

J.-J. BOULANGER

**Amortissement et déclasséement industriel en période d'inflation**

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 114 (1973), p. 145-159

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_1973\\_\\_114\\_\\_145\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1973__114__145_0)

© Société de statistique de Paris, 1973, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>



Francs dans 1 an sont équivalents à  $a/(1+i)$  Francs maintenant,  $a$  Francs dans 2 ans équivalents à  $a/(1+i)^2$  Francs maintenant... Le montant des sommes à verser chaque année au prêteur sera donc défini par

$$I_0 = a \sum_{p=1}^n \frac{1}{(1+i)^p} \quad \text{d'où} \quad a = \frac{i I_0 (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Le même raisonnement peut être appliqué à la dépréciation à taux constant. Il suffit de remplacer  $r = (\nu/I_0)^{\frac{1}{n}}$  par

$$r' = \left[ \frac{\nu(1+i)^n}{I_0} \right]^{\frac{1}{n}} \frac{1}{(1+i)} \left[ \frac{\nu}{I_0} \right]^{\frac{1}{n}} \quad \text{d'où} \quad a_p = I_0 r'^{(p-1)} (1-r') (1+i)^p$$

On a bien en effet :

$$\sum_{p=1}^{p=n} a_p/(1+i)^p = I_0 (1-r'^n) = I_0 - \nu/(1+i)^n$$

$\nu/(1+i)^n$  étant la valeur actualisée du prix de revente de l'installation à la ferraille.

Si nous considérons maintenant le cas de l'inflation, il peut sembler anormal que les amortissements restent constants en fonction du temps, alors que les recettes pour une quantité fabriquée égale croissent au taux  $\beta'$  d'accroissement du prix du produit et l'on pourrait être tenté de choisir pour l'année  $p$  un amortissement  $a(1+\beta')^p$  que l'on déterminerait par la relation

$$I_0 = a \sum (1+\beta')^p (1+i)^{-p}$$

Nous verrons par la suite ce qu'il faut penser d'une telle décision.

Mais les composants d'un amortissement peuvent bénéficier d'une beaucoup plus large liberté. En fait tout amortissement défini par ses montants  $a_1, a_2, \dots, a_n$  relatifs aux années 1, 2,  $\dots, n$  peut être considéré comme correct si,  $R_p$  représentant les recettes nettes (= recettes — dépenses courantes) de l'année  $p$  et

$$\beta = \sum_{p=1}^n R_p/(1+i)^p - I_0$$

le bénéfice total actualisé, on choisit les amortissements  $a_1, a_2, \dots, a_n$  de manière que l'on ait  $R_p - a_p = k_p B$  ( $p = 1, 2, \dots, n$ ) avec  $\sum_1^n k_p/(1+i)^p = 1$  (1). En particulier on peut choisir  $a_p = \lambda R_p$  ( $\lambda = C^{te}$ ) (2).

On en déduit

$$\sum_1^n (R_p - a_p) \cdot (1+i)^{-p} = (1-\lambda) \cdot \sum_1^n R_p (1+i)^{-p} = B \text{ ou } (1-\lambda)(I_0 + B) = B$$

d'où  $\lambda = I_0/(I_0 + B)$ . Pour chaque valeur de  $n$  on a une valeur de  $B$ , donc de  $\lambda$ , donc de  $a_p$ , et la valeur de  $n$  sera déterminée par la satisfaction à une condition d'optimum.

### 1. CRITÈRE DU MINIMUM ADVERSE

Mise au point par Terborgh il y a près de 30 ans, la méthode du « minimum adverse » (3) consiste à comparer l'équipement en cours de fonctionnement aux équipements plus perfectionnés qui continuent sans cesse d'apparaître. On enregistre ainsi une « infériorité de service »

1. J. LESOURNE, *Technique économique et gestion industrielle*, Dunod, p. 261.

2. On suppose  $R_p$  toujours positif.

3. P. MASSÉ, *Le choix des investissements*, Dunod, p. 62.

se traduisant par un écart entre les coûts d'exploitation des deux équipements qui croît avec le temps et se concrétise par la différence  $A(t, t) - A(o, t)$ ,  $A(t, t)$  représentant les recettes nettes instantanées (recettes — dépenses courantes par unité de temps) à l'instant de départ du dernier équipement apparu à l'époque  $t$  et  $A(o, t)$  les recettes nettes instantanées à l'époque  $t$  de l'équipement en cours d'utilisation (mis en service à l'instant zéro). La méthode du minimum adverse consiste à chercher le minimum de

$$m_0 = \frac{\int_0^{\theta} [A(t, t) - A(o, t)] e^{-it} dt + I_0}{\int_0^{\theta} e^{-it} dt} \quad (1)$$

Cas A :

Considérons d'abord le cas où les prix sont stables.

Supposons

$$A(o, t) = a_1 - a_2 e^{(\sigma - \rho_2)t} - ct \quad \text{et} \quad A(t, t) = a_1 - a_2 e^{(\sigma - \rho)t}$$

—  $\sigma$  étant le taux d'accroissement instantané des salaires,

—  $\rho$  le taux d'accroissement instantané de la productivité globale du travail, qui se décompose en  $\rho_1 + \rho_2$ , avec  $\rho_1 =$  taux d'accroissement de la productivité du travail lié au progrès technique (de l'équipement) et  $\rho_2 =$  taux d'accroissement de la productivité spécifique du travail (c'est-à-dire pour un équipement donné) lequel caractérise une amélioration de la productivité liée à une meilleure organisation du travail (réduction des gestes, simplification des tâches, amélioration des circuits de production...)

—  $c$  étant un gradient de détérioration de l'équipement correspondant aux frais de réparations et de gros entretien et aux pertes pour arrêts de fabrication.

$m_0$  prend alors la forme

$$m_0 = \frac{\int_0^{\theta} [a_2 e^{(\sigma - \rho_2)t} - a_2 e^{(\sigma - \rho)t} + ct] e^{-it} dt + I_0}{\int_0^{\theta} e^{-it} dt}$$

Fixons maintenant les constantes et supposons que pour l'entreprise considérée et à l'instant zéro, les achats de matières premières et d'énergie représentent 40 % du prix du produit et les frais de main-d'œuvre 30 %. On a :

$$a_1 = 0,6p \quad \text{et} \quad a_2 = 0,3p \quad \text{d'où} \quad a_1 = 2a_2 = 2a$$

Supposons :

$$\begin{aligned} c &= 0,02a & i &= 0,05 & \sigma &= 0,05 \\ \rho &= 0,05 \quad (2) & \rho_2 &= 0,02 \end{aligned}$$

Autrement dit on suppose que les accroissements de salaires sont compensés par les accroissements de la productivité globale.

On en déduit :

$$\begin{aligned} m_0 &= \frac{\int_0^{\theta} a [e^{-0,02t} - (1 - 0,02t) e^{-0,05t}] dt + I_0}{\int_0^{\theta} e^{-0,05t} dt} \\ &= \frac{0,05}{1 - e^{-0,05\theta}} [50 a (1 - e^{-0,02\theta}) - 12 a (1 - e^{-0,05\theta}) - 0,4 a \theta e^{-0,05\theta} + I_0] \end{aligned}$$

1. Dans les pages qui suivent nous remplacerons les taux  $x$  d'accroissement annuel par les taux  $x_1$  d'accroissement instantané, lesquels sont liés par la relation :

$$1 + x = e^{x_1} \quad \text{et très voisins. On a en effet : pour } x_1 = 0,05 \quad x = 0,051,$$

$$\text{et pour } x_1 = 0,08 \quad x = 0,083.$$

2. La valeur de  $\rho$  est faible par rapport à ce que l'on peut observer pour certaines industries. Le cas  $\rho_1 > 0,03$  sera évoqué plus loin. Notons que l'on obtient la même formule pour  $\sigma = \rho = 0,03$  et  $\rho_2 = 0$ .

Les valeurs de  $m_\theta$  ont été calculées pour les différentes valeurs de  $\theta$  et 3 valeurs de  $I_0$  :  $4a-5a-6a$  (1).

TABLEAU I

|                           | $I_0 = 4a$ |            | $I_0 = 5a$       |            | $I_0 = 6a$ |            |
|---------------------------|------------|------------|------------------|------------|------------|------------|
|                           | $\theta$   | $m_\theta$ | $\theta$         | $m_\theta$ | $\theta$   | $m_\theta$ |
|                           | 10         | 0,7518a    |                  |            |            |            |
|                           | 12         | 0,7340a    | 12               | 0,8448a    |            |            |
|                           | 14         | 0,7339a    | 14               | 0,8332a    | 14         | 0,9825a    |
|                           | 16         | 0,7455a    | 16               | 0,8863a    | 16         | 0,9271a    |
|                           |            |            |                  |            | 18         | 0,9824a    |
| Minimum $m$ de $m_\theta$ | 13         | 0,7320a    | 14 $\frac{1}{2}$ | 0,8329a    | 16         | 0,9271a    |

*Remarque* : Dans l'exemple précédent il a été supposé que le progrès technique était continu. En réalité ce n'est pas exact et ce serait même profondément inexact s'il n'y avait qu'une entreprise produisant un équipement déterminé, le progrès technique progressant alors par saut : En supposant une croissance continue des salaires on obtient la figure (1a) qui représente en fait l'évolution de  $A(o, t)$ . Mais si les entreprises produisant le bien d'équipement sont assez nombreuses, on peut penser que, par suite de la concurrence, par l'importance des crédits des bureaux d'études et des laboratoires d'expérimentation, qui analysent systématiquement toutes les possibilités de progrès, on obtient pour  $A(t, t)$  une courbe dont les discontinuités sont suffisamment diminuées et suffisamment renouvelées, pour qu'on puisse remplacer la courbe en dents de scie  $A, B, A', B', A'', B'' \dots$  par la droite horizontale  $AA' A'' \dots$  de la figure (1b).

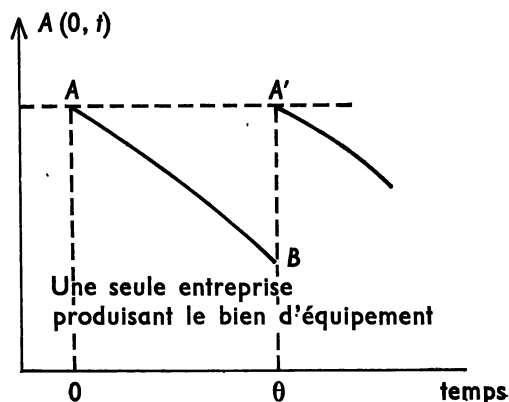


figure 1 a

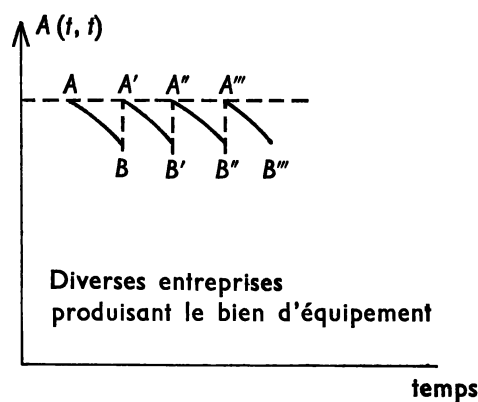


figure 1 b

Cas B :

Nous allons maintenant étudier le cas d'une entreprise pour laquelle le prix de vente des produits augmente au taux instantané  $\beta' = 0,05$  (secteur peu concurrentiel) comme celui  $\beta (= \beta')$  du coût de la vie. Les autres données sont  $\rho = 0,03, \rho_2 = 0$  (faible productivité),

1. Les valeurs de  $\theta$  ont été déterminées à 3 mois près. Les valeurs de  $I_0 = 4a-5a-6a$  correspondent à des coefficients de capital de 1,2 — 1,5 et 1,8.

$i = 0,08$  <sup>(1)</sup>,  $\sigma = \beta + \rho = 0,08$ ,  $a_1, a_2, c$  étant fixés une fois pour toutes :  $a_1 = 2a_2 = 2a$  et  $c = 0,02a$ . On suppose d'autre part que le prix des matières premières et de l'énergie s'élève au taux commun de 0,05, ce qui est sans doute inexact pour certaines matières premières. Enfin on suppose que l'amélioration de la qualité du produit n'est pas chiffrable. La formule générale :

$$m_\theta = \frac{\int_0^\theta [a e^{(\sigma-\rho)t} - a e^{(\sigma-\rho)t} + 0,02 at e^{\beta t}] e^{-it} dt + I_0}{\int_0^\theta e^{-it} dt}$$

devient dans le cas particulier ainsi défini :

$$\begin{aligned} m_\theta &= \frac{\int_0^\theta a (e^{0,08t} - e^{0,05t} + 0,02 t e^{0,05t}) e^{-0,08t} dt + I_0}{\int_0^\theta e^{-0,08t} dt} \\ &= \frac{0,08}{1 - e^{-0,08\theta}} [a\theta - \frac{100a}{9} (1 - e^{-0,03\theta}) - \frac{2\theta}{3} e^{-0,03\theta} + I_0]. \quad (2) \end{aligned}$$

*Cas C :*

Dans le cas *C* on suppose que le taux d'accroissement des prix est  $\beta' = 0,03$ , ceux de la productivité  $\rho = 0,05$  et  $\rho_2 = 0,02$  celui des salaires  $\sigma = \beta + \rho = 0,05 + 0,05 = 0,10$  et  $i = 0,08$ .

On a

$$\begin{aligned} m_\theta &= \frac{\int_0^\theta a (e^{0,08t} - e^{0,05t} + 0,02 t e^{0,03t}) e^{-0,08t} dt + I_0}{\int_0^\theta e^{-0,08t} dt} \\ &= \frac{0,08}{1 - e^{-0,08\theta}} [a\theta - \frac{100a}{3} (1 - e^{-0,03\theta}) + 8a (1 - e^{-0,05\theta}) - 0,4 a \theta e^{-0,05\theta} + I_0] \end{aligned}$$

*Cas D :*

Dans le cas *D* l'entreprise n'accepte que les augmentations de salaires compensées par les accroissements  $\rho$  de la productivité globale et les accroissements  $\beta'$  du prix du produit :  $\beta' = 0,03$ ,  $\rho = 0,05$ ,  $\rho_2 = 0,02$ ,  $\sigma = \beta' + \rho = 0,03 + 0,05 = 0,08$  et  $i = 0,08$ .

On a

$$\begin{aligned} m_\theta &= \frac{\int_0^\theta a (e^{0,08t} - e^{0,03t} + 0,02 t e^{0,03t}) e^{-0,08t} dt + I_0}{\int_0^\theta e^{-0,08t} dt} \\ &= \frac{0,08}{1 - e^{-0,08\theta}} [50a (1 - e^{-0,02\theta}) - 12a (1 - e^{-0,05\theta}) - 0,4 a \theta e^{-0,05\theta} + I_0] \end{aligned}$$

Les valeurs de  $m$  et  $\theta_m$  correspondant à l'optimum ont été calculées pour les cas *B, C, D* et les valeurs de  $I_0 = 4a-5a-6a$ . Les résultats sont rassemblés dans le tableau 2.

Comme il était prévisible, l'augmentation du coût de l'équipement entraîne l'augmentation du minimum adverse et celle de la durée optima d'utilisation de l'équipement. L'inflation réduit d'autre part la durée de l'utilisation de l'équipement et ceci d'autant plus qu'il s'agit d'un équipement coûteux. Autrement dit, en période d'inflation le coût de l'équipement perd de son importance dans la détermination de la date de remplacement.

1. On a supposé dans toute l'étude que  $i$  et  $\beta$  sont liés par une relation de la forme  $i = i_0 + i_1\beta$  avec  $i_0 \neq 0,05$  et  $i_1 \neq 0,6$ .

2. Notons que l'on obtient la même formule pour  $\sigma = 0,10$ ,  $\rho = 0,05$  et  $\rho_2 = 0,02$ .

## 2. CRITÈRE DU BÉNÉFICE MOYEN ACTUALISÉ MAXIMUM

Avec les notations précédentes le bénéfice total actualisé  $B_\theta$ , correspondant à une durée  $\theta$  d'utilisation de l'équipement s'écrit :

$$B_\theta = \int_0^\theta (2a e^{\theta' t} - a e^{(\sigma - \rho) t} - 0,02 a t e^{\theta' t}) e^{-it} dt - I_0$$

et le bénéfice moyen actualisé est égal à :

$$b_\theta = \frac{B_\theta}{\int_0^\theta e^{-it} dt} = \frac{i B_\theta}{1 - e^{-i\theta}}$$

Pour les 4 cas précédemment considérés les expressions de  $b_\theta$  sont les suivantes :

Cas A :

$$b_\theta = \frac{0,05}{1 - e^{-0,05\theta}} [32a(1 - e^{-0,05\theta}) - 50a(1 - e^{-0,02\theta}) + 0,4a\theta e^{-0,05\theta} - I_0]$$

Cas B :

$$b_\theta = \frac{0,08}{1 - e^{-0,08\theta}} \left[ \frac{400a}{9}(1 - e^{-0,08\theta}) - a\theta + \frac{2a\theta}{3} e^{-0,08\theta} - I_0 \right]$$

Cas C :

$$b_\theta = \frac{0,08}{1 - e^{-0,08\theta}} [32a(1 - e^{-0,05\theta}) - a\theta + 0,4a\theta e^{-0,05\theta} - I_0]$$

Cas D :

$$b_\theta = \frac{0,08}{1 - e^{-0,08\theta}} [32a(1 - e^{-0,05\theta}) - 50a(1 - e^{-0,02\theta}) + 0,4a\theta e^{-0,05\theta} - I_0]$$

Les valeurs de  $\theta$  rendant  $b_\theta$  maximum ont été calculées à 3 mois près et sont rassemblées dans le tableau 2, ainsi que les maxima  $b$  correspondants.

Les valeurs de  $\theta$  pour le cas A sont les mêmes pour les 2 critères. Ceci s'explique par le fait que  $m_\theta + b_\theta = a$ , donc qu'à un maximum de  $b_\theta$  correspond un minimum de  $m_\theta$  et inversement. Les valeurs de  $\theta$  pour le cas C sont extrêmement voisines, voire même égales; ceci s'explique par le fait que, entre  $\theta = 10$  et  $\theta = 16$ , la somme  $b_\theta + m_\theta$  varie extrêmement peu (variation inférieure à 3 ‰) donc les deux critères conduisent à des valeurs extrêmement voisines de  $\theta$ . Au contraire pour les cas B et D les sommes  $m_\theta + b_\theta$  varient notablement entre  $\theta = 10$  et  $\theta = 16$  (10 et 7 ‰), ce qui conduit à des valeurs de  $\theta$  présentant des écarts importants selon que l'on utilise l'un ou l'autre des deux critères.

Mais alors se pose une question délicate : puisque les deux critères conduisent à des valeurs de  $\theta$ , qui sont parfois notablement différentes, comment choisir entre ceux-ci le plus avantageux?

La comparaison de deux équipements dont les durées d'utilisation sont différentes est toujours délicate. Le principe est de comparer les 2 équipements sur une période qui correspond au plus petit commun multiple des deux durées d'utilisation.

TABLEAU II

|    | $I_0$ | $\theta_m$ | $m$     | $d_m$  | $\theta_b$ | $b$      | $d_b$  | $\theta_a$ | $d_a$  |
|----|-------|------------|---------|--------|------------|----------|--------|------------|--------|
| A  | 4a    | 13 —       | 0,7320a | 0,0881 | 13 —       | 0,2680a  | 0,0881 | 10 3/4     | 0,0900 |
|    | 5a    | 14 1/2     | 0,8329a | 0,0704 | 14 1/4     | 0,1671a  | 0,0704 | 13 —       | 0,0700 |
|    | 6a    | 16 —       | 0,9271a | 0,0577 | 16 —       | 0,0729a  | 0,0577 | 15 1/2     | 0,0580 |
| B  | 4a    | 10 —       | 0,8980a | 0,1279 | 14 —       | 0,4009a  | 0,1237 | 10 1/4     | 0,1279 |
|    | 5a    | 11 —       | 1,0396a | 0,1075 | 15 —       | 0,2842a  | 0,1069 | 12 1/2     | 0,1083 |
|    | 6a    | 11 3/4     | 1,1740a | 0,0926 | 15 3/4     | 0,1713a  | 0,0944 | 14 1/4     | 0,0948 |
| C  | 4a    | 10 1/4     | 0,8833a | 0,1025 | 10 1/2     | 0,1487a  | 0,1023 | 9 3/4      | 0,1027 |
|    | 5a    | 11 1/4     | 1,0218a | 0,0814 | 11 1/4     | 0,0109a  | 0,0814 | 11 1/4     | 0,0814 |
|    | 6a    | 12 1/4     | 1,1534a | 0,0663 | 12 1/4     | -0,1201a | 0,0663 | 12 3/4     | 0,0663 |
| D  | 4a    | 11 —       | 0,8557a | 0,1199 | 14 —       | 0,3182a  | 0,1166 | 10 3/4     | 0,1200 |
|    | 5a    | 12 1/4     | 0,9878a | 0,1008 | 15 —       | 0,2012a  | 0,1001 | 13 —       | 0,1009 |
|    | 6a    | 13 1/4     | 1,1132a | 0,0871 | 16 —       | 0,0890a  | 0,0878 | 15 1/2     | 0,0880 |
| A' | 5a    | 11 1/2     | 0,9906a | 0,0514 | 11 1/2     | 0,0094a  | 0,0514 | 11 1/4     | 0,0514 |
| B' | 5a    | 9 1/4      | 1,1925a | 0,0859 | 11 1/4     | 0,0681a  | 0,0879 | 11 —       | 0,0880 |
| C' | 5a    | 9 1/4      | 1,1805a | 0,0564 | 9 1/2      | -0,1499a | 0,0566 | 9 1/2      | 0,0566 |
| D' | 5a    | 10 —       | 1,1407a | 0,0804 | 11 1/4     | 0,0109a  | 0,0814 | 11 1/4     | 0,0814 |

$m$  = minimum adverse.  
 $\theta_m$  = époque correspondante du déclassement (en années).  
 $d_m$  = taux de rendement correspondant.  
 $b$  = bénéfice moyen actualisé maximum.  
 $\theta_b$  = époque de déclassement correspondante (en années).  
 $d_b$  = taux de rendement correspondant.  
 $d_a$  = taux de rendement maximum.  
 $\theta_a$  = époque de déclassement correspondante (en années).

Appelons  $d$  le taux instantané représentant le rendement d'un investissement. Si  $I_0$  est le coût de l'équipement,  $B_\theta$  le bénéfice total actualisé et  $\theta$  la durée d'utilisation, le rendement sera défini par :

$$e^{d\theta} \cdot I_0 = (I_0 + B_\theta) \cdot e^{i\theta} \quad \text{d'où} \quad d = i + \frac{1}{\theta} \mathcal{L} \left( 1 + \frac{B_\theta}{I_0} \right)$$

Soit  $B'_{\theta'}$ , le bénéfice total actualisé d'un second équipement utilisé à la suite du premier pendant un temps  $\theta'$ . On a :

$$B'_{\theta'} = \int_0^{\theta'} (2a e^{\beta'(\theta+t')} - a e^{(\sigma-\rho)\theta} e^{(\sigma-\rho_2)t'} - 0,02 at' e^{\beta'(\theta+t')}) e^{-it'} dt' - I'_0 \text{ avec } I'_0 = I_0 e^{\beta''\theta}$$

( $\beta''$  étant le taux d'accroissement du prix de l'équipement  $I_0$ ).

Appliquée au cas B ( $\beta' = 0,05$ ,  $i = 0,08$ ,  $\sigma = 0,08$ ,  $\rho = 0,03$ ,  $\rho_2 = 0$ ) la formule devient :

$$B'_{\theta'} = e^{0,05\theta} \int_0^{\theta'} (2a e^{0,05t'} - a e^{0,08t'} - 0,02 at' e^{0,05t'}) e^{-0,08t'} dt' - I_0 e^{\beta''\theta}$$

Si l'on a en plus  $\beta'' = 0,05$ ,  $\beta'_{\theta'}$  devient égal à  $e^{0,05\theta} B_\theta$ , d'où :

$$1 + \frac{B'_{\theta'}}{I'_0} = 1 + \frac{B_\theta e^{0,05\theta}}{I_0 e^{0,05\theta}} = 1 + \frac{B_\theta}{I_0} \text{ d'où } 1 + \frac{B'_{\theta'}}{I'_0} = 1 + \frac{B_\theta}{I_0}$$

si l'on prend  $\theta' = \theta$ . Or  $B_\theta/I_0$  est caractéristique du rendement de l'investissement. On a en effet :  $d = i + \frac{1}{\theta} \mathcal{L} \left( 1 + \frac{B_\theta}{I_0} \right)$ . Si  $B_\theta/I_0$  reste constant d'un investissement à l'autre ( $\theta$  étant



constant) le rendement restera constant d'un investissement à l'autre. En effet on a à comparer :

$$\left[ \left( 1 + \frac{B_1}{I_0} \right) e^{i\theta_1} \right]^{\theta_1} \text{ et } \left[ \left( 1 + \frac{B_2}{I_0} \right) e^{i\theta_2} \right]^{\theta_2}, \text{ donc } \left( 1 + \frac{B_1}{I_0} \right)^{\frac{1}{\theta_1}} \text{ et } \left( 1 + \frac{B_2}{I_0} \right)^{\frac{1}{\theta_2}},$$

$$\text{donc } \frac{1}{\theta_1} \mathcal{L} \left( 1 + \frac{B_1}{I_0} \right) \text{ et } \frac{1}{\theta_2} \mathcal{L} \left( 1 + \frac{B_2}{I_0} \right).$$

Il suffit donc de comparer les rendements du premier investissement pour en déduire la date de déclassement la plus avantageuse.

On peut appliquer au cas  $D$  ( $\beta' = 0,03$ ,  $i = 0,08$ ,  $\sigma = 0,08$ ,  $\rho = 0,05$ ,  $\rho_2 = 0,02$ ) le même raisonnement et si, en plus, on a  $\beta'' = 0,03$  on obtient :

$$1 + \frac{B'_{\theta'}}{I'_0} = 1 + \frac{B_{\theta'}}{I_0} \text{ d'où } 1 + \frac{B'_{\theta'}}{I'_0} = 1 + \frac{B_{\theta}}{I_0} \text{ si l'on prend } \theta' = \theta.$$

Le même raisonnement est toujours valable dans le cas  $A$  puisque l'on a alors :  $\beta'' = \beta' = \beta = 0$ .

Par contre dans le cas  $C$  on ne peut pas appliquer le même raisonnement, car il n'est pas possible dans le développement de  $B'_{\theta'}$  de mettre en facteur  $e^{\theta' i}$ . Dans ce cas le taux de rendement le plus élevé ne correspondra pas forcément à la meilleure époque de déclassement. Et il en est de même dans le cas  $B$  pour  $\beta'' \neq 0,05$  et dans le cas  $D$  pour  $\beta'' \neq 0,03$ .

Les valeurs de  $d$  ont été calculées pour les quatre cas  $A, B, C, D$  et les deux critères : minimum adverse et maximum du bénéfice moyen actualisé. Elles sont rassemblées dans le tableau II. Mais elles ne correspondent à un optimum que dans le cas  $A$ , dans le cas  $B$  avec  $\beta'' = 0,05$  et dans le cas  $D$  avec  $\beta'' = 0,03$ .

### 3. CRITÈRE DU RENDEMENT MAXIMUM

Le fait d'utiliser le rendement comme critère de comparaison entre les deux premiers critères conduit à considérer le rendement maximum comme un critère de déclassement industriel. On a calculé les valeurs de  $\theta$  rendant  $d$  maximum pour les trois valeurs de  $I_0$  et les cas  $A, B, C, D$  (tableau II).

Tout d'abord le rendement maximum  $d_M$  met en évidence la rentabilité de l'investissement. Si  $d_M$  est supérieur à 0,08 l'investissement a été rentable, si  $d_M$  est inférieur à 0,08 il aurait mieux valu (théoriquement) ne pas emprunter pour équiper (cas d'un financement extérieur), ou placer sur le marché financier le montant destiné à cet équipement (cas d'un autofinancement). Tous les investissements sont rentables sauf ceux du cas  $C$  avec  $I_0 > 5a$ .

D'autre part, la recherche du maximum  $d_M$  conduit à des valeurs de  $d$ , plus ou moins voisines de celles relatives aux critères précédents. Mais il ne faudrait pas en conclure à un manque de sensibilité de  $d$ . Ainsi pour le cas  $D$  avec  $I_0 = 5a$  on a :

$$1 + B/I_0 = 1,3123 \text{ pour } \theta = 13 \quad \text{et} \quad 1 + B/I_0 = 1,3606 \text{ pour } \theta = 16 \text{ ans}$$

Tout se passe comme si l'on avait au bout de 16 ans un capital et des bénéfices exprimés en francs d'époque pour le premier cas de  $(1,3123)^{\frac{16}{13}} \cdot e^{0,08 \times 16} I_0 = 5,0251 I_0$  et pour le deuxième cas de  $1,3606 \cdot e^{0,08 \times 16} I_0 = 4,894 I_0$  soit un écart de 131 000 F pour un investissement de 1 million de francs. Autrement dit, tout se passe comme si déclasser au bout de 16 ans au lieu de déclasser au bout de 13 ans entraînait, au bout de 16 ans et pour un équipement de 1 million de francs une perte de 131 000 F.

*Cas A', B', C', D'*

Tout ce qui a été dit précédemment concerne un taux d'accroissement de la productivité du travail liée au progrès technique de  $\rho_1 = 0,03$ . Or il est manifeste que dans certains secteurs industriels le taux est plus élevé.

Les cas *A', B', C', D'* se déduisent des cas *A, B, C, D* pour  $I_0 = 5a$ , en remplaçant  $\rho_1 = 0,03$  par  $\rho_1 = 0,05$  donc :

Cas *A'* :

$$\beta = \beta' = 0, \rho_1 = 0,05, \rho_2 = 0,02, \sigma = 0,07, i = 0,05$$

Cas *B'* :

$$\beta = \beta' = 0,05, \rho_1 = 0,05, \rho_2 = 0, \sigma = \rho + \beta' = 0,05 + 0,05 = 0,10, i = 0,08$$

Cas *C'* :

$$\beta = 0,05, \beta' = 0,03, \rho_1 = 0,05, \rho_2 = 0,02, \sigma = \rho + \beta = 0,07 + 0,05 = 0,12, i = 0,08$$

Cas *D'* :

$$\beta = 0,05, \beta' = 0,03, \rho_1 = 0,05, \rho_2 = 0,02, \sigma = \rho + \beta' = 0,07 + 0,03 = 0,10, i = 0,08.$$

Les résultats rassemblés dans le tableau II montrent que pour *B'* et  $I_0 = 6a$  l'investissement n'est vraisemblablement pas rentable, que pour *C'* et  $I_0 = 4a, 6a$  les investissements ne sont pas rentables, que pour *A'* et *D'* et  $I_0 = 5a$  l'investissement est tout juste rentable et ne l'est pas pour  $I_0 = 6a$ . Autrement dit, pour obtenir une rentabilité satisfaisante on ne peut pas accorder des augmentations de salaires compensant à la fois les accroissements de productivité et les accroissements du coût de la vie lorsque les premiers sont très importants.

Le choix entre les trois critères reste à effectuer. On peut éliminer le maximum du bénéfice moyen actualisé : en effet il est financier comme le critère du rendement maximum mais ne correspond pas au rendement maximum; d'autre part il ne tient pas compte du risque d'obsolescence comme le minimum adverse. Les deux critères restants présentent tous les deux un intérêt particulier. On peut donc choisir comme date de déclassement la moyenne des dates de déclassement données par ces deux critères. Ainsi on ne s'éloignera pas trop du taux de rendement maximum et d'autre part on tiendra compte, dans une certaine mesure, du risque d'obsolescence.

*Cas A'' et C''*

Contrairement aux exemples précédents, on peut considérer le cas d'un accroissement de salaire ne compensant plus l'accroissement de la productivité globale du travail, mais l'accroissement de la productivité spécifique du travail. L'étude a porté sur les cas *A* et *C* qui deviennent *A''* ( $\sigma = \rho_2 = 0,02$  et  $\rho = 0,05$ ) et *C''* ( $\sigma = \rho_2 + \beta = 0,02 + 0,05 = 0,07$  et  $\rho = 0,05$ ). Les résultats sont rassemblés dans le tableau III qui montre la généralité de la diminution de la durée de l'équipement sous l'effet de l'inflation.



TABLEAU III

|         |            | $\theta_m$ | $m$     | $d_m$  | $\theta_a$ | $d_M$  |
|---------|------------|------------|---------|--------|------------|--------|
| Cas A'' | $I_0 = 4a$ | 15 3/4     | 0,6825a | 0,1098 | 11 —       | 0,1085 |
|         | $I_0 = 5a$ | 18 —       | 0,7709a | 0,0888 | 14 —       | 0,0906 |
|         | $I_0 = 6a$ | 20 —       | 0,8627a | 0,0781 | 17 —       | 0,0787 |
| Cas C'' | $I_0 = 4a$ | 11 1/2     | 0,8419a | 0,1268 | 10 3/4     | 0,1270 |
|         | $I_0 = 5a$ | 12 3/4     | 0,9709a | 0,1084 | 13 1/2     | 0,1086 |
|         | $I_0 = 6a$ | 13 3/4     | 1,0931a | 0,0948 | 16 1/2     | 0,0968 |

TABLEAU IV

| Passage             |   | Variations de $d_M$                    |                            |
|---------------------|---|--|----------------------------|
|                     |   | $I_0$                                  |                            |
| $C \rightarrow C$   | $\Delta\beta' = 0, \Delta\sigma = \Delta\rho_2, \Delta\rho_1 = 0$   | $I_0 = 4a$<br>$I_0 = 5a$<br>$I_0 = 6a$ | 0<br>0<br>0                |
| $C \rightarrow B$   | $\Delta\beta' = 0,02, \Delta\sigma = -0,02,$<br>$\Delta\rho_2 = -0,02, \Delta(\sigma - \rho_2) = 0$<br>$\Delta\rho_1 = 0$ | $I_0 = 4a$<br>$I_0 = 5a$<br>$I_0 = 6a$ | 0,0252<br>0,0269<br>0,0285 |
| $C \rightarrow D$   | $\Delta\beta' = 0, \Delta\sigma = -0,02, \Delta\rho_2 = 0$<br>$\Delta\rho_1 = 0, \Delta(\sigma - \rho_2) = -0,02$         | $I_0 = 4a$<br>$I_0 = 5a$<br>$I_0 = 6a$ | 0,0178<br>0,0195<br>0,0217 |
| $C \rightarrow C''$ | $\Delta\beta' = 0, \Delta\sigma = -0,03, \Delta\rho_2 = 0$<br>$\Delta\rho_1 = 0, \Delta(\sigma - \rho_2) = -0,03$         | $I_0 = 4a$<br>$I_0 = 5a$<br>$I_0 = 6a$ | 0,0248<br>0,0272<br>0,0300 |
| $C \rightarrow C'$  | $\Delta\beta' = 0, \Delta\sigma = 0,02, \Delta\rho_2 = 0$<br>$\Delta\rho_1 = 0,02, \Delta(\sigma - \rho_2) = 0,02$        | $I_0 = 5a$                             | -0,0248                    |

On peut apprécier à partir des tableaux II et III l'incidence des différents facteurs sur  $d_M$  (tableau IV). On voit qu'il est très difficile, voire même impossible, de conjuguer des accroissements de  $\sigma$  avec des accroissements de même valeur de  $\rho_1$  quand les accroissements de  $\rho_1$  sont importants. Par contre on peut accompagner toute augmentation de  $\rho_2$  d'une augmentation égale de  $\sigma$  sans que  $d_M$  varie.  $\rho_2$  a donc une importance fondamentale pour l'amélioration du standard de vie.

Plus généralement on peut se demander si l'inflation, mis à part son effet psychologique sur la croissance, a une incidence favorable sur l'économie.

La comparaison effectuée entre les cas A, B ( $\beta'' = 0,05$ ) et D ( $\beta'' = 0,03$ ) montre que celle-ci est à l'avantage de l'inflation quand on considère le taux de rendement monétaire, mais qu'il n'en est plus de même si l'on exprime le rendement en accroissement de la capacité de production ( $= d_M - \beta''$ ). Ainsi l'effet de l'inflation est neutre dans le cas D et défavorable dans le cas B par suite de la valeur plus élevée de  $\beta''$  ( $\beta'' = 0,05$ ).

Si maintenant on ne compare plus comme précédemment des chaînes indéfinies pour lesquelles, à chaque déclassement, on réinvestit capital et bénéfiques, et si l'on se limite au rendement du premier investissement, en prenant pour  $\beta''$  un taux uniforme de 0,04, on obtient dans tous les cas un rendement inférieur au rendement du cas A, alors qu'en prenant  $\beta'' = 0,03$  l'effet de l'inflation est avantageux dans le cas B, nul dans le cas D et négatif dans le cas C. Tout dépend donc en définitive du taux d'accroissement du prix de l'équipement considéré.

## 4. CRITÈRE DU TAUX D'EXPANSION MAXIMUM

Le critère que nous voulons exposer maintenant est une généralisation du critère précédent. Il tient compte du financement extérieur des investissements et met d'autre part l'accent sur l'aspect matériel et non plus monétaire de la croissance.

Soient  $I_0$  et  $I$  les investissements aux époques 0 et  $\theta$  et  $Q_0$  et  $Q$  les capacités de production correspondantes.

Posons :

$$e^{x\theta} = \frac{I}{I_0}, e^{\alpha\theta} = \frac{Q}{Q_0}, e^{\mu\theta} = \frac{Q/I}{Q_0/I_0};$$

$\alpha$  et  $x$  sont les taux de croissance instantanés de la capacité de production et de l'investissement,  $\mu$  celui de la productivité du capital. L'équation  $\frac{Q}{I} = \frac{Q_0/I_0}{} \cdot \frac{I}{I_0}$  devient  $\alpha\theta = \mu\theta + x\theta$  d'où  $\alpha = \mu + x$  ou encore :

$$\alpha = x - \beta'' \text{ (On a en effet pour } Q = Q_0 : \alpha = 0, x = \beta'', \text{ donc } \mu = -\beta'')$$

Explicitons  $x$ . A l'époque 0 l'entreprise effectue un investissement  $I_0$  dont une part  $k$  par autofinancement et une part  $(1 - k)$  par emprunt sur le marché financier ou auprès des institutions spécialisées. A l'époque  $\theta$ ,  $I_0 k$  est devenu  $(I_0 k + B)e^{i\theta}$  et  $I_0(1 - k)$  devient  $I_0(1 - k)e^{j\theta}$ ,  $j$  étant le taux d'accroissement des ressources monétaires qu'il est possible de se procurer à l'extérieur de l'entreprise.

On a donc :

$$\frac{I}{I_0} = \left(k + \frac{B_\theta}{I_0}\right) e^{i\theta} + (1 - k) e^{j\theta} = \left(1 + \frac{B_\theta}{I_0}\right) e^{i\theta} + (1 - k) (e^{j\theta} - e^{i\theta})$$

d'où :

$$x = \frac{1}{\theta} \mathcal{L} \left[ \left(1 + \frac{B_\theta}{I_0}\right) e^{i\theta} + (1 - k) (e^{j\theta} - e^{i\theta}) \right] = i + \frac{1}{\theta} \mathcal{L} \left[ \left(1 + \frac{B_\theta}{I_0}\right) + (1 - k) (e^{(j-i)\theta} - 1) \right]$$

d'où :

$$\alpha = \mu + i + \frac{1}{\theta} \mathcal{L} \left[ \left(1 + \frac{B_\theta}{I_0}\right) + (1 - k) (e^{(j-i)\theta} - 1) \right]$$

Le calcul du maximum de  $\alpha$  a été effectué dans le cas  $D$  avec  $I_0 = 5a$ ,  $\mu = -0,03$ ,  $i = 0,08$ ,  $j = 0,13$  et  $k = 0,70$ . Il conduit aux résultats du tableau V; d'où :  $\theta = 13$  — et  $\alpha = 0,08552$ .

TABLEAU V

|               |                    |                           |                    |
|---------------|--------------------|---------------------------|--------------------|
| $\theta = 10$ | $\alpha = 0,08258$ | $\theta = 12 \frac{3}{4}$ | $\alpha = 0,08551$ |
| $\theta = 12$ | $\alpha = 0,08526$ | $\theta = 13$             | $\alpha = 0,08552$ |
| $\theta = 14$ | $\alpha = 0,08534$ | $\theta = 13 \frac{1}{4}$ | $\alpha = 0,08552$ |
| $\theta = 16$ | $\alpha = 0,08419$ |                           |                    |

Malheureusement il n'est pas établi que  $\theta = 13$  ans soit la date de déclassement la plus satisfaisante. Partant de ce déclassement au bout de 13 ans, on peut effectuer un nouvel

équipement pour lequel le taux de croissance maximum  $\alpha'$  sera inférieur à ce qu'il aurait été dans d'autres conditions. Ainsi le taux  $\bar{\alpha} = \frac{\alpha\theta + \alpha'\theta'}{\theta + \theta'}$  relatif à l'ensemble des deux équipements ne sera pas forcément le plus élevé. Plus généralement si  $\alpha, \alpha', \alpha'', \dots, \theta, \theta', \theta'', \dots$  sont relatifs aux équipements successifs, il faudrait chercher le maximum de  $\bar{\alpha} = \frac{\alpha\theta + \alpha'\theta' + \alpha''\theta'' \dots}{\theta + \theta' + \theta'' \dots}$ , ce qui, nous l'avons vu précédemment, est inextricable la plupart du temps.

Mais on peut se limiter à 2 investissements successifs, si c'est seulement la durée du premier équipement que l'on veut déterminer. Le problème se pose alors plus simplement : pour chaque valeur de  $\theta$ , il y a une valeur de  $\theta'$  rendant  $\alpha'$  maximum. Pour chaque valeur de  $\theta$  il y a ainsi une valeur de  $\bar{\alpha} = (\alpha\theta + \alpha'\theta')/(\theta + \theta')$ . Le maximum de  $\bar{\alpha}$  déterminera la valeur optima de  $\theta$ .

Calculons  $\alpha'$  :

$$\text{on a } \alpha' = \mu + i + \frac{1}{\theta'} \mathcal{L} \left[ \left( 1 + \frac{B'_{\theta'}}{I'_0} \right) + (1 - k') (e^{\mu - \theta\theta'} - 1) \right]$$

en supposant  $\mu, i, j$  constants. Rappelons  $B'_{\theta'}$ . On a :

$$B'_{\theta'} = e^{0,03\theta} (I_0 + B_{\theta'}) - I_0 e^{\theta\theta'} = e^{0,03\theta} (I_0 + B_{\theta'}) - I_0 e^{-\mu\theta}$$

$$\text{d'où } \frac{I'_0 + B'_{\theta'}}{I'_0} = \frac{e^{0,03\theta} (I_0 + B_{\theta'})}{e^{-\mu\theta} I_0} = e^{(0,03+\mu)\theta} \left( 1 + \frac{B_{\theta'}}{I_0} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{d'où} \quad & \text{pour } \mu = -0,03 & 1 + \frac{B'_{\theta'}}{I'_0} &= 1 + \frac{B_{\theta'}}{I_0} \\ & \text{pour } \mu = -0,04 & 1 + \frac{B'_{\theta'}}{I'_0} &= \left( 1 + \frac{B_{\theta'}}{I_0} \right) e^{-0,01\theta} \\ & \text{pour } \mu = -0,05 & 1 + \frac{B'_{\theta'}}{I'_0} &= \left( 1 + \frac{B_{\theta'}}{I_0} \right) e^{-0,02\theta} \end{aligned}$$

TABLEAU VI

| Sans renouvellement de l'équipement |  | $\mu = -0,03$             | $\theta = 13 -$            | $\alpha = 0,08552$       |
|-------------------------------------|--|---------------------------|----------------------------|--------------------------|
|                                     |  | $\mu = -0,04$             | $\theta = 13 -$            | $\alpha = 0,07552$       |
|                                     |  | $\mu = -0,05$             | $\theta = 13 -$            | $\alpha = 0,06552$       |
| Avec renouvellement de l'équipement | $\mu = -0,03$<br>$\theta = 13 \frac{1}{4}$ | $\theta = 10$             | $\theta' = 12 \frac{3}{4}$ | $\bar{\alpha} = 0,08563$ |
|                                     |  | $\theta = 12$             | $\theta' = 12 \frac{3}{4}$ | $\bar{\alpha} = 0,08672$ |
|                                     |  | $\theta = 14$             | $\theta' = 12 \frac{3}{4}$ | $\bar{\alpha} = 0,08685$ |
|                                     |  | $\theta = 16$             | $\theta' = 12 \frac{3}{4}$ | $\bar{\alpha} = 0,08644$ |
|                                     |  | $\theta = 18$             | $\theta' = 12 \frac{3}{4}$ | $\bar{\alpha} = 0,08688$ |
|                                     |  | $\theta = 18 \frac{1}{2}$ | $\theta' = 12 \frac{3}{4}$ | $\bar{\alpha} = 0,08689$ |
|                                     | $\mu = -0,04$<br>$\theta = 12 \frac{1}{2}$ | $\theta = 10$             | $\theta' = 14 \frac{1}{2}$ | $\bar{\alpha} = 0,07240$ |
|                                     |  | $\theta = 12$             | $\theta' = 14 \frac{3}{4}$ | $\bar{\alpha} = 0,07309$ |
|                                     |  | $\theta = 14$             | $\theta' = 15 \frac{1}{4}$ | $\bar{\alpha} = 0,07295$ |
|                                     |  | $\theta = 16$             | $\theta' = 15 \frac{1}{2}$ | $\bar{\alpha} = 0,07245$ |
|                                     |  | $\theta = 18$             | $\theta' = 15 -$           | $\bar{\alpha} = 0,07308$ |
|                                     |  | $\theta = 12 \frac{1}{2}$ | $\theta' = 15 -$           | $\bar{\alpha} = 0,07316$ |
|                                     | $\mu = -0,05$<br>$\theta = 11 \frac{3}{4}$ | $\theta = 10$             | $\theta' = 16 \frac{1}{2}$ | $\bar{\alpha} = 0,05940$ |
|                                     |  | $\theta = 12$             | $\theta' = 17 \frac{1}{4}$ | $\bar{\alpha} = 0,05972$ |
|                                     |  | $\theta = 14$             | $\theta' = 18 \frac{3}{4}$ | $\bar{\alpha} = 0,05936$ |
|                                     |  | $\theta = 11 \frac{3}{4}$ | $\theta' = 17 \frac{1}{4}$ | $\bar{\alpha} = 0,05976$ |
|                                     |  | $\theta = 11 \frac{1}{2}$ | $\theta' = 17 \frac{1}{4}$ | $\bar{\alpha} = 0,05974$ |

Calculons d'autre part  $k'$  (taux d'autofinancement à l'époque  $\theta$ ) :

$$k' = \frac{k + \frac{B_\theta}{I_0}}{1 + \frac{B_\theta}{I_0} + (1 - k)(e^{\theta - \theta} - 1)}$$

$k$  étant le taux d'autofinancement à l'époque 0 ( $k = 0,70$ ) d'où les valeurs de  $k'$  :

|               |              |               |              |               |              |
|---------------|--------------|---------------|--------------|---------------|--------------|
| $\theta = 10$ | $k' = 0,643$ | $\theta = 14$ | $k' = 0,632$ | $\theta = 18$ | $k' = 0,590$ |
| $\theta = 12$ | $k' = 0,642$ | $\theta = 16$ | $k' = 0,614$ | $\theta = 20$ | $k' = 0,560$ |

Les résultats calculés pour les 3 valeurs de  $\mu$  :  $\mu = -0,03, -0,04, -0,05$  sont rassemblés dans le tableau VI.

Le tableau VI met en évidence l'importante action de la productivité du capital sur le taux de croissance : quand  $\mu$  augmente de  $1/3$  en valeur absolue  $\alpha$  diminue de 0,013 ou 0,010, selon que l'on envisage ou non le renouvellement de l'équipement. Par contre son incidence sur la durée d'utilisation de l'équipement est faible. Celle-ci diminue de 6 % quand  $\mu$  augmente de  $1/3$  en valeur absolue.

D'autre part  $\theta$  reste inchangé, dans le cas  $\mu = -0,03$ , selon que l'on envisage ou non le renouvellement de l'équipement. On pourra sans doute se contenter de calculer  $\theta$  rendant  $\alpha$  maximum au cours du premier investissement et de diminuer légèrement  $\theta$ , de 10 % par exemple si  $-0,05 < \mu < -0,04$ , pour tenir compte de l'incidence de la productivité du capital.

### 5. CALCUL DE L'AMORTISSEMENT

L'amortissement a été calculé dans le cas  $D$  pour  $I_0 = 5a$  avec  $\theta = 13$ . Dans le cas  $D$  les recettes nettes annuelles de l'année  $p$  (recettes — dépenses courantes) se présentent sous la forme :

$$R_p \approx 2a e^{0,03(p-\frac{1}{2})} - a e^{0,06(p-\frac{1}{2})} - 0,02a \left(p - \frac{1}{2}\right) e^{0,03(p-\frac{1}{2})}$$

$$= \left[ \left(2 - 0,02 \left(p - \frac{1}{2}\right)\right) e^{0,03(p-\frac{1}{2})} - e^{0,06(p-\frac{1}{2})} \right] \frac{I_0}{5} = r_p I_0$$

L'amortissement  $a_p$  (relatif à l'année  $p$ ) sera défini par  $a_p = \lambda r_p I_0$ ,  $\lambda$  étant tel que  $\sum_{p=1}^{13} a_p e^{-0,08p} = I_0$  d'où  $\lambda = \frac{1}{\sum_{p=1}^{13} r_p e^{-0,08p}}$ .

Les valeurs de  $r_p$  et de  $r_p e^{-0,08p}$  sont rassemblées dans le tableau 7.

TABEAU VII

| $p$ | $r_p$  | $r_p e^{-0,08p}$ | $p$ | $r_p$  | $r_p e^{-0,08p}$ | $p$ | $r_p$  | $r_p e^{-0,08p}$ |
|-----|--------|------------------|-----|--------|------------------|-----|--------|------------------|
| 1   | 0,1979 | 0,1827           | 5   | 0,1752 | 0,1174           | 9   | 0,1393 | 0,0678           |
| 2   | 0,1933 | 0,1647           | 6   | 0,1676 | 0,1037           | 10  | 0,1277 | 0,0574           |
| 3   | 0,1880 | 0,1479           | 7   | 0,1591 | 0,0909           | 11  | 0,1151 | 0,0477           |
| 4   | 0,1820 | 0,1322           | 8   | 0,1497 | 0,0789           | 12  | 0,1011 | 0,0303           |
|     |        |                  |     |        |                  | 13  | 0,0858 |                  |

On tire de ce tableau  $\sum_{p=1}^{18} r_p = 1,9818$  et  $\sum_{p=1}^{18} r_p e^{-0,08p} = 1,2603$  d'où  $\lambda = 1/1,2603 = 0,7935$  d'où  $a_p$ .

Calculons l'écart entre l'amortissement comptable et l'amortissement économique pour la première année. Dans le premier cas on a :

$$a_1 = \frac{0,1979}{1,9818} I_0 = 0,0998 I_0, \text{ dans le second : } a_p = \frac{0,1979}{1,2603} I_0 = 0,1571 I_0$$

soit un écart de  $0,0573 I_0$  (= 57 % de l'amortissement comptable). Cet écart important devrait correspondre, dans notre esprit, en tout ou partie, à une provision pour réinvestissement et nouvel investissement, qui, d'une part, compenserait l'augmentation du coût de l'équipement découlant de l'érosion monétaire et, d'autre part, assurerait un autofinancement satisfaisant compte tenu du taux de croissance envisagé pour la capacité de production.

Dans l'introduction a été soulevé le cas où l'amortissement pourrait être croissant. Le cas précédent suppose  $\sigma - \rho_2 = 0,06$ .

Pour  $\sigma - \rho_2 = 0,05$ , on a :

$$R_p \# \left[ \left( 2 - 0,02 \left( p - \frac{1}{2} \right) e^{0,08 \left( p - \frac{1}{2} \right)} - e^{0,05 \left( p - \frac{1}{2} \right)} \right) \frac{I_0}{5} \right]$$

d'où  $R_1 = 0,9947a$  et  $R_2 = 0,9827a$ , donc décroissance de l'amortissement. Pour  $\sigma - \rho_2 = 0,04$  on obtient  $R_1 = 0,9998a$  et  $R_2 = 0,9988a$  donc décroissance de l'amortissement. Pour  $\sigma - \rho_2 = 0,03$  on obtient  $R_1 = 1,0049a$ ,  $R_2 = 1,0146a \dots$ ,  $R_{14} = 1,0945a$ ,  $R_{15} = 1,0969a$  donc croissance de l'amortissement. (Il existe également entre  $\sigma - \rho_2 = 0,04$  et  $\sigma - \rho_2 = 0,03$  une bande à l'intérieur de laquelle  $R_p$  passe par un maximum). Nous voyons donc que  $R_p$  ne cesse d'être décroissant que pour des valeurs de  $\sigma - \rho_2$  faibles par rapport à ce qu'on observe actuellement. (Mais il est possible que l'événement soit moins improbable dans d'autres conditions.)

Si le cas se produisait, il faudrait se méfier, d'une part, de la baisse éventuelle du taux d'accroissement des prix et d'autre part (comme dans tous les cas) du risque d'obsolescence.

Donc, en pratique, on pourrait pour le calcul de  $a_p$  conserver  $R_p$  si celui-ci est décroissant, remplacer  $a_p$  par une constante si celui-ci est non-décroissant, la durée d'amortissement dans les deux cas étant celle déterminée par le calcul du minimum adverse. (La solution est différente de celle proposée pour la durée d'utilisation de l'équipement, car il est théoriquement plus facile d'accélérer le déclassement d'un équipement atteint d'obsolescence que de raccourcir un amortissement dont la durée prévue est encore de 2 ou 3 ans.) On remplacera donc  $\theta = 13$  par  $\theta = 11$  dans l'exemple précédent.

*Remarque :* En période d'inflation il peut paraître opportun de réévaluer les immobilisations. D'abord parce que l'érosion monétaire augmente la valeur des biens matériels en monnaie courante, mais aussi parce que, si l'on verse dans les provisions pour réinvestissement des montants importants (et nécessaires pour assurer un autofinancement satisfaisant en accord avec l'accroissement de la capacité de production envisagé), les bénéfices risquent d'être faibles, et même inexistants : une réévaluation des immobilisations permet de les redégager.

Soit  $\beta''$  le taux d'accroissement du prix de l'équipement, on aura pour les différentes années :

- Année 1. Amortissement  $a'_1$ . Reste à amortir  $I_0 e^{\beta''} - a'_1$
- Année 2. Amortissement  $a'_2$ . Reste à amortir  $I_0 e^{2\beta''} - a'_1 e^{\beta''} - a'_2$
- .....
- Année  $n$ . Amortissement  $a'_n$ . Reste à amortir  $I_0 e^{n\beta''} - a'_1 e^{(n-1)\beta''} - \dots - a'_n = 0$ .

On en déduit :  $I_0 = a'_1 e^{-\beta''} + a'_2 e^{-2\beta''} + \dots + a'_n e^{-n\beta''}$

d'où, en posant :  $a'_p = \lambda' R_p$  ( $\lambda' = C^{te}$ ),  $I_0 = \lambda' \sum_{p=1}^n R_p e^{-p\beta''}$

d'où, pour  $\beta'' = 0,04$  et  $n = 13$ ,  $\lambda' = 0,6390$  et  $a'_1 = 0,1265 I_0$ .

On obtient donc pour  $a'_1$  une valeur intermédiaire entre les amortissements comptable et économique précédemment calculés, et l'écart entre  $a'_1$  et l'amortissement économique est maintenant de  $0,03061 I_0$  (= 24 % de  $a'_1$ ). L'écart est cette fois plus satisfaisant, ce qui tendrait à justifier, si c'était nécessaire, le principe d'une réévaluation régulière des immobilisations en période d'inflation.

J.-J. BOULANGER