royale de Belgique, with a critical introduction and notes, by A. D. Menut, Stechert, New-York, 1940).
1799. KRAMP, *Analyse des réfractions astronomiques et terrestres*, Strasbourg.
1896. PARETO, *La courbe de la répartition de la richesse*. (Lausanne, 1896).
1905. LORENZ M.-C., *Methods of measuring the concentration of wealth*. *Amer. Stat. Assoc.*, 9, pp. 209-219, 1905.
1914. STAMP J.-C., « A new illustration of Pareto's law ». *Jour. Roy. Stat. Soc.*, 77, pp. 200-204, 1914.
1916. KAPTEYN J.-C., « Skew frequency curves in Biology and Statistics. » *Rec. Trav. Bot. Néerlandais*, 13, pp. 105-151, 1916.
1925. NICEFORO A., *La Méthode statistique et ses Applications* (Trad. R. Jacquemin, Paris, 1925).
1935. DAVIS H.-T., Compte rendu de Lewis Mumford : *Technics and Civilisation*, *Isis*, 22, p. 550, 1935.
1931. GIBRAT R., *Les inégalités économiques*, Paris, 1931.
1938. DAVIS H.-T., « The Pareto distribution of income ». *Econométrica*, 6, pp. 184-185, 1938.
1939. FRÉCHET. « Sur les formules de répartition des revenus ». *Rev. Intern. Inst. Statist.*, 7, p. 32, 1939.
1943. BARON MOURRE, « Définitions de l'inégalité des revenus et utilisation de la formule de Pareto » *Journ. Soc. Statist. Paris*, 41-42, pp. 228-238, 1943.
- BINGHAM W.-V., « Personnel classification in the Army », *Science*, 100, pp. 275-280, 1944.

- BINGHAM W.-V., « Start climbing, Soldier! The Army program for rehabilitating casualties », *The Annals of the American Academy of Political and Social Science*, May 1945.
- BINGHAM W.-V. « Inequalities in adult capacity. From Military Data », *Science*, 104, pp. 147-152, 1946.
- BINGHAM W.-V., « Military psychology in War and Peace », *Science*, 106, pp. 155-160, 1947.
- BOYER C.-B., « Note on an early graph of statistical data (Huygens, 1669). » *Isis* 37, pp. 148-149, 1947.
- OSTIGUY Roland, « De la Nature du Droit selon saint Thomas; en marge de la II-II q. 57, a. I. » *Revue de l'Université d'Ottawa*, 17, pp. 69\* à 112\*, 1947.
-