JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

R. GIBRAT

La réforme de l'enseignement des mathématiques

Journal de la société statistique de Paris, tome 113 (1972), p. 239-260
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1972__113__239_0>

II

COMMUNICATION

LA RÉFORME DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

(Communication faite le 20 décembre 1972 devant la Société de statistique de Paris)

RÉSUMÉ

De nombreux ouvrages de « prospective » ont attiré l'attention sur l'importance pour l'avenir de l'homme des développements du nucléaire, de l'électronique, de l'informatique ou sur les problèmes biologiques, etc. Nous irons au cœur du problème en nous demandant si la Science qui a déterminé et dominé tous ces développements n'est pas aujourd'hui soumise à une mutation extraordinaire. Il s'agit des mathématiques.

Depuis une génération, sous l'influence d'abord du traité « Moderne Algebra » de van der Waerden réunissant les travaux de l'École allemande (1re édition en 1930, 7e en 1966), puis des travaux de Nicolas Bourbaki depuis 1935 (près de 40 volumes parus aujourd'hui), l'envahissement des mathématiques par les notions apparentées à l'idée de groupe (anneaux, corps, modules, aujourd'hui catégories et foncteurs, etc.) et leur extension à la topologie ont été pratiquement totaux.

Un rapport présenté par la Société française de physique le 21 mai 1970 attire l'attention sur « l'envahissement par les mathématiques délibérément les plus abstraites dont on ne peut qu'admirer la beauté formelle mais dont il faut convenir qu'elles sont bien loin d'assurer les outils de calcul nécessaires » et sur « l'évolution, à leur sens, désastreuse de l'enseignement scientifique donné dans les établissements secondaires » et il conclut : « ceci expliquerait la désaffectation des élèves vis-à-vis des sections scientifiques, le décalage croissant de la physique vis-à-vis des mathématiques, le mépris de la technique et du concret ».

Trois questions sont ainsi posées :

1° Cette évolution des mathématiques n'a-t-elle pas tari la source à laquelle s'alimentaient les sciences et les techniques grâce aux outils de calcul que jusqu'ici leur préparaient, parfois inconsciemment, les mathématiciens?

2° Si la physique est délaissée par les jeunes comme peu attrayante, en sera-t-il de même pour les techniques et continuerons-nous dans l'industrie à attirer des esprits créateurs?

3° Ces deux grands facteurs d'affaiblissement de notre civilisation technique ne risquent-ils pas de créer peu à peu un déséquilibre entre les pays d'Occident et ceux d'Orient comme la Chine où l'abstrait est pourchassé et le concret glorifié.

Toutes ces inquiétudes sont-elles justifiées? Si oui, dans quelle mesure et quelles conséquences en attendre?

TEXTE

De nombreuses conférences, de nombreux ouvrages ont attiré depuis quelques années l'attention sur la très grande importance pour l'avenir de l'homme des développements prodigieux de la technologie et particulièrement énergie nucléaire, espace, informatique, problèmes biologiques, etc. Nous réaliserons avant l'an 2000 des machines à décider, à enseigner, à dessiner, à diagnostiquer; nous verrons avec crainte l'arrivée de produits chimiques avivant l'intelligence. Grâce à l'application de la méthode scientifique, l'ingénieur saura multiplier pour l'homme les résultats qu'obtiendra la Science (1).

Le Centre international de prospective de Gaston Berger définissait dès 1960 les forces puissantes qui expliquent ce grand mouvement en avant (2) : « Le plaisir de comprendre les phénomènes naturels, l'orgueil d'exercer sur eux une immense puissance, la fierté de créer une sécurité complexe qui dégage à la fois plus de richesse et de loisir, l'impatience d'accéder à un niveau prometteur de dignité et de culture, un accord profond entre l'optimisme biologique des hommes et le caractère rapidement progressif de cette société font désirer sa rapide et bienfaisante extension ».

Mais en face de ces parties vraiment « exaltantes » de la construction d'une civilisation nouvelle, il faut aussi placer les parties « déprimantes » et insister de plus en plus sur le chapitre des « offenses » : vacarme, pollution, laideur, sans oublier celui des « encombrements » ceux des rues et des routes, ceux des programmes scolaires ou universitaires, la prolifération de l'écrit, du son, de l'image, l'accablement des dirigeants devant le nombre et le poids des décisions, etc., tout cela entraînant une sorte de « déshumanisation » suivant le mot Pierre Massé (3).

Dans ma conférence de Montréal en 1967, m'adressant à des ingénieurs, j'avais étudié successivement les problèmes que posait cette déshumanisation, d'abord à l'intérieur de leur milieu, puis dans leurs relations avec les littéraires et les artistes qui forment avec eux le monde cultivé, enfin avec les masses qui détiennent en fait le pouvoir dans les nations industrielles occidentales. Il y avait là-dessus beaucoup à dire, l'extension de la « joie de comprendre » (1) à tous ceux qui participent à l'effort général, le problème de Lord Snow sur les « deux cultures » (1), l'effort croissant des ingénieurs à l'information des masses. Mais j'aimerais ici creuser plus profondément et pénétrer sans doute au cœur du problème en examinant si la science de base qui a déterminé et dominé tous les développements scienfiques et technologiques n'est pas aujourd'hui soumise à une mutation extraordinaire dont il faut essayer de mesurer les conséquences sur l'avenir de l'homme. Je veux parler des mathématiques, et un peu d'histoire contemporaine va être maintenant nécessaire.

I — La mutation des mathématiques

En 1930, paraissait à Berlin un traité de mathématiques dû à un jeune homme de vingt-sept ans, R. L. van der Waerden, intitulé « Moderne Algebra ». Ce livre devait avoir un énorme retentissement à la fois par la nature des matières exposées et par la méthode

1. Robert Gibrat :
— L'ingénieur facteur essentiel de la civilisation nouvelle. Conférence prononcée le 2 juin 1967 pour la clôture du Congrès des ingénieurs canadiens de toutes disciplines (Montréal).
— La joie de comprendre. Conférence d'entrée comme président de la Société française des Électriciens. Bulletin de la Société française des électriciens, nº 2, février 1956.
— La culture des lettres, la culture des sciences et l'ingénieur. *Sciences et Techniques*, nº 1, avril 1966, pp. 403-440.
2. Prospective, *cahier nº 6*, p. 1.
3. Technique et Finalité. La Jaune et la Rouge. Conférence prononcée le 31 mai 1965.

utilisée pour les traiter. L'algèbre d'aujourd'hui lui doit son développement fantastique et aujourd'hui encore si quelqu'un, un peu doué, veut apprendre l'algèbre, il doit commencer par van der Waerden (4). Utilisant des conférences d'E. Artin et d'E. Noether faites les années précédentes, il rassemblait les très nombreux résultats mal connus, obtenus surtout par l'École allemande dans les différentes branches de l'algèbre, en une présentation « abstraite, formalisée et axiomatique » comme il l'écrit dans la préface. J'aurai à revenir sur ces trois mots.

Un mathématicien français aujourd'hui d'audience internationale J.-A. Dieudonné préparait alors sa thèse à Berlin (5). Il fut stupéfait de voir ce monde nouveau qui s'ouvrait devant lui. Car, un des plus brillants de sa génération, il avait reçu en France l'éducation mathématique la plus complète possible. Il avait, par exemple, suivi le séminaire d'Hadamard au Collège de France où, au début de chaque année, celui-ci distribuait aux auditeurs volontaires les mémoires mathématiques qu'il jugeait les meilleurs de l'année précédente, ceci pour étude et exposé (6).

Devant ce cloisonnement invraisemblable des connaissances de chaque côté du Rhin et sous l'impression que la France était dans une impasse en continuant à cultiver son domaine favori de la théorie des fonctions, Dieudonné décida, vers 1935, avec trois autres jeunes mathématiciens C. Chevalley, J. Delsarte et A. Weil d'entreprendre aussi un traité d'algèbre sous le nom collectif de Nicolas Bourbaki (7). Le succès de ce traité a été extraordinaire, le quarantième volume est proche. Toutes les bibliothèques scientifiques du monde et pratiquement tous les mathématiciens le possèdent. L'équipe s'est agrandie et renouvelée : on en sort à cinquante ans, car il serait difficile, déclare-t-on, de s'adapter à cet âge aux idées de ceux qui ont 25 ou 30 ans de moins. La méthode de travail y est terrifiante; dans les réunions, deux ou trois fois par an, un premier projet est mis en pièces, puis un deuxième, parfois jusqu'à dix éditions naissent successivement (un travail de 10 ans sur un texte est une moyenne). Les étrangers invités à une réunion, a écrit Dieudonné, en sortent toujours avec l'impression d'une assemblée de fous.

Bourbaki a pris modèle sur van der Waerden pour la précision du langage et l'ordonnance rigoureuse du déroulement des idées. On y retrouve la présentation « abstraite, formalisée et axiomatique » mais avec un éclairage très systématique sur la notion de « structure mathématique ».

Les Bourbakistes eurent beaucoup de difficultés à définir leur but. Ils ne voulaient pas écrire une encyclopédie, mais un vrai traité avec toutes les démonstrations, il leur fallait donc se borner à l'essentiel mais lequel? Finalement, ils décidèrent d'en faire un outil utile dans le plus grand nombre possible de domaines mathématiques, et l'idée de structure leur parut donner la clé de leurs problèmes. « Le trait commun des diverses notions désignées sous le nom de générique de *structure* (8) est qu'elles s'appliquent à des ensembles

4. R. L. Van der Waerden, *Siebte Auflage der Modernen Algebra.* Springer Verlag, 1966, (2 vol.), traduit en anglais, russe et chinois.

5. J.-A. Dieudonné, The work of Nicholas Bourbaki. American Mathematical. Monthly, vol. 77, nº 2, february 1970.

6. J'ai eu personnellement ainsi, en 1926, à exposer un beau travail du Polonais Zaremba sur la théorie des groupes et la cristallographie, ce qui m'a mis dès cette époque en relation avec les milieux mathématiques dont je vais maintenant parler.

7. Nom d'un général français de la guerre de 1870 et partie d'un « canular » de l'École normale où les étudiants de première année étaient conviés à une conférence d'un ancien, qui se prétendait grand mathématicien étranger et où les théorèmes portaient les noms de généraux célèbres, mais étaient tous faux de façon cachée.

8. N. Bourbaki, *L'architecture des mathématiques et les grands courants de la pensée mathématique.* Éd. Cahier du Sud, 1948, pp. 35-47.

d'éléments dont la nature n'est *pas spécifiée*; pour définir une structure, on se donne une ou plusieurs relations où interviennent les éléments. Les structures sont des outils pour le mathématicien; une fois qu'il a discerné entre les éléments qu'il étudie des relations satisfaisant aux axiomes d'une structure d'un type commun, il dispose aussitôt de tout l'arsenal des théorèmes généraux relatifs aux structures de ce type, là où, auparavant, il devait péniblement se forger lui-même des moyens d'attaque dont la puissance dépendait de son talent personnel, et qui s'encombraient souvent d'hypothèses inutilement restrictives provenant des particularités du problème étudié ».

On ne saurait nier l'extraordinaire influence sur le développement des mathématiques de cette notion de structure, pressentie certes avant van der Waerden et Bourbaki, mais qui, grâce à ces deux admirables traités, a fait déferler sur les Mathématiques un véritable raz de marée engloutissant en apparence les mathématiques classiques. Ceci est peut-être aujourd'hui dépassé par les notions de catégorie et de foncteur ([9]) où certains voient un « abstract non-sense », ces idées leur paraissant si générales qu'il semble que jamais on n'en pourra tirer quelque chose. Mais Dieu seul le sait!

L'algèbre et la topologie d'aujourd'hui lui doivent tout. Le reste semble avoir disparu : les 414 pages de mémoires publiées en 1970 dans le bulletin de la Société mathématique de France traitent toutes sans exception de ces mathématiques nouvelles, que tout le monde appelle « modernes ».

Certains mathématiciens, aujourd'hui, voudraient refuser cette étiquette et ne veulent voir dans le développement actuel qu'une suite normale et logique du passé. La querelle est périmée maintenant, l'unanimité s'étant faite en pratique, les adversaires les plus résolus de cette notation l'utilisant dans leurs propres mémoires.

Ainsi A. Lichnerovicz ([29]), tout en protestant, a intitulé sa conférence du 2 février 1971 à la Maison de la chimie à Paris « Les mathématiques modernes ». On a connu la même discussion en musique, musique « contemporaine » et musique « moderne » désignent deux concepts différents et parfaitement définis. Reste à voir s'il n'existerait pas des mathématiques «contemporaines» qui ne soient pas «modernes», ce qui est certain pour la musique ([10]).

J'ai dit que la présentation des deux traités était « abstraite, formalisée et axiomatique ». Ceci mérite quelques explications.

a) *Abstraction* : les mathématiques classiques étaient définies comme la science du nombre et de l'espace. Elles n'utilisaient pas d'autres idées fondamentales. Toutes les disciplines intellectuelles s'occupant d'objets dont les propriétés pouvaient se traduire par des nombres se tournaient vers elles : Astronomie, Mécanique, Physique, toutes les techniques. Les procédés de calcul sur les nombres et l'espace, inventés par les mathématiciens parfois pour leur seul plaisir et convenablement employés, leur permettaient au bon moment de franchir les obstacles. Les mathématiques étaient un réservoir de prodédés où l'on venait puiser. Ainsi le calcul tensoriel existait déjà avec Ricci et Levi Civita quand les relativistes en eurent besoin, etc.

Inversement, les mathématiciens s'enrichissaient de leurs contacts avec les problèmes concrets posés par la nature. Lorsque l'un d'entre eux croyait échapper au réel dans ses recherches, il restait esclave de l'origine concrète des notions qu'il employait, esclave du langage dont il se servait, esclave enfin du réservoir des procédés qui avaient permis les

9. MacLane et Birkhoff, *Algèbre I. Structures fondamentales*, 1971.

10. Il est amusant de noter qu'à partir de la quatrième édition (1955), van der Waerden intitule son livre « Algebra » tout court, car on lui avait écrit que « Moderne » pouvait éveiller le soupçon, qu'il s'agissait seulement d'une mode, hier inconnue, demain peut-être oubliée.

résultats déjà obtenus où il pouvait puiser lui-même. A y bien réfléchir, ce n'était donc pas si extraordinaire que « certains aspects de la réalité venaient se mouler par une sorte de préadaptation ».

L'abstraction dans les mathématiques classiques n'était donc qu'un prolongement du concret. Comme l'explique très bien J. Dieudonné (11), l'effort supplémentaire d'abstraction a consisté à « décomposer en quelque sorte ces idées fondamentales un peu comme les physiciens ont analysé l'atome réputé « insécable » des anciens...et cela parce qu'ils ont pu découvrir, dans les produits de cette dissociation, des outils nouveaux d'une puissance insoupçonnée de leurs devanciers ».

Mais le développement des premières théories « abstraites » (1890-1910) a conduit à travailler sur des objets mathématiques de plus en plus éloignés du concret et on est peu à peu arrivé à autre chose : « ce qui compte en mathématiques modernes, ce sont uniquement des symboles qui, assemblés en observant certaines règles de jeu explicitement énoncées, servent à former des objets mathématiques et des relations ». Pour Bourbaki, « les mathématiques apparaissent comme un réservoir de formes abstraites, les structures mathématiques. Il n'est pas niable, bien entendu, que la plupart de ces formes avaient, à l'origine, un contenu intuitif bien déterminé, mais c'est précisément en les vidant volontairement de ce contenu qu'on a su leur donner toute l'efficacité qu'elles portaient en puissance, et qu'on les a rendues susceptibles de recevoir des interprétations nouvelles et de remplir pleinement leur rôle élaborateur ». On est passé d'un réservoir de procédés de calcul à un autre de formes abstraites.

Ce « vidage » du contenu, cette « abstraction nouvelle » se sont faits par deux moyens d'ailleurs liés, la formalisation et l'axiomatisation.

b) *Formalisation :* elle consiste à établir une liste d'un petit nombre de signes fondamentaux : sept dans le système Bourbaki dont quatre de nature logique (oui, non, par exemple) et trois de nature mathématique (comme le signe $=$ ou le signe $\supset$ formateur de « couples »). En utilisant des lettres en nombre illimité, on peut avec eux écrire *toutes* les mathématiques. Un assemblage sera ainsi une succession de signes et de lettres respectant certaines règles de construction (huit dans le système Bourbaki). En voici deux « toute lettre est un objet mathématique » ou « Si A et B sont des objets mathématiques, l'assemblage $\supset$ AB est un objet mathématique ». On obtient ainsi un langage à vocabulaire très réduit, mais à grammaire rigoureuse.

Mais pour écrire en langage formalisé un objet comme le nombre 1, on a calculé qu'il faudrait un assemblage de plusieurs dizaines de milliers de signes. On doit donc introduire des abréviations comme le nombre π ou des conjonctions comme « et », « ou ». Les mathématiques utilisent donc un nombre illimité d'abréviations y compris des mots du langage ordinaire et représentant eux-mêmes des assemblages. L'activité créatrice réside dans le choix de ces assemblages-abréviations (12). Cette « formalisation » est sous-jacente dans Bourbaki; elle a donné naissance à des spécialistes de logique mathématique qui, un peu en dehors du courant normal des mathématiques, ont tendance aujourd'hui à malmener Bourbaki (13).

11. J. DIEUDONNÉ, *Algèbre linéaire et géométrie élémentaire*, 240 p. HERMANN, 3e édition, 1968 (lire toute l'introduction).

12. Voici un exemple de ce que peut donner l'usage du langage courant : *Bull. Soc. Math. France*, 1970, pp. 117 à 128. Mémoire de Mme Marguerite FLEXOR-MANGENEY, « Étude de l'assassin du complet d'un anneau local noetherien ». Les premières lignes montrent qu'on y raisonne par « fidèle platitude » sur Assassin A et Assassin Â.

13. G. KREISEL, J.-L. KRIVINE, *Éléments de Logique Mathématique*. Théorie des modèles, Dunod, 1967. J.-L. KRIVINE, *Théorie axiomatique des ensembles*, P. U. F., 1969.

c) *Axiomatisation :* dans la méthode axiomatique on part de propositions données pour en déduire une nouvelle proposition par l'utilisation des règles du raisonnement. L'axiome ne peut pas être discuté ni les règles de raisonnement. Le choix du système d'axiomes c'est-à-dire du point de départ est arbitraire. On peut lire dans l'admirable petit livre de Dieudonné ([11]) qu'il a choisi pour la géométrie euclidienne plane un système d'axiomes (treize en tout) tel qu'on ne puisse pas démontrer à partir d'eux l'existence de la mesure d'un angle, notion dont il a particulièrement horreur. Il rend ainsi sa géométrie élémentaire « non catégorique » au sens des logiciens puisque tout ce qu'il démontre est compatible avec des compléments contradictoires.

De même le système d'axiomes utilisé pour définir les nombres « réels » en comporte quatorze, ce qui suffit pour démontrer tout ce qui est traité dans le corps du livre, mais non certaines propriétés de nombres réels visées dans les exercices. Ainsi dans son grand traité d'analyse ([14]) il en a énoncé deux supplémentaires.

Pour lui, toute science repose sur le « principe de la connaissance volontairement incomplète » et la méthode axiomatique se distingue des autres applications de ce principe par l'énumération « exhaustive » de ce que l'on admet au départ et l'interdiction d'utiliser quoi que ce soit d'autre.

Il nous faut enfin, pour terminer ce portrait des mathématiques modernes, dissiper un fréquent et grave malentendu : les grandes querelles de la théorie des ensembles des années 1900 à 1930 et les innombrables discussions sur les « paradoxes » de cette théorie ont pu faire croire qu'encore aujourd'hui ces questions restaient au centre des préoccupations des mathématiciens, ceci d'autant plus que des résultats sensationnels ont été obtenus par K. Gödel à partir de 1931 puis, en 1963, par un jeune américain P. J. Cohen sur deux questions célèbres, l'axiome du choix et l'hypothèse du continu. Mais ceci, en fait, influence très peu la production contemporaine : Dieudonné a remarqué que dans le numéro de novembre 1967 de « Mathematical Review », résumant toutes les publications mathématiques, logique et théorie des ensembles occupent 12 pages; le reste des mathématiques « pures » (sans y compter le calcul des probabilités), 226. En fait, les mathématiciens peuvent aller très loin dans leurs recherches en se bornant à la théorie dite « naïve » des ensembles qui, dans le gros traité de Godement ([15]), comporte moins de 100 pages sur près de 700.

Conclusion

En résumé, il y a bien eu une véritable mutation des mathématiques. Les mathématiques modernes étant caractérisées par l'abstraction, la formalisation et l'axiomatisation, l'étude et la recherche des structures, en créant un réservoir de formes abstraites, ont écarté les mathématiciens des mathématiques classiques, réservoir de procédés de calcul. Un grand calculateur, Gordan, a pu écrire à propos des travaux d'Hilbert sur les invariants : « ce n'est plus des mathématiques, c'est de la théologie ». On a aussi écrit : « La mathématique entend créer un monde idéal soumis aux seules lois que suggère le sens esthétique du mathématicien tandis que la technique se propose d'aménager le monde réel. » En apparence, le divorce est complet.

14. J. Dieudonné, *Fondement de l'Analyse*, quatre tomes dont trois parus chez Gauthier-Villars.
15. Godement, *Cours d'Algèbre*, Hermann, 1966.

Il nous faut donc rechercher si cette mutation n'a pas tari la source à laquelle s'alimentaient Sciences et Techniques, ce qui aurait à moyen terme des conséquences extraordinaires sur leur développement, problème donc fondamental pour l'avenir de l'homme.

II — La mutation des sciences et des techniques

Balthazar van der Pol, un grand savant et un grand électronicien, écrivait, il y a cinquante ans : « Il existe un hiatus entre la physique et les mathématiques d'une part, et entre la physique et la technique d'autre part, et comme la technique n'a d'autres relations avec les mathématiques que par le truchement de la physique, il y a un double fossé entre les mathématiques et la technique. » Ce n'est certainement plus vrai aujourd'hui, au moins en France, où les ingénieurs sous l'influence de l'École polytechnique reçoivent une formation mathématique au moins aussi poussée que les physiciens. Il n'y aurait donc au plus qu'un seul fossé commun et l'expérience a montré que l'on s'en accommodait fort bien, un nombre suffisant d'ingénieurs connaissant assez de mathématiques et un nombre suffisant de mathématiciens connaissant assez de sciences ou de techniques.

Avec la mutation des mathématiques, les ingénieurs se sont sentis « orphelins »; les mathématiciens les avaient abandonnés et ne voulaient plus travailler avec eux et pour eux; qui s'occuperait désormais de les alimenter en nouvelles formes spatiales ou en procédés de calcul? Cette simplification du problème relevait un peu de la caricature, mais n'était-elle pas un peu justifiée, par exemple devant l'idée des mathématiciens de faire disparaître de l'enseignement la géométrie avec tous ses objets familiers : triangles, quadrilatères, systèmes de cercles, coniques, quadriques, belles courbes, etc., car Dieudonné ([11]) est formel : « Que l'on ouvre maintenant au hasard un livre des matières enseignées à partir de l'entrée à l'Université, on constatera aussitôt qu'il n'y est jamais fait allusion à toutes ces belles choses. Si par hasard on rencontre quelque part une conique, on l'étudie (si nécessaire) comme toute autre courbe par les procédés généraux de calcul infinitésimal et, les autres figures chères aux géomètres de jadis ont tout simplement disparu dans une trappe ».

Aurait-on, répliquent les ingénieurs, inventé les divers engrenages actuellement connus si l'on n'avait pas eu le catalogue de ces « belles courbes »? Les grands réfrigérants hyperboliques des centrales thermiques de production d'énergie jalonnent les routes de l'est de la France et du centre du Royaume-Uni; ce sont de véritables monuments en béton à la gloire de la Technique, de plus de cent mètres de hauteur, de un ou deux décimètres d'épaisseur. Hyperboloïdes de révolution parfaits, engendrés par une droite tournant autour d'une autre non concourante, ce qui facilite calculs et constructions, auraient-ils pu être conçus si la géométrie des surfaces du second degré n'avait été présente dans l'esprit de leurs créateurs?

Lord Rayleigh avait bien raison, déclarent-ils, en voulant des mathématiques plus vigoureuses que rigoureuses.

Autre reproche grave venant surtout des cadres supérieurs : les ingénieurs ne savent plus calculer, c'est-à-dire ne sont plus capables d'utiliser correctement les procédés les plus simples du calcul différentiel et intégral. Ce dernier semble ne plus intéresser l'universitaire et il l'a peu à peu écarté des programmes, car toutes les méthodes générales ont été trouvées depuis longtemps et il lui paraîtrait ridicule de s'amuser à en faire des applications. Cependant, elles forment toujours le pain quotidien de la recherche industrielle. Le remède est, pour lui, dans un apprentissage « quasi mécanique » qu'on pourrait placer en classes terminales des lycées grâce à la suppression de toutes les leçons consacrées aujourd'hui à la géométrie ou à la trigonométrie.

Le mathématicien se défend d'ailleurs avec énergie. Il veut [16] que nous nous rendions bien compte de ce que recherchent avant tout les mathématiciens professionnels : « ce sont *des méthodes générales* de solution des problèmes óuverts; nul ne peut leur faire grief, lorsqu'une telle méthode a été trouvée, d'abandonner le problème pour d'autres encore sans solution, plutôt que de continuer à examiner de multiples cas particuliers du problème résolu en se bornant à leur appliquer la méthode générale obtenue... ». Ainsi les mathématiciens possèdent aujourd'hui, grâce aux progrès inouïs de la théorie des invariants, un procédé *mécanique* conduisant automatiquement à tous les théorèmes de la géométrie élémentaire. Dans ces conditions « les démonstrations *ad hoc* de ces théorèmes sont considérées par la plupart des mathématiciens comme un exercice intellectuel du niveau des problèmes de « mots croisés » et ils réservent leurs efforts à des problèmes plus sérieux [16] ».

En d'autres termes, un problème n'a plus d'intérêt à partir du moment où l'on sait comment le résoudre, mais est-ce bien ce que désire le physicien ou l'ingénieur? En langage militaire, le mathématicien veut bien conquérir mais non occuper le terrain.

Quand il nous fait des confidences, le mathématicien n'a pas, sur les calculs, une position aussi tranchée : car s'il écarte le calcul de l'enseignement des lycées et des facultés en lui substituant des raisonnements sur les concepts de base, il le conserve pour ses recherches. J. Dieudonné [17] explique que le premier devoir du mathématicien est de démontrer des théorèmes nouveaux et qu'il faut lui laisser toute liberté dans le choix des moyens : « Ainsi, dans des théories aussi avancées que l'algèbre homologique, le chercheur se livre à d'innombrables calculs sur les notions qui interviennent et, s'il est suffisamment ingénieux et adroit, il en tire des résultats intéressants. Les calculs pratiqués peuvent être abominables. Je me souviens que vers 1950, au moment où il fondait la théorie de l'homologie avec MacLane, Eilenberg me confiait que tous deux transportaient dans tous leurs déplacements une valise bourrée de calculs. Autrement dit, pour y voir clair, ces deux grands mathématiciens commençaient par calculer ». Dieudonné conclut : « Avant longtemps les calculs imaginés par les mathématiciens à l'avant-garde de la recherche se cantonneront à l'avant-garde. » Ne craint-il pas qu'en pourchassant le calcul, il désarme les futurs mathématiciens devant les problèmes futurs?

J'ai personnellement passé toute ma vie à essayer d'éclaircir à l'aide des mathématiques les problèmes posés par ma vie professionnelle. J'ai en particulier consacré, avec toute une équipe, vingt années à la mise au point et à la réalisation d'une usine utilisant l'énergie des marées, celle de la Rance, la première au monde [18]. J'ai dû faire, moi aussi, des calculs « abominables » avant de trouver des solutions simples; si je ne transportais pas avec moi une valise pleine, j'ai eu pendant des années dans ma poche droite des petits bouts de papier sur lesquels j'écrivais des formules à essayer, dès qu'il me venait une idée. Combien d'heures passées à inventer des perfectionnements successifs sur le cycle classique appelé « simple effet » et à en étudier les conséquences avant de découvrir que des rectangles arrondis à force d'être déformés tendaient peu à peu vers une sinusoïde et à en découvrir finalement les raisons profondes très simples. « Théorie homologique » ou « Théorie des

16. J. Dieudonné, *L'algèbre linéaire dans les mathématiques modernes.* Séminaire d'Echternach, juin 1965, pp. 315-329.
17. J. Dieudonné, *Le point de vue du mathématicien concernant la place du calcul dans la mathématique d'aujourd'hui.* Revue périodique du Centre belge de pédagogie de la mathématique, 2 mars 1969, pp. 2-16.
18. R. Gibrat, *L'Énergie des marées*, 220 p., Presses universitaires de France, 1966.

usines marémotrices » sont créées l'une et l'autre par des hommes et les méthodes sont finalement les mêmes.

Nous aimons, les uns et les autres, présenter comme presque évident ce qui nous a coûté d'énormes efforts et nous avons raison, car ensuite nous avançons beaucoup plus rapidement.

Certains mathématiciens vont plus loin, se refusant à croire à notre problème. Ainsi, lors d'une conférence ([19]), A. Warusfel écrivait : « L'immense majorité » des ingénieurs n'a même pas l'occasion d'utiliser une équation du second degré ». J'ai dû le détromper avec vigueur; certes, les ingénieurs exploitants utilisent surtout leur expérience des hommes et des choses, mais une partie de plus en plus grande des ingénieurs (près d'un tiers aujourd'hui) se consacre à la recherche appliquée et utilise pleinement les mathématiques apprises dans leur école d'ingénieurs. Que A. Warusfel lise le Bulletin de la Société française des électriciens ou les transactions de l'ASME (American Society of Mechanical Engineers), il en sera convaincu même s'il n'y trouve en fait aucune application des mathématiques modernes. On pourrait donc conclure à un divorce complet.

Mais, en fait, les sciences et les techniques ont aussi été soumises à une importante mutation et ceci est capital. Pour ne prendre que l'exemple de la technique, elle a connu, dans les dernières décades, une mutation parallèle à celle des mathématiques sans qu'on puisse bien savoir si ces deux développements se sont influencés réciproquement. Il y a aujourd'hui en fait deux classes de techniques, celle des « composants » et celle des « systèmes ».

La distinction est particulièrement nette en électronique où les composants sont les résistances, les selfs, les condensateurs, etc., et les systèmes sont les filtres, les amplificateurs, etc. (les ordinateurs sont des systèmes de systèmes) mais on la retrouve partout, ou presque : électronique, calculs des charpentes métalliques, grands ensembles, etc. ([20]).

Pour un ingénieur de « composants », une ligne électrique de transport à haute tension est un ensemble de poteaux métalliques, de fondations en béton, de fils d'aluminium ou de cuivre et d'isolateurs : il doit faire appel à toutes sortes de techniques particulières pour que le pylône résiste au vent ou à la foudre et que le courant passe sans dommage. Les propriétés des matériaux doivent lui être familières et surtout le sens « physique » des ordres de grandeur ne doit pas lui faire défaut.

Pour un ingénieur de « systèmes », la ligne sera caractérisée en chaque point par quatre paramètres, résistance, inductance, perditance et capacitance, et ses travaux viseront les relations entre eux, exploitation en régime transitoire ou non, pertes de toutes sortes, méthodes de protection sélective contre les incidents, etc. Ici, la matière sera caractérisée par quelques chiffres, les propriétés décrites par la loi d'ohm reliant ampères et volts. L'ingénieur ne s'occupe plus, ici, de chaque objet mais des relations entre eux; on retrouve exactement la notion bourbakiste de structure, le lien avec les mathématiques modernes est direct.

Écoutons un ingénieur des télécommunications ([21]) : « La technique des télécommunications a pour objet de démonter, d'empaqueter, de transformer et de remonter des

19. A. Warusfel, *Les mathématiques modernes comme méthode de formation intellectuelle.* Journées d'études, Paris, 2-3 février 1971. Auteur de « Les mathématiques modernes », un livre de 190 pages, Éditions du Seuil 1969.

20. Neirynck, *Le rôle de la mathématique dans le développement de la technique.* Revue M. B. L. E., t. 8, n° 2, juin 1965, pp. 69-75.

21. P. Amstutz, Aspects mathématiques actuels des télécommunications. Journées d'études, Paris, 2-3 février 1971.

fonctions de la variable du temps ». Or si à deux signaux émis a et b correspondent deux signaux reçus A et B, au signal $a + b$ correspondra le signal reçu $A + B$. De même, si on force k fois l'intensité du signal émis, on obtient un signal reçu k fois plus fort. C'est la définition même d'une application linéaire entre deux espaces vectoriels. Cette structure mathématique est très importante malgré sa généralité, elle est enseignée en France aujourd'hui aux jeunes de 15 ans. Dans les deux espaces vectoriels, chaque point est une fonction du temps représentant le signal émis (ou le signal reçu) et, cette remarque faite, on pourra disposer, pour la technique des télécommunications, de l'arsenal des résultats obtenus pour les structures de l'algèbre linéaire. Curieusement, l'économétrie (économie politique mathématique) n'utilise pratiquement pas les mathématiques modernes bien qu'elle ait appliqué à la matière première de l'économie politique leur langage pour obtenir des « modèles » par des procédés d'abstraction, de formalisation et même d'axiomatisation. Mais ceci mériterait un examen complet.

Les techniques de « systèmes » cherchent à « coller » au maximum sur la structure mathématique pour mieux utiliser les résultats des mathématiques modernes, le concret se modèle ici sur l'abstrait. L'ingénieur des systèmes demande que les composants qu'on lui fournit, aient des propriétés linéaires aussi parfaites que possible. « Là où le physicien recherche une clé ouvrant ce qu'il espère être une serrure, l'ingénieur construit un édifice ne comportant que des serrures dont il possède les clés ([21]) » : il ne faut donc pas s'étonner *a posteriori* d'une préadaptation quasi miraculeuse entre mathématiques modernes et techniques.

Mais certaines précautions sont à signaler :

1° J'ai questionné de nombreux chercheurs de techniques très avancées sur leur utilisation des mathématiques modernes; ils ont été unanimes : pour pouvoir faire des applications, il faut dépasser un certain seuil, qui est très élevé et le niveau atteint dans ce domaine par les écoles d'ingénieurs ne leur paraît pas suffisant pour permettre des applications. M. Revuz ([22]) déclare : « Pour s'en servir, il faut une dose terrible. »

2° Les facultés de création scientifique ou technique paraissent parfois se dessécher devant trop de rigueur mathématique.

Des découvertes très importantes ont été retardées par des réflexions mathématiques prématurées ou trop précises; ainsi la recherche du « plus lourd que l'air » avait paru, au début, impossible à partir des théories mathématiques dont disposaient les premiers chercheurs ce qui, heureusement, ne les avait pas découragés. L'ingénieur de « systèmes » doit donc, lui aussi, tout autant et peut-être plus que l'ingénieur de « composants », garder son « sens physique » malgré les « abstractions » qu'il a dû faire pour introduire la linéarité dans ses raisonnements.

3° On a, enfin, attiré récemment l'attention des mathématiciens modernes sur le fait qu'au moins dans les applications aux sciences humaines les structures mathématiques utilisées sont jusqu'ici très pauvres : un graphe, c'est-à-dire un ensemble avec une relation binaire, ou un monoïde, c'est-à-dire un ensemble avec une seule opération. Les méthodes PERT, CPM, GAN et DECIDE, si utilisées aujourd'hui pour suivre l'exécution simultanée des milliers d'opérations liées à une grande réalisation industrielle, font appel à la théorie des graphes, mais en dehors de quelques algorithmes permettant d'obtenir automatique-

22. Revuz, *Les problèmes posés par l'enseignement des mathématiques.* Journées d'études, Paris, 2-3 février 1971.

ment un chemin critique, ils ne demandent que des connaissances élémentaires. « Il faut que les mathématiciens actuels le sachent. Ils se sont assez moqués de la course de leurs prédécesseurs aux « bonnes fonctions » pour ne pas les imiter en n'étudiant que les « belles structures » où il suffit d'appliquer des théorèmes puissants ([23]). »

4° L'arrivée simultanée des ordinateurs et des mathématiques modernes a été cohérente, l'ordinateur étant particulièrement bien adapté aux calculs classiques, mais exigeant de ceux qui s'en servent une logique plus raffinée. Un exemple très net : dans ma Société d'études, nous avons passé, une fois, plusieurs jours à rechercher pourquoi un ordinateur donnait des résultats stupides, le même programme marchant très bien à la main. Finalement on s'est aperçu qu'à un certain moment il y avait l'instruction $A = B$ or, on aurait dû écrire $B = A$ ce qui est très différent car dans un cas, l'ordinateur va d'abord chercher le cas A dans sa mémoire et appelle ensuite B, dans l'autre c'est l'inverse. Mais il faut s'interroger sur leur influence à long terme. L'arrivée du machinisme au XIXe siècle a d'abord imposé à l'homme de travailler conformément aux possibilités de la machine, mais cela a été passager et l'esprit de l'homme s'est peu à peu libéré de son esclavage intellectuel devant la machine. Rappelez-vous les modèles mécaniques des théories physiques si en vogue il y a deux générations? Pour quelques décades encore, l'utilisation d'un ordinateur exigera que l'homme se plie à ses possibilités : il en est de nouveau redevenu l'esclave quoiqu'il s'en défende. Il laissera les opérations logiques aux ordinateurs comme il a laissé les efforts physiques aux machines, se réservant pour les activités les plus nobles de la création et le cycle recommencera.

5° Les ingénieurs, actuellement, ont l'impression qu'il faut enseigner les mathématiques modernes dès le plus jeune âge, sinon, après plusieurs années, les vieilles habitudes reprennent leur place et le mariage des nouvelles notions avec les anciennes devient artificiel : ce n'est plus qu'un langage nouveau plaqué sur le fond non modifié. Par ailleurs, faute de trouver dans la vie journalière de l'industrie un interlocuteur capable de parler cette nouvelle langue, ils renoncent parfois à s'engager dans la voie cependant prometteuse que leur ouvre l'usage des structures.

Conclusion

Nous arrivons donc à des conclusions précises, les deux mutations des techniques et des mathématiques se sont faites en parallèle et la situation est plus complexe qu'on ne l'aurait imaginé *a priori*.

A — D'une part pour les Sciences et Techniques relatives aux « composants », le flambeau des mathématiques classiques abandonné, par les mathématiciens de profession, devra être repris par des physiciens ou des ingénieurs afin d'assurer le relais nécessaire et ne pas tarir la source à laquelle ils s'alimentaient jusqu'ici. C'est déjà fait dans certains domaines avancés et les électroniciens assurent déjà eux-mêmes avec un rare bonheur le renouvellement des procédés de calcul dont ils ont besoin; aussi n'ont-ils jamais souffert de la disparition des mathématiciens spécialistes.

B — Pour les Sciences et Techniques de « systèmes », nous retrouverons le processus classique. Les mathématiciens continueront à croire à leur splendide isolement : « Il est

23. Pair, Mathématiques modernes et applications des mathématiques. Journées d'études, Paris, 2-3 février 1971.

parfaitement clair ([24]) que de tous les progrès frappants (en mathématiques)...pas un, à l'exception peut-être de la théorie des distributions, n'a quelque chose à faire avec les applications » ou encore : « les mathématiques ne s'expliquent pas davantage qu'une fugue de Bach ou une toile de Picasso ». Mais les ingénieurs de « systèmes » iront puiser dans le réservoir des structures comme les ingénieurs de « composants » l'ont fait dans celui des outils de calcul. Grâce à la préadaptation retrouvée le « nouveau concret » semblera à nouveau se modeler sur le « nouvel abstrait ».

Il faut donc accepter les mathématiques modernes dans l'enseignement tout en réfléchissant sur la manière de les introduire et l'importance à leur attribuer. C'est là où les conséquences des mutations seront à long terme les plus importantes pour le futur de l'homme et là qu'il faudra en bien peser tout le poids.

III — La mutation de l'enseignement mathématique

1. *Enseignement secondaire*

L'enseignement en France était resté tranquillement inchangé pendant les deux mutations précédentes : suivant A. Revuz ([22]), le primaire en était toujours aus « sumériens », le secondaire aux « grecs », les classes préparatoires aux grandes écoles « entre Newton (1642-1727) et Euler (1707-1783) ». L'écart avec la « Science en train de se faire » représentait pour les mathématiciens une véritable provocation. Aussi, une commission, présidée par A. Lichnerowicz, mit au point, après plusieurs années de travaux, de nouveaux programmes bâtis essentiellement sur les mathématiques modernes et familiarisant progressivement, pendant l'enseignement secondaire, les jeunes gens et les jeunes filles avec les structures mathématiques les plus simples : groupe, anneau, corps et espace vectoriel. Les nouveaux programmes seront revus au bout de quatre ans, ce qui est sage. Le calendrier prévu de mise en place est le suivant :

Classes de 6e et 2e	rentrée 1969
Classes de 5e et 1re	rentrée 1970
Classes de 4e et terminale	rentrée 1971
Classes de 3e	rentrée 1972

Je rappelle que l'enseignement secondaire commence en France en 6e (11 ans) et finit en terminale par le baccalauréat (17 ans).

Il y a aussi en cours un début d'introduction des mathématiques modernes dans l'enseignement primaire et même dans les maternelles. Je n'en dirai rien ici, malgré G. Walusinski ([25]) qui écrit : « Aujourd'hui en France, l'initiation mathématique à la maternelle a plus d'importance que les lundis à l'Académie des sciences (ce n'est la faute ou le mérite de personne, cela résulte de l'âge moyen des participants, moins de 7 ans ou plus de 70)... »

L'élève entré en 6e en octobre 1969 suivra donc pour la première fois d'un bout à l'autre le cycle nouveau.

Cette réforme de l'enseignement secondaire a soulevé partout de grandes résistances même au niveau du chef de l'État semble-t-il et au début de l'année 1971 le ministère de

24. *Recent developments in Mathematic* par Dieudonné. American Monthly, vol. 71, n° 3, mars 1964.
25. G. Walusinski, *Guide Blanc. Pourquoi une mathématique moderne*? Un livre de 208 pages, Armand Colin, 1971.

l'Éducation nationale annonçait qu'il différait la publication officielle des programmes de quatrième et troisième. Les éditeurs de livres scolaires étaient même prévenus de « stopper le travail auquel se livrent les auteurs pour mettre au point de nouveaux ouvrages ». Mais cette résistance n'a pas duré et un nouveau projet a finalement été adopté fin février 1971, « confirmant la ligne générale de la réforme » mais insistant en même temps sur l'importance du calcul.

Deux objections essentielles avaient été faites à ces programmes : d'une part l'abandon de la géométrie traditionnelle considérée par ses défenseurs comme excellente formatrice du raisonnement déductif et développant l'imagination et la créativité, et d'autre part l'inutilité des nouvelles mathématiques pour l'étude des sciences et des techniques, car détachées du concret et sans applications pratiques immédiates. Par ailleurs, on craignait que ces programmes très abstraits rendent difficile, ou même impossible, une bonne préparation de futurs techniciens, classe intermédiaire située entre celles des ingénieurs et des travailleurs spécialisés, à laquelle s'intéresse particulièrement le Gouvernement et que l'on veut recruter à la sortie de la troisième.

Les critiques officielles visaient aussi les auteurs d'ouvrages scolaires. L'identification trop souvent faite par eux entre la théorie des ensembles et les mathématiques modernes est absolument injustifiée et cependant cette première domine les innombrables livres « Mathématiques pour papa » ou « Mathématiques pour maman » jetés aujourd'hui sur le marché français. Il y a là une mode à abandonner (voir annexe I avec un texte écrit vers 1830 communiqué aimablement par P. Amstuts).

Un rapport présenté par la Société française de physique du 21 mai 1970, en son nom et en ceux de la Société chimique de France et de l'Union des physiciens, attirait déjà l'attention sur « l'évolution, à leur sens, désastreuse, de l'enseignement scientifique donné dans les établissements secondaires » et « l'envahissement par les mathématiques délibérément les plus abstraites dont on ne peut qu'admirer la beauté formelle, mais dont il faut convenir qu'elles sont loin d'assurer les outils de calculs nécessaires... ». Le rapport estimait aussi que ceci explique la désaffection des élèves vis-à-vis des sections scientifiques, le décalage croissant de la physique vis-à-vis des mathématiques, le mépris de la technique et du concret. Les classes terminales C se videraient ou même commenceraient à disparaître. Si cela paraît certain, il paraît difficile d'en rendre responsable la mutation de l'enseignement mathématique, car les modifications des programmes atteignent cette année pour la première fois la classe de première.

Jean Fourastié ([26]), résumant les résultats du Plan d'équipement, rappelle que « ce dernier avait décidé de favoriser l'enseignement scientifique dans le secondaire et de diriger un nombre croissant d'élèves vers les sciences ». L'échec a été net : on voulait 185 000 élèves, on en a obtenu 123 000. Au contraire, pour les lettres, on avait prévu 170 000, on en a eu 196 000. Il y a les mêmes excédents dans le droit, l'économie, la médecine, etc. « Nos enfants, ajoute-t-il, boudent les sciences, elles leur apparaissent ardues, c'est certainement un problème. » L'ensemble de l'enseignement, ici, est rendu responsable.

L'Académie des sciences, elle-même, émet un vœu le 22 février 1971 car elle est émue « du caractère sans cesse plus abstrait et dogmatique de l'enseignement du second degré qui sous-estime gravement l'originalité et la richesse de la méthode expérimentale. Malheureusement, continue-t-elle, ce sont des exercices de déduction, impropres à déceler le sens de l'observation et non l'habileté expérimentale et l'aptitude à réagir devant un pro-

26. J. Fourastié, *Revue des arts et métiers*, octobre 1970, p. 27.

blème concret, qui sélectionnent dès la fin de la période de scolarité les élèves destinés aux études scientifiques ». C'est pourquoi, conclut-elle, l'effectif des classes terminales a diminué, le nombre des étudiants scientifiques baisse et le recrutement des élèves de l'enseignement technique est de plus en plus déficient.

L'introduction des mathématiques modernes n'a fait qu'augmenter le décalage avec l'enseignement des autres sciences et les premières mesures à prendre doivent viser à réduire ou même annuler cette différence. On doit donc saluer avec joie la création fin février 1971 par le ministère de l'Éducation nationale d'une commission de réforme de l'enseignement des sciences physiques et des techniques dont le devoir essentiel sera de réaliser cet équilibre, car il ne faut pas cacher l'extraordinaire indigence de l'enseignement actuel de la physique et son absence complète de contacts avec la science en marche ou avec les réalisations techniques les plus évidentes. Il ne faut pas craindre, par contre, une introduction *raisonnable* des structures favorites des mathématiques modernes.

Les enfants, dans leur quasi-totalité, sont en effet très intéressés par la nouvelle façon d'enseigner les mathématiques. Ils s'habituent rapidement à la gymnastique de l'abstraction et on est toujours très étonné de voir leur plaisir à changer de base dans la numération des nombres et par exemple compter en base deux au lieu de la numération décimale. Des études psychologiques soignées ont confirmé cela. Les débuts des mathématiques modernes sont en effet d'une grande simplicité. Les difficultés apparaissent seulement au niveau du calcul infinitésimal à cause d'une technique de raisonnement très spéciale et non par suite d'une abstraction trop grande. On devrait donc pouvoir amener presque tous les enfants à ce seuil et à la fin du secondaire réduire en conséquence les différences entre les diverses sections (voir annexe II : Rugby et Mathématiques).

Il ne faut pas, par contre, suivre l'idée trop répandue chez les mathématiciens de donner comme but unique, à l'enseignement secondaire, la préparation à l'enseignement supérieur dans sa totalité. Pour eux, l'étudiant rentrant dans l'enseignement supérieur devrait « assimiler le plus facilement possible l'enseignement *actuel* donné dans ces classes, qui devrait lui apparaître comme le *prolongement* naturel de ce qu'il a déjà appris ».

L'ouvrage ([11]) veut ainsi donner « un exposé détaillé et complet des notions et théorèmes d'algèbre linéaire élémentaire qui devraient constituer le bagage minimum du bachelier ès sciences » mais il ajoute tout de suite « qu'à l'heure présente il n'y a sans doute pas un bachelier sur mille qui serait en état de lire ce livre sans aide et sans fournir un travail personnel considérable ». Le livre est admirable de clarté et de logique et donnera à tous ceux qui iront au bout des satisfactions esthétiques extraordinaires, mais ce programme ainsi proposé pour la sortie du secondaire est très ambitieux, car il est très voisin de celui proposé en janvier 1970 par un groupe de travail organisé à l'École polytechnique pour le concours d'entrée à cette école, c'est-à-dire deux ou trois années après la sortie du secondaire. On mesure ainsi la détermination et l'optimisme des mathématiciens.

Nous nous rapprocherons par contre de la définition de A. Revuz ([22]) qui estime que l'enseignement secondaire des mathématiques doit « rendre le plus grand nombre d'esprits capables de se servir intelligemment des mathématiques qu'actuellement seule une infime minorité de gens comprennent et sont capables d'utiliser ».

Par ailleurs, l'arrivée des mathématiques modernes dans l'enseignement secondaire peut compenser l'abandon du latin. La langue mathématique de vocabulaire réduit, mais de langue rigoureuse, doit permettre, comme le faisait le latin, d'aquérir une bonne précision du langage et le goût des structures de toutes sortes.

En conclusion, une rénovation complète de l'enseignement des sciences physiques doit supprimer non seulement le décalage actuel avec les mathématiques classiques, mais celui qui va intervenir avec l'introduction inévitable dans une proportion raisonnable des mathématiques modernes. Elle doit permettre de mettre en évidence la fécondité du couple concret-abstrait et de développer concurremment sens de l'observation et esprit de déduction en créant un équilibre harmonieux de l'enseignement secondaire. Seulement ainsi nous continuerons à disposer avec l'entrée dans l'enseignement supérieur des divers types d'esprit qui sont nécessaires pour le développement de notre civilisation, la sélection préalable devant tenir compte de ce double aspect.

2. *Enseignement supérieur*

Les problèmes concernant l'enseignement supérieur ne manquent pas :

A — A l'École polytechnique de Paris dont le style réagit traditionnellement sur celui de toutes les écoles d'ingénieurs français, les mathématiques modernes ont été introduites timidement dès 1954, puis après 1968 vigoureusement, mais le décalage entre le niveau des élèves à leur entrée en mathématiques et celui en mécanique, physique et chimie d'une part et la présentation des théories mathématiques sous leur forme la plus abstraite d'autre part a créé, aujourd'hui, d'après le directeur de cette École, une « séparation quasi totale entre les deux enseignements ». Les mathématiciens ont fini par négliger toute possibilité d'application de leurs concepts dans d'autres disciplines, les physiciens ont renoncé à utiliser les outils modernes. Les élèves, enfin, se sont montrés déçus d'avoir à leur disposition des théories très élaborées qui se révèlent inutilisées : tout cela a conduit à une véritable révolte des autres professeurs scientifiques. Une solution provisoire a été adoptée à partir de février 1971 : elle consiste à commencer l'enseignement du tronc commun à tous les élèves par les sciences physiques. Le directeur de l'enseignement scientifique, I. Ferrandon, écrit : « A cette occasion, des procédés mathématiques opérationnels seront exposés, suivant les besoins, dans un esprit d'application délivré des lenteurs rigoristes ([27]). Les théories correspondantes pourront être étudiées de façon approfondie dans l'enseignement des mathématiques qui suivra ».

Le niveau des mathématiques modernes enseignées reste élevé, même pour le tronc commun (topologie, algèbre tensorielle, distributions et espaces de Hilbert), mais il paraît parfaitement bien accepté par la grande majorité des élèves.

B — Mais ceci vise trois cents jeunes gens sur les cinq mille environ qui veulent devenir ingénieurs et les autres grandes écoles restent plus ou moins réticentes. Certaines même n'ont pas changé de programme depuis deux générations. Un grand effort sera nécessaire pour arriver à une certaine homogénéité, le mouvement est très lent. Ainsi une Conférence internationale s'est tenue à Paris à l'UNESCO du 9 au 15 décembre 1968 sur les tendances de l'enseignement et la formation des ingénieurs; plus de deux cents personnalités du monde entier y participaient, mais il est impossible de trouver, dans les textes préparatoires ou dans le rapport final, la moindre allusion à la mutation des mathématiques. Hommage est rendu certes à la place importante à réserver aux sciences mathématiques, « le plus puissant moyen d'analyse dont dispose l'ingénieur ». Il est aussi recommandé de mettre l'accent sur les mathématiques appliquées, l'analyse, les calculs mécaniques et

27. Un traité d'analyse récent consacre aujourd'hui des centaines de pages à définir de façon rigoureuse des notions « presque » évidentes ce qui est nécessaire et excellent, mais me rappelle la réponse de Stravinski à qui ont demandait si les longueurs de Schubert ne l'endormaient pas : « Qu'importe si lorsque je me réveille, je me crois au paradis. »

analogiques. On note déjà les plaintes habituelles sur la désaffection des jeunes à l'égard des études techniques, désaffection que l'on attribue ici à une perte de confiance dans la profession de l'ingénieur et non à des défauts de l'enseignement. Une étude approfondie du bagage mathématique à donner aux ingénieurs est donc à entreprendre, étude tenant compte à notre avis de la distinction entre « composants » et « systèmes ». On peut signaler au passage une enquête très complète faite aux USA (28).

Pour expliquer la vigueur des discussions actuelles en France sur l'enseignement des mathématiques, il faut rappeler d'abord les « passions » des mathématiciens : ils ont, avant tout, une idée très haute de leur science et il faut avoir soi-même goûté la beauté des mathématiques pour apprécier l'affirmation hardie d'André Lichnerowicz : « le degré de culture d'un pays se mesure, aujourd'hui, au niveau mathématique de ses habitants ».

En février 1971, il déclarait cependant à la Maison de la chimie (29) : « Dans le monde où nous vivons, la meilleure mesure du développement d'une Société est sans doute fournie par l'éducation moyenne de ses membres et la répartition harmonieuse des thèmes de cette éducation à travers disciplines et techniques ». Cette fois, qui ne souscrirait à cette définition?

Le mathématicien a aussi souvent une position politique et attribue volontiers à la mutation de l'enseignement mathématique des vertus inattendues. Ainsi les mathématiques modernes seraient néfastes pour les dictateurs; G. Wasulevsky écrit (24) : « A la fin d'un film récent stigmatisant certaine dictature, on déclarait solennellement que celle-ci n'avait pas besoin des mathématiques modernes. Je crois cette réflexion pertinente. Cet enseignement mathématique culturel, s'il forme le caractère, donne le goût d'agir et de penser en homme libre; il ne faut pas s'étonner que toute philosophie sociale fondée sur le mépris de la personne ne l'apprécie guère. D'autres y verront une raison supplémentaire de le promouvoir, je ne saurais les en blâmer. »

D'autres mathématiciens s'inquiètent du rôle néfaste des sciences et des techniques, ce qui les conduit presque à s'opposer à l'enseignement des sciences et à se retirer du monde. R. Godement (15), par exemple, écrit : « Au risque de provoquer chez certains, les sentiments d'horreur et de consternation que Paolo Ucello a si merveilleusement représentés dans la Profanation de l'Hostie, il nous faut bien dire du reste, car la question se pose de plus en plus, notre désaccord avec de nombreuses personnalités qui, actuellement, demandent aux scientifiques en général, et aux mathématiciens en particulier, de former des milliers de techniciens dont nous aurions, paraît-il, besoin de toute urgence pour survivre. Les choses étant ce qu'elles sont, il nous semble que, dans les « grandes » nations surdéveloppées scientifiquement et techniquement où nous vivons, le premier devoir des mathématiciens et de beaucoup d'autres serait plutôt de fournir ce que l'on ne leur demande pas — à savoir des hommes capables de réfléchir par eux-mêmes, de dépister les arguments faux et les phrases ambiguës. Il est tristement évident que la meilleure façon de former ces hommes qui nous manquent n'est pas de leur enseigner les sciences mathématiques et physiques, ces branches du savoir où la bienséance consiste en premier lieu à faire semblant d'ignorer jusqu'à l'existence même des problèmes humains et auxquelles nos sociétés hautement civilisées accordent, ce qui devrait paraître louche, la première place. »

Aussi il suggère la retraite dans une tour d'ivoire (30) : « On préfère se cantonner dans les groupes d'homotopie des sphères ne servant à rien, ils sont du moins inoffensifs. »

28. G. H. Miller, *What mathematics curses should an electrical engineer take? A report on the national study of Mathematic's requirements for scientists and engineers. IEEE Transactions on Education*, vol. E13, n° 1, July 1970.
29. Lichnerowicz, *Les mathématiques modernes*. Journées d'études, 2-3 février 1971.
30. R. Godement, Journal *Le Monde* du 9 septembre 1970.

Mais d'autres, au contraire, veulent s'engager sur le plan politique ([31]) : « Pourquoi la société accepte-t-elle effectivement d'offrir aux mathématiciens purs un prestige et un salaire fort honorable? Est-ce par simple libéralisme ou est-ce parce qu'ils s'intègrent harmonieusement à un système universitaire qui perpétue une certaine conception aristocratique de la « culture » dont ne peuvent, en fait, profiter (à quelques exceptions près qui sauvent les apparences) que les étudiants issus d'un milieu social favorisé? »

Certes les implications ne peuvent être niées : on peut penser que les parents étant aujourd'hui incapables d'aider leurs enfants à faire leurs devoirs de classe, la bourgeoisie a perdu un avantage considérable. L'enseignement du latin traditionnel l'avait aussi aidée en améliorant, chez ces enfants, les facultés d'expression et de communication, facteurs d'avancement social. Cependant les professeurs progressistes de l'Université estiment ([31]) qu'une « modernisation bien comprise de l'enseignement mathématique risque d'aggraver encore ce défaut (c'est-à-dire les avantages des fils de bourgeois), car celle-ci saura faire l'effort nécessaire pour assurer sa prééminence sociale par un complément d'éducation. J'en doute, au moins pour la génération qui est entrée dans une école d'ingénieurs avant 1954.

3. *Le mouvement à l'étranger*

La France est certainement en flèche, mais la Belgique a montré l'exemple sous l'impulsion du professeur Papy : la mutation considérée comme un peu dogmatique est plus révolutionnaire qu'en France.

En Allemagne Fédérale, la différence entre les différents lands autonomes donne toutes les nuances de l'arc-en-ciel.

Le Japon, en cours de préparation de programme, est très proche de l'expérience française.

L'Italie, sans doute par attachement à la géométrie, paraît par contre, en retrait.

Aux U. S. A., il n'y a rien de généralisé mais un intérêt marqué et beaucoup de prudence. L'article cité en ([28]) classant 40 différentes matières mathématiques met en toute dernière place tout ce qui concerne les mathématiques modernes.

En Grande-Bretagne, l'organisation de l'enseignement facilite une grande diversité Les études y portent toujours traditionnellement sur les méthodes de pédagogie plus que sur le contenu (exception peut-être The Mathematical Gazette).

Dans les pays de l'Est, on trouve toutes les situations. La Pologne est, de loin, le pays le plus avancé. En U. R. S. S., certains pédagogues russes voudraient réserver la modernisation de l'enseignement aux élèves très doués. M. Lwoff ([32]), de l'Institut de mathématiques de l'Académie des sciences à Novosibirsk, se félicite de l'introduction de la théorie des ensembles depuis la maternelle. Les résultats sont spectaculaires, dit-il, et ont engendré une génération d'ingénieurs directement aux prises avec les problèmes auxquels ils sont confrontés... Aujourd'hui 80 % des étudiants scientifiques sont aptes à des carrières scientifiques ou techniques et 80 % des autres (droit, médecine, lettres, etc.) ont une formation de base importante en mathématiques ou en physique et chimie.

Mais il y a dans toute médaille un revers : « Nos jeunes ingénieurs éprouvant beaucoup de difficultés à maîtriser certaines techniques de l'informatique...les scientifiques soviétiques...se trouvent étonnamment paralysés dès qu'il s'agit de concevoir des complexes

31. Lehmann, Journal *Le Monde* du 9 décembre 1970.
32. Interview dans *La France Catholique* du 16 décembre 1970. Il semble que, pour M. Lwoff, les mathématiques modernes résident plus dans l'introduction des géométries non euclidiennes que dans l'utilisation systématique de la notion de structure.

de calcul ou de les utiliser »; et il cite cet étonnant rapport de l'Académie des sciences de l'U. R. S. S. : « le Russe a toujours été habitué à manier les mathématiques, mais à le faire avec son seul cerveau, avec sa logique humaine. Il n'a pas été habitué à céder à qui que ce soit une part de ses responsabilités de raisonnement, or l'ordinateur, l'informatique exigent cet abandon total ou partiel d'une partie de la logique du calcul ». Paradoxalement le Russe serait donc un trop bon mathématicien pour faire un bon calculateur. Tout cela serait intéressant à creuser, mais ce n'en est pas ici le lieu.

En conclusion, on ne peut nier qu'une véritable mutation de l'enseignement mathématique soit en cours. Déjà faite dans l'enseignement secondaire, elle a conduit dans les grandes écoles à un malaise certain, les bons élèves assimilant parfaitement les mathématiques modernes, mais se détournant indiscutablement de la physique considérée comme peu attrayante. Le principe même de la sélection à l'entrée des écoles par les mathématiques seules était acceptable avec des réserves quand il s'agissait de mathématiques classiques, mais risque d'être intolérable avec les mathématiques modernes. La solution doit être cherchée, dès l'enseignement secondaire, par une réforme complète de l'enseignement des sciences physiques, les mettant au même niveau intellectuel que les mathématiques, celles-ci devant, pour leur part, être introduites avec une certaine modération. Il sera ensuite facile de définir le style à adopter pour les grandes écoles.

Conclusion

Dans le résumé de cet exposé, j'avais posé trois questions; le moment est venu d'y répondre.

Première question

La mutation extraordinaire des mathématiques n'a-t-elle pas tari la source à laquelle s'alimentaient les Sciences et les Techniques grâce aux outils de calcul que jusqu'ici leur préparaient, inconsciemment, les mathématiciens?

Le développement de notre civilisation repose en effet sur celui des Sciences et des Techniques et ce dernier dépend aujourd'hui, avant tout, de l'appui apporté par la mathématique. Sans cette science du nombre et de l'espace, sans les outils de calcul qu'elle apportait nous serions sans doute restés au niveau industriel empirique du XVIII^{e} siècle. Mais les mathématiques modernes caractérisées par l'abstraction, la formalisation et l'axiomatisation se consacrent à l'étude des structures, créant ainsi un réservoir de formes abstraites mais écartant les mathématiciens des mathématiques classiques, réservoir de procédés de calcul.

Les ingénieurs et les physiciens se sont donc sentis « orphelins » et ont pu craindre que l'arbre ainsi privé de racines ne puisse plus ni fleurir, ni porter de fruits. La menace sur notre civilisation est considérable à long terme. Il leur faut donc prendre le relais et assurer eux-mêmes l'enrichissement et le renouvellement des outils dont ils ont besoin. Mais retrouvera-t-on ainsi le processus fécond de la préadaptation mystérieuse du concret avec l'abstrait? De plus, nous aurons bientôt autant d'écoles mathématiques que de sciences ou de techniques. Comment seront assurées la coordination et la fécondation mutuelle?

Le changement est total; à court terme, et à moyen terme probablement, on constatera peut-être une efficacité accrue grâce au contact plus direct, mais à long terme on peut en douter.

Mais les Sciences et les Techniques ont aussi subi une grande mutation, ce qui a caché à beaucoup le phénomène précédent. En nous bornant par simplicité aux Techniques, on doit constater qu'il y en a aujourd'hui deux classes, celle des « composants » et celle des « systèmes »; et si les premières relèvent des mathématiques classiques, les deuxièmes, n'étudiant plus les objets en eux-mêmes mais les relations des objets entre eux, relèvent des mathématiques modernes. On retrouve ici, à nouveau, le processus mystérieux de la préadaptation d'un « nouveau concret » à un « nouvel abstrait ». Certes, dans beaucoup de ces cas, il ne s'agit encore que de débuts, souvent timides, en particulier dans les Sciences humaines et dans l'Économie politique, mais le mécanisme est là et tout porte à penser qu'on peut à nouveau lui faire confiance. Naturellement on a observé le même phénomène dans les Sciences.

La réponse est donc complexe et le premier point d'interrogation reste posé.

Deuxième question

La Physique semble délaissée aujourd'hui par les jeunes; en sera-t-il de même pour la Technique et continuerons-nous à attirer, dans l'une et dans l'autre, les esprits créateurs qui nous sont indispensables?

Deux raisonnements, *a priori* contradictoires, sont fréquemment présentés; ils jouent cependant dans le même sens. D'un côté, aujourd'hui, en France, l'effectif des classes terminales scientifiques diminue et le recrutement de l'enseignement technique est de plus en plus difficile. L'Académie des Sciences en rend responsable le caractère, sans cesse plus abstrait et plus dogmatique, de l'enseignement secondaire. Le Gouvernement français voulait obtenir une proportion plus grande d'étudiants scientifiques, il a constaté exactement le contraire : « Les enfants boudent les sciences, elles leur apparaissent ardues ».

D'un autre côté, la grande beauté esthétique des mathématiques modernes séduit beaucoup ceux qui, suffisamment doués, ont pu passer le cap du baccalauréat scientifique. Les jeunes élèves réclament de plus en plus de mathématiques et de plus en plus des mathématiques difficiles. Seul, ce qui leur est démontré à partir d'axiomes, et bien formalisé, satisfait leur appétit. Après la joie de connaître, est venue celle de comprendre. Après celle de comprendre, voici celle de démontrer.

Ainsi, à l'École polytechnique, le professeur de physique ayant renvoyé en annexe les démonstrations des théorèmes qu'il employait, tous les élèves se précipitent sur celles-ci incapables de s'intéresser au texte principal tant qu'ils n'ont pas eux-mêmes vérifié que les raisonnements étaient exacts : le mal est donc très profond.

Donc, d'un côté diminution du nombre des scientifiques, d'un autre côté, parmi ceux qui restent, prédominance de l'esprit mathématique exclusif : où trouver les esprits qui sont nécessaires aux sciences expérimentales et aux techniques? D'autant plus que la sélection sera faite suivant leurs capacités d'abstraction et non suivant celles d'observation et d'application de la méthode expérimentale. Tous les physiciens, tous les ingénieurs sont inquiets. Il serait injuste d'accuser de tout cela les mathématiques modernes seules; l'extrême indigence de l'enseignement de la Physique aujourd'hui doit être aussi prise en compte, le décalage avec les mathématiques étant évidemment trop grand. L'enseignement de la Physique doit subir une mutation considérable et les bons élèves s'y intéresseront à nouveau. Un peu moins de place aux mathématiques modernes, beaucoup plus à une physique rénovée et l'équilibre rompu sera retrouvé. Mais il faudra des années pour que la formation de nos ingénieurs cesse d'être boiteuse, car, dans les grandes écoles d'ingénieurs, les professeurs de physique et de technique sont incapables aujourd'hui dans leur grande majorité d'utiliser le même langage que leurs collègues de mathématiques : il leur faudra un très grand effort.

La réforme de l'enseignement de la Physique est fondamentale; sans elle, le développement de notre civilisation sera freiné dès demain par le manque d'ingénieurs de classe; des mesures doivent être prises très rapidement.

Troisième et dernière question

Les deux facteurs d'affaiblissement précédents de notre développement scientifique et technique ne risquent-ils pas de créer peu à peu un déséquilibre entre les pays d'Occident et ceux d'Orient, comme la Chine populaire, où l'abstrait est pourchassé et le concret glorifié?

L'influence de la révolution actuelle chinoise sur l'enseignement supérieur ne doit pas être sous-estimée. J'ai eu l'occasion par deux fois, en 1961 et en 1964, de visiter la Chine populaire et, en particulier, de passer quelques heures dans son Université : l'enseignement y était, à quelques nuances près, le nôtre. En 1961, la langue véhiculaire était le russe, et en 1964 l'anglais, ce qui n'a pas dû faciliter le travail des étudiants, mais ce n'est qu'un accident de parcours, dû à la politique.

Le premier dajibao (affiche à grands caractères) apparaissait le 25 mai 1966 sur les murs de l'Université de Pékin ([33]), la révolution culturelle était commencée; dès juin 1966, les cours étaient suspendus; l'Université de Pékin a été à nouveau ouverte le 15 juin 1970. Quatre années de discussion en tous sens pendant lesquelles les gardes rouges prennent le pouvoir dans l'Université presque vide en janvier 1967; l'équipe de propagande des ouvriers de Pékin, forte de 30 000 hommes, les remplace en juillet 1968; un Comité révolutionnaire de Direction, réunissant militants politiques, ouvriers, enseignants, cadres et étudiants est créé en janvier 1969 et arrive à un accord.

Tout sera changé : structures, esprits, programmes, manuels, rapports entre enseignants et étudiants, méthodes d'enseignement. Il faut suivre les directives « anti-intellectualistes » de Mao Tsé-toung : « On devient de plus en plus stupide à mesure qu'on lit plus de livres... » « Pas d'enseignement livres en main, formules en bouche, théories en vrac... » « Un ouvrier qui forme à petits coups de lime une surface ronde comprend immédiatement ce qu'est le calcul infinitésimal, un lecteur de manuels s'y perd... » « Pas de vieux livres qui placent la théorie au-dessus de tout et jouent au mystère. »

Nous sommes loin de l'abstraction de plus en plus grande de notre propre éducation scientifique.

Le concret est glorifié et l'abstrait pourchassé : les étudiants se demandent si « les mathématiques peuvent être d'une aide quelconque pour l'étude des sciences expérimentales et si elles sont vraiment nécessaires à la construction du socialisme ».

Au-delà des outrances et des mots, il convient de préciser les problèmes que la Chine veut résoudre. Il lui faut d'abord supprimer l'influence toute puissante du système éducatif traditionnel fondé sur le culte des dissertations littéraires abstraites et le mépris du travail manuel. Il semble qu'avant 1966 l'Université et les Écoles techniques formaient un nombre relativement trop grand de scientifiques ou ingénieurs de haut niveau et il faut donc, aujourd'hui, produire surtout des techniciens de niveau moyen. Tout ceci est recherché par la liaison très étroite entre université et usine, par la réduction des années d'études (2 à 3 au lieu de 4 à 6), par la diminution des cours théoriques, par la nécessité enfin pour l'étudiant du secondaire de passer 2 ou 3 ans aux champs, à l'usine ou dans l'armée avant de rentrer à l'Université.

33. Alain Bour (1er octobre 1970) et Alexandre Casilla (12-13-14 février 1971) dans le journal *Le Monde* de Paris.

Les professeurs ont été renvoyés aux champs et aux usines et ont pratiqué le travail manuel. Plus de 95 % sont revenus à l'Université et on espère en récupérer encore, leur rééducation politique paraissant suffisante.

Au-delà des implications politiques évidentes de la révolution culturelle, la révolution universitaire a été dominée par le souci d'une plus grande efficacité, à court et à moyen terme, obtenue par l'élévation du niveau technique général de la population.

Les nécessités industrielles et militaires demanderont à long terme, de faire une place de plus en plus grande aux recherches théoriques, un immense pays comme la Chine ne peut vivre longtemps sur les résultats des autres pays : sans doute, déjà, la construction des armes atomiques et des fusées continentales l'a conduite à préserver de la révolution culturelle les domaines de pointe.

Le retour du concret créera-t-il, lorsqu'il sera bien assimilé, une démarche d'esprit scientifique distincte de la méthode scientifique occidentale? Certains savants japonais le croient. Si cela se réalisait, ce serait extraordinaire. Mais ce n'est pas pour aujourd'hui.

Annexe I

LÉGENDES TIRÉES DE L'ALBUM DROLATIQUE M. CRÉPIN

par Rodolphe Tœpffer (né à Genève en 1799)

Pendant que les jeunes Crépin font un devoir, M. Crépin demande où en est l'instruction; l'instituteur répond que tous commencent à procéder très bien du général au particulier.

Ayant fait venir Joseph, l'instituteur lui demande où est Besançon. Joseph répond instantanément que Besançon est dans l'ensemble des choses qui comprend l'Univers qui comprend le monde qui comprend les quatre parties du monde qui comprennent l'Europe où se trouve Besançon.

M. Crépin ayant appelé Léopold lui demande lui-même, combien coûteront huit livres de saindoux à cinq florins la livre? Léopold répond instantanément que le saindoux est dans l'ensemble des choses qui comprend l'Univers qui comprend les trois règnes qui comprennent le règne animal qui comprend le cochon qui comprend le saindoux.

M. Crépin trouve son fils Léopold peu avancé sur l'arithmétique. L'instituteur lui explique que, dans son système, l'arithmétique est la dernière chose que Léopold saura parce qu'il doit auparavant savoir l'algèbre qu'il ne commencera qu'après avoir préalablement approfondi la quantité en général.

M. Crépin expose pourquoi le système lui semble absurbe. Mme Crépin rétorque comme quoi il est admirable. L'instituteur s'en rapporte entièrement à Madame qui seule en a suivi les applications et les succès vraiment étonnants.

L'affaire s'échauffant, Mme Crépin prend mal et M. Crépin argumente vivement, l'instituteur le traite de stupide incapable de saisir une méthode et de comprendre un système.

Annexe II

RUGBY ET MATHÉMATIQUES

Le 27 mars 1971, 60 000 personnes se sont réunies au Stade de Colombes, dans la banlieue de Paris, pour assister au match de rugby France-Galles. Cris d'enthousiasme ou de déception dans une atmosphère extraordinaire se sont succédé pendant quatre-vingts minutes de jeu.

Rien ne semble plus éloigné des préoccupations de cet exposé; cependant on peut y trouver un exemple déjà complexe d'abstraction. J'ai étudié les « Règles du Jeu », éditées en septembre 1970 par la Fédération française de Rugby. Le langage a la même précision que celui des mathématiques. Tout est défini et soumis à des règles. Tout d'abord, il y a une « formalisation » avec la définition de neuf termes avec une très grande précision. Exemples : « Au-delà, derrière, devant une quelconque position, s'applique aux deux pieds sauf indication contraire », ou bien « Coup de pied (ou drop) ». Un coup de pied tombé se donne en laissant tomber un ballon de la main (ou des mains) sur le sol et en le bottant à son premier rebond dès qu'il s'élève ».

« L'axiomatisation » est ensuite évidente avec exactement 27 règles et la remarque : « Les autres définitions sont incluses et font partie intégrante des règles ».

Donnons la règle 1 — *Terrain :*

« Le champ de jeu est l'aire désignée sur le plan, délimité par les lignes de but et de touche, ces lignes exclues. *L'enceinte du jeu* comprend le champ de jeu, l'en-but et une surface raisonnable de terrain autour.

Le plan y compris tous les mots et symboles qui y figurent fait partie intégrante des règles du jeu. *Les termes* qui figurent sur le plan doivent garder leur sens propre et font partie des définitions comme s'ils y étaient compris séparément. »

L'immense majorité des 60 000 spectateurs connaît ces règles parfaitement et reconnaît immédiatement tout écart, qu'il soit ou non sanctionné par l'arbitre. Le rugby repose, comme les mathématiques modernes, sur la méthode axiomatique énumérant de façon « exhaustive » ce que l'on admet au départ et interdisant d'utiliser quoi que ce soit d'autre.

Mais l'examen du jeu lui-même montre que le parallèle va beaucoup plus loin. Celui-ci est en effet au plus haut degré un jeu d'équipe et la performance individuelle importe peu. Aussi, les 60 000 spectateurs du match France-Galles, le 27 mars 1971, savaient tous que le jeu réside dans les combinaisons d'attaque permettant l'essai, donc dans les relations entre les différents joueurs d'une équipe, ils savaient tous discerner les structures de jeu correspondant à tel ou tel type d'attaque ou de défense. Pour eux, le jeu consiste dans les choix successifs faits par chaque équipe dans le réservoir de structures connues, l'équipe adverse réagissant par un autre choix approprié.

Ainsi donc, cette foule qui, pour son immense majorité, ignore le sens même de l'abstraction, montrait par sa passion et son attention, sa facilité à oublier la « nature » des éléments constituant le jeu, c'est-à-dire les joueurs, pour ne plus voir que les « combinaisons » que leurs relations lui présentaient. Elle faisait sans le savoir des mathématiques modernes et ceci explique le succès de celles-ci. Le pouvoir d'abstraction de l'homme est beaucoup plus grand qu'il se l'imagine lui-même.

R. Gibrat

Président-directeur général de la Société pour l'industrie atomique Socia