

# JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

JACQUES HAMON

## **Tentative de mise en évidence de dépendances à long terme à la bourse de Paris, 1957-1971**

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 118, n° 1 (1977), p. 50-59

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_1977\\_\\_118\\_1\\_50\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1977__118_1_50_0)

© Société de statistique de Paris, 1977, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

# TENTATIVE DE MISE EN ÉVIDENCE DE DÉPENDANCES A LONG TERME A LA BOURSE DE PARIS, 1957-1971 (1)

Jacques HAMON

*Assistant à la faculté des sciences économiques de Rennes*

*Ce papier présente une application de la méthode R/S à la Bourse de Paris. Cette méthode utilise une relation mise en évidence de façon empirique par H.E. Hurst et reprise par B. Mandelbrot dans une série d'articles. Cette relation, qui mesure la propension d'une chronique à être cyclique mais non périodique, permet la détermination d'un coefficient caractéristique de cette chronique égal à 0,5 dans le cas de variables gaussiennes stationnaires et indépendantes. En l'absence d'une théorie de la persistance, nous avons mis en œuvre deux tests empiriques de façon à déterminer dans quelle mesure les coefficients associés aux différents titres sont significativement différents de 0,5. Les résultats supportent la théorie des marchés efficients.*

*This paper presents an application of the method R/S at Paris Stock Exchange. This method uses a relation shown up empirically by H.E. Hurst and recapitulated by B. Mandelbrot in a series of papers. This relation which measures the propensity of a time series to be cyclical but not periodical, permits the determination of a characteristic coefficient of this time series equal to 0,5 in the case of Gaussian stationary and independent variables. Because of the lack of a theory of persistence, we have implemented two empirical tests in order to determine to what extent the coefficients associated to the different securities are significantly different from 0,5. The results stand the theory of efficient markets.*

*Dieser Artikel beschreibt die Anwendung der Methode R/S an der pariser Börse. Diese Methode verwendet eine Beziehung, die in der Praxis von H.E. Hurst entdeckt wurde und von B. Mandelbrot in einer Serie von Artikeln wieder aufgenommen wurde. Diese « Beziehung », die die Tendenz einer chronischen Bewegung misst, die einen Cyclus hat, aber keine Periodizität, gestattet die Berechnung eines charakteristischen Koeffizienten dieser chronischen Bewegung, der gleich 0,5 ist im Falle der stationären und unabhängigen Variablen von Gauss. In Abwesenheit einer Theorie der Dauer, haben wir zwei Teste ausprobiert um zu bestimmen im welchen Masse die Koeffizienten, die den verschiedenen Wertpapieren zugeteilt sind signifikativ verschieden sind von 0,5. Die Resultate bekräftigen die Theorie der Geldmärkte.*

## INTRODUCTION

« L'analyse statistique d'une chronique repose sur une hypothèse très stricte d'indépendance du présent et du passé lointain » (D. Zajdenweber - 1974 [1]). Cependant certaines

1. Cette étude a été réalisée avec le support financier du Commissariat général du Plan et de la Productivité et du C.O.R.D.E.S., que nous tenons ici à remercier.

chroniques échappent à cette règle. Ce phénomène découvert par H.-E. Hurst hydrologue du Nil [2] a depuis été étudié par B. Mandelbrot [3], [4], [5], [6], [7], [8], à partir de chroniques hydrologiques climatiques et économiques. Une caractéristique commune aux chroniques étudiées par B. Mandelbrot est leur *comportement cyclique apériodique*. En d'autres termes, la détection de cycles dans certaines chroniques n'est qu'une *illusion d'optique*, la période des cycles mise en évidence étant proportionnelle à la longueur de la chronique et en général égale au tiers de cette longueur <sup>(1)</sup>.

La découverte empirique de H.-E. Hurst [2] permet de mesurer la propension qu'a une chronique à être cyclique mais non périodique, ce qui, ainsi que le remarque B. Mandelbrot ([3] p. 354), « constitue un aspect de la dépendance statistique à long terme ».

D. Zajdenweber a le premier à notre connaissance appliqué la méthode R/S aux cours boursiers de la Place de Paris [1], [9], [10], [11]. Sur le marché à terme à partir de 24 valeurs et sur la période 1970-1973, D. Zajdenweber a mis en évidence pour la plupart des titres de son échantillon, une persistance négative ou positive en liaison avec l'étroitesse du marché des titres pris en considération. L'ambition de la présente étude est d'étendre l'analyse à la période 1957-1971 et de déterminer dans quelle mesure et pour quels titres il est possible d'affirmer l'existence d'une persistance à long terme positive ou négative.

### 1. Le fichier

Il comprend 84 sociétés cotées journalièrement sur la période allant du 7 janvier 1957 au 17 décembre 1971 <sup>(2)</sup>. L'étude porte sur les rentabilités journalières mesurées par la relation suivante :

$$\text{VAR}_{i,t} = \text{Log}_e (P_{t+1} + D_t) - \text{Log}_e P_t \quad (1)$$

$P_{t+1}$ ,  $P_t$  : cours journaliers corrigés de l'influence des modifications de capital <sup>(3)</sup>.

$D_t$  : dividende corrigé de l'influence des modifications de capital <sup>(3)</sup>.

L'emploi du logarithme a pour principal avantage, ainsi que le fait remarquer E.-F. Fama [14], de supprimer le lien mis en évidence par A. Moore [15] entre le niveau des cours et leur variabilité. De plus l'interprétation économique de la relation (1) est évidente : il s'agit du taux de rentabilité composé continu du titre  $i$  sur la période prise en considération.

### 2° Description du test

#### a) Les origines de la méthode R/S

La découverte empirique de E.-H. Hurst peut être représentée par la relation suivante :

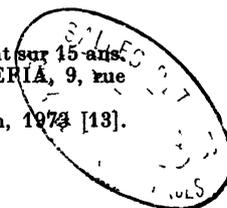
$$R/S_{(t,d)} = C \cdot d^H \quad (2)$$

$R$  est l'étendue de la *série cumulée*. Sur le graphique 1 est illustrée la mesure de l'étendue sur la portion de chronique comprise entre  $t$  et  $t + d$ . C'est la somme des valeurs absolues

1. Se reporter, par exemple, à B. Mandelbrot 1973, p. 351, figure 1, article cité [3].

2. Cet échantillon est tiré du fichier CEREFIA comprenant 146 titres cotés quotidiennement sur 15 ans. Il est possible d'obtenir une documentation concernant ce fichier sur simple demande au CEREFIA, 9, rue Jean-Macé, 35000, Rennes.

3. La méthode de correction employée est exposée dans un précédent article, J. Hamon, 1973 [13].



des distances entre les points les plus éloignés de part et d'autre de la droite reliant le début à la fin de la chronique étudiée; soit la distance  $a + b$ .

$S$  est l'écart-type de la série *non cumulée*.

$c$  est un paramètre dont la valeur dépend de la loi de probabilité.

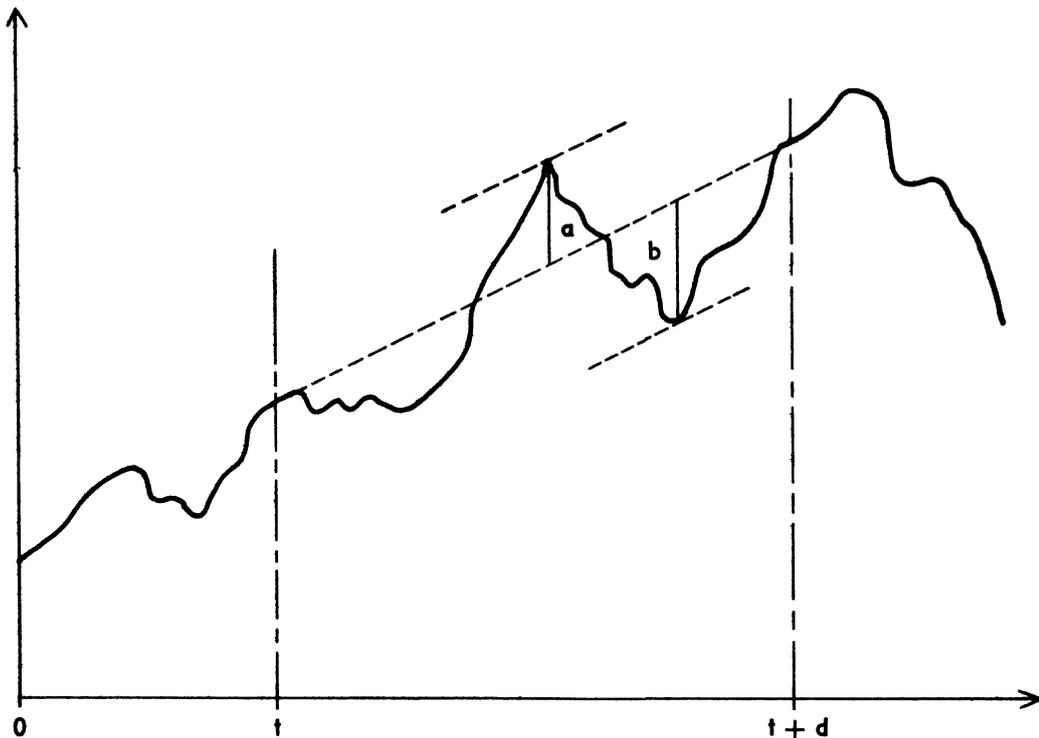
$d$  la valeur du décalage pris en considération.

$h$  le coefficient de persistance à long terme.

$t$  le point de départ.

### GRAPHIQUE 1

*Calcul de l'étendue pour une période donnée*



De nombreuses simulations ont établi que dans le cas de variables gaussiennes stationnaires et indépendantes  $R/S_{(t,d)}$  croît comme  $d^{0,5}$  (Mandelbrot et Wallis, 1969 [7]). E.-H. Hurst a montré que dans le cas du Nil le coefficient  $H$  est très nettement supérieur à 0,5. Cette valeur élevée du coefficient  $H$  est due, ainsi que l'a établi B. Mandelbrot ([3], p. 360) à une *structure de corrélation complexe de la chronique étudiée*. Théoriquement le coefficient  $H$  peut, suivant le phénomène étudié, prendre toutes valeurs comprises entre 0 et 1 exclus.

b) *Application de la méthode R/S aux cours boursiers*

Remarquons tout d'abord que l'existence d'une persistance à long terme ne préjuge en rien de l'existence de dépendances à court terme <sup>(1)</sup>.

Les cas où  $H$  est différent de 0,5 excluent l'hypothèse que les variations de cours soient gaussiennes et indépendantes. Ainsi un coefficient  $H$  supérieur à 0,5 (persistance à long terme positive) indique une grande richesse de la chronique en « cycles longs » : cette situation rendrait profitable une utilisation de méthodes d'analyse technique. Par contre une interprétation possible est d'imputer un coefficient  $H$  inférieur à 0,5 à des manipulations de titre, certains opérateurs intervenant sur le marché de façon à réguler les cours (D. Zajdenweber, 1974, p. 26 [1] ); cette interprétation se justifie dans la mesure où dans de telles chroniques de grandes variations positives ont tendance à être compensées par de grandes variations en sens contraire (B. Mandelbrot et J-R. Wallis, 1969, p. 229 [7]).

La valeur de  $H$  constitue par conséquent une mesure du degré d'imperfection des marchés boursiers.

c) *Estimation du coefficient H*

La relation (2) peut s'écrire :

$$\text{Log}_e (R/S_{(t,d)}) = \text{Log}_e C + H \text{Log}_e d \quad (3)$$

Ainsi le coefficient  $H$  est la pente sur un graphique doublement logarithmique du faisceau de droites entrelacées obtenues en portant en ordonnée les différentes valeurs de  $R/S_{(t,d)}$  pour une suite de décalage successifs  $d$  portés en abscisse. Un faisceau de droite est obtenu car les décalages  $d$  successifs sont appliqués à différentes dates de départ. Dans notre étude, nous avons retenu 15 dates de départ divisant en quinze tronçons égaux la période étudiée.

A ces dates de départ sont appliqués 16 décalages. Ces décalages ont été choisis de façon que le logarithme de la distance entre deux points successifs soit constant. Ainsi étant donné  $D_1$  et  $D_2$  les deux premiers décalages déterminés arbitrairement, la valeur des autres décalages  $D_i$  sera :

$$D_i = e^{(2 \text{Log}_e D_{i-1} - \text{Log}_e D_{i-2})} \quad (4)$$

Cette valeur est indépendante de la base du logarithme. Les 16 décalages pris en considération dans cette étude sont les suivants : 10, 14, 20, 27, 38, 54, 75, 105, 146, 207, 289, 405, 567, 794, 1 111 et 1 556 jours <sup>(2)</sup>. Le graphique  $R/S$  comporte par conséquent 16 points; pour chacun de ces points l'on dispose d'un ensemble de valeurs  $R/S$  dont le nombre varie de 10 à 15 sur la période 1957-1971.

3° *Les résultats sur la période 1957-1971*a) *Description des résultats*

Trois principaux types de résultats ont été obtenus. Une illustration pour la société Tour Eiffel sur la période 1957-1971 est fournie dans les pages suivantes. Le tableau I présente pour chaque décalage la valeur maximum, minimum et moyenne de  $R/S$ . Le gra-

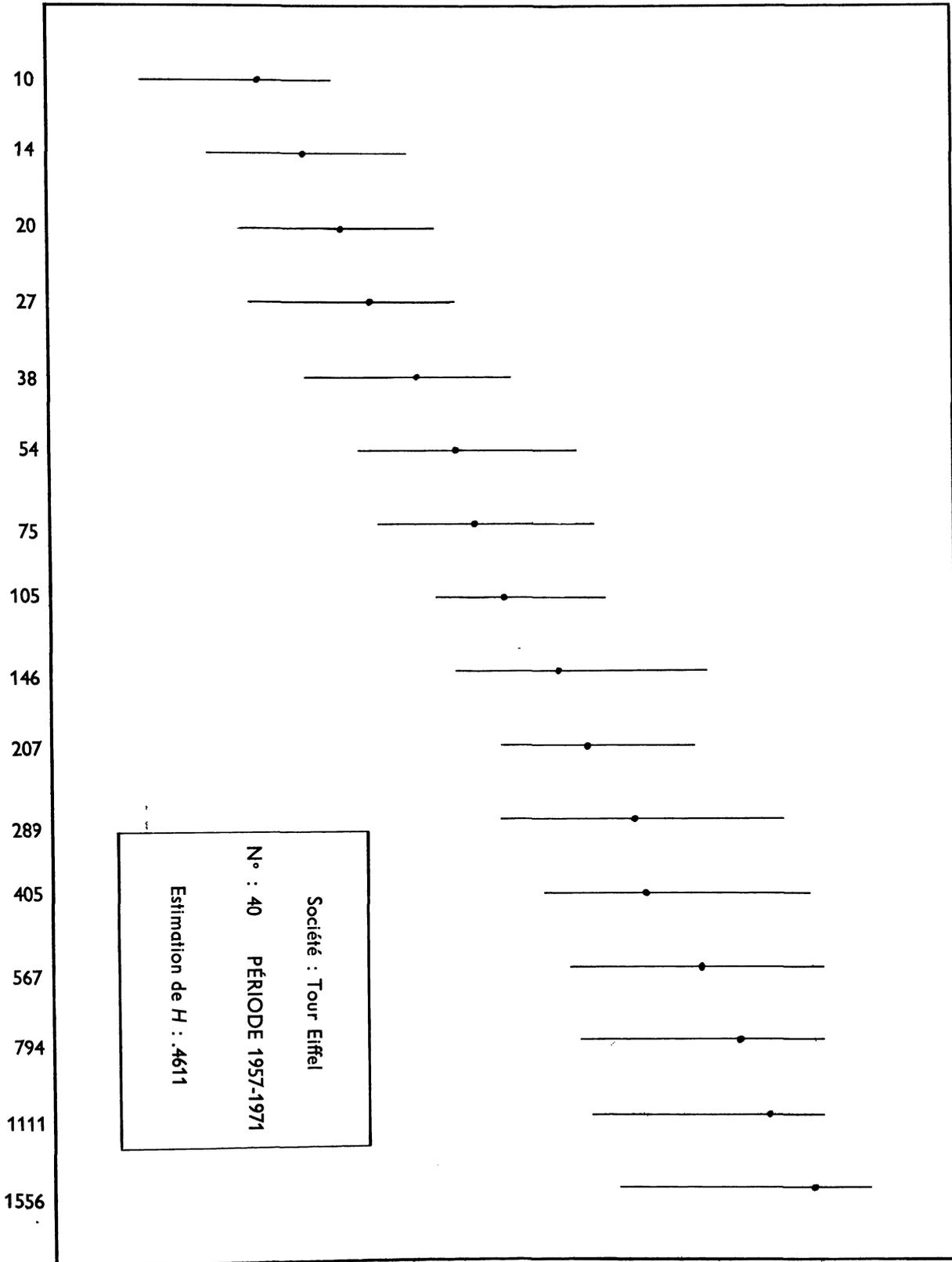
1. Dépendance pouvant, sous certaines conditions, être mesurée par la méthode d'autocorrélation des variations de rentabilité par exemple. A ce sujet, il est possible de se reporter à notre récente étude sur le marché financier français [12].

2. L'estimation du coefficient  $H$  est peu sensible à la valeur des décalages pris en considération. Sur la période 1957-1971, en adoptant les 16 décalages suivants : 12, 16, 21, 28, 38, 51, 67, 89, 120, 160, 213, 284, 379, 505, 673, 898 le coefficient de détermination entre les deux séries de coefficients  $H$  obtenus est supérieur à 98 %. Il est cependant important de ne pas choisir de décalages inférieurs à 10 (B. Mandelbrot [4], p. 284).



GRAPHIQUE 2

1,6619 2,3955 3,5960 5,3981 8,1035 12,1646 18,2609 27,4126 39,5116



b) Il n'est pas possible d'exposer ici l'ensemble des résultats obtenus. Le tableau III rassemble les différentes valeurs de  $H$  rangées par ordre croissant. Le coefficient de persistance étant mesuré sur la période 1957-1971, puis sur les sous-périodes 1957-1962 et 1963-1971.

c) *Analyse des résultats obtenus*

Remarquons tout d'abord l'intérêt de disposer d'une période de 15 années de cotation journalière, au niveau de l'estimation de la pente du graphique  $R/S$ . Il nous est ainsi possible de disposer de 16 décalages, et pour chacun de ces décalages d'un nombre non négligeable de valeurs de  $R/S$ .

Le coefficient  $H$  établi sur 1957-1971, va de 0,443 pour la société Raffineries de soufre à 0,590 pour la société S. K. F. Suède. Est-il possible, sur la base de ces résultats, d'effectuer une segmentation du marché boursier parisien entre : d'une part les titres pour lesquels l'utilisation de méthodes d'analyse technique permettrait de dégager un profit supérieur à celui de la stratégie « Buy and hold »; et d'autre part ceux faisant l'objet d'interventions visant à régulariser leurs cours? *Auparavant, il importe de savoir dans quelle mesure les valeurs estimées de  $H$  sont significativement différentes de 0,5*. Malheureusement, aucune méthode statistique ne nous permet de faire cette estimation, aussi allons-nous procéder de façon empirique.

1. *Stratégie d'intervention systématique et coefficient de persistance supérieur à 0,5*

Le tableau IV reprend les résultats obtenus A. Galesne dans son article de 1975 sur les méthodes de filtres [16]. Dans ce tableau est étudiée la performance des stratégies de simple investissement et de filtres pour les titres classés par ordre décroissant du coefficient  $H$  calculé sur 1957-1971. Les stratégies de filtres présentées sont appliquées sur 1964-1971 et 1969-1971 sur la base de paramètres optimaux (tailles de filtres) estimés sur la période précédente (1957-1963 ou 1957-1968).

TABLEAU IV

*Stratégies d'intervention et coefficient  $H$*

			Moyenne sur les				Moyenne générale (102 titres)
			15 premiers	25 premiers	35 premiers	47 premiers	
Méthode des filtres (1)	1964 1971	B. and H. Filtre	-0,0038 0,0182	-0,00084 0,0276	0,0024 0,0226	0,0063 0,0245	-0,0078 0,0051
	1969 1971	B. and H. Filtre	0,078 0,0533	0,0775 -0,00007	0,0261 0,0105	0,079 0,0096	0,0678 -0,0004
Coefficient $\beta$			1,0036	1,092	1,102	1,064	0,9907
Coefficient $\alpha$			0,0361	0,0386	0,0406	0,0294	0,0193

$\beta$  mesure la volatilité (risque systématique) du titre  $i$

$$R_{i,t} = \alpha_i + \beta_i RM_t + \varepsilon_{i,t}$$

$R_{i,t}$  : rentabilité du titre  $i$  en  $t$ .

$RM_t$  : rentabilité de l'indice en  $t$ .

$\alpha_i$  et  $\beta_i$  paramètres estimés par la méthode des moindres carrés.

1. Les résultats obtenus aux stratégies de filtres et de simple investissement utilisés dans ce tableau sont empruntés à un article de A. Galesne [16].

TABLEAU III

Classement des sociétés de l'échantillon CEREFIA par rapport  
à la valeur croissante de H sur la période 1957-1971

N°	Identification Nom	H	H	H
		1957-1971	1957-1962	1963-1971
26	Raffineries de soufre	0,443	0,516	0,375
40	Tour Eiffel	0,461	0,303	0,518
46	S. A. G. A.	0,466	0,510	0,455
85	SAVIEM	0,470	0,509	0,456
22	Chargeurs Réunis	0,470	0,498	0,461
95	Providence	0,473	0,478	0,447
74	Escault-Meuse	0,473	0,554	0,452
67	Fourmies	0,489	0,470	0,473
93	Primagaz	0,482	0,507	0,493
66	Satam	0,486	0,487	0,504
89	Auxiliaire de Navigation	0,473	0,540	0,463
94	Le Lingot	0,486	0,535	0,484
72	Grande-Paroisse	0,486	0,534	0,438
86	C <sup>ie</sup> française des Pétroles	0,486	0,541	0,479
64	Papeteries Darblay	0,488	0,513	0,472
84	Paul Renard	0,488	0,455	0,499
45	Forcher	0,490	0,468	0,498
62	S. K. F. (France)	0,501	0,419	0,539
91	SOFRAGI	0,502	0,516	0,476
68	Carnaud	0,503	0,538	0,479
57	Ripolin	0,504	0,544	0,478
38	Soudure autogène	0,505	0,485	0,491
92	Motobécane	0,505	0,513	0,472
78	Crédit foncier de France	0,507	0,522	0,489
8	Antar	0,509	0,523	0,528
31	Bénédictine	0,509	0,517	0,501
19	Ciments français	0,509	0,518	0,517
81	Creusot	0,510	0,510	0,531
59	Sté Métal. de Senelle M.	0,510	0,577	0,517
44	Gévelot	0,514	0,511	0,515
30	Dunlop	0,517	0,550	0,530
71	Pièce 20 F	0,518	0,554	0,501
96	Talcs de Luzenac	0,518	0,481	0,561
83	Grand Hôtel	0,518	0,563	0,487
21	Beghin	0,522	0,535	0,501
53	Paris-Rhône	0,512	0,531	0,513
25	Arbel	0,519	0,533	0,543
35	Astral	0,519	0,527	0,516
65	Davum	0,521	0,560	0,521
99	Quartz et Silice	0,521	0,537	0,481
43	Roquefort	0,522	0,435	0,571
75	Nicolas	0,524	0,520	0,489
18	Air Liquide	0,530	0,503	0,541
69	Hydrocarbures de Saint-Denis	0,531	0,577	0,489
39	Zellidis	0,534	0,483	0,523
70	Au Bon Marché	0,545	0,524	0,556
82	Le Nickel	0,525	0,484	0,574
34	Prisunic	0,525	0,550	0,495
60	Abellie S. A.	0,526	0,454	0,562
88	Raffineries Say	0,527	0,508	0,552
52	Didot-Bottin	0,528	0,450	0,589
77	Sté Gaz et Eaux	0,528	0,594	0,445
90	T. R. T.	0,529	0,603	0,489
61	C <sup>ie</sup> Rousselot	0,531	0,585	0,512
55	Fonderies de précision	0,532	0,513	0,527
49	Magasins généraux de Paris	0,532	0,532	0,514
98	Rente foncière	0,534	0,496	0,535
51	C <sup>ie</sup> Gle Transat	0,535	0,554	0,547
6	Penhoët	0,535	0,493	0,565
29	Lambert Frères	0,537	0,591	0,502
87	Banque Indochine	0,540	0,549	0,568
97	C <sup>ie</sup> Gle des Eaux	0,540	0,483	0,555
80	Merlin-Gérin	0,541	0,494	0,550
48	Papeteries de Navarre	0,542	0,567	0,530
73	Cusenier	0,543	0,542	0,504
50	Fromageries Bel	0,544	0,521	0,541
32	Vittel	0,550	0,473	0,597
63	Chimique de la route	0,550	0,555	0,500
20	Ciments Lafarge	0,550	0,517	0,566
58	Les Grands Moulins de Paris	0,552	0,541	0,536
56	Tissmétal	0,553	0,552	0,583
3	Afrique occidentale	0,559	0,549	0,547
33	Agache Willot	0,559	0,552	0,591
47	Constructions routes	0,559	0,589	0,513
103	Nestlé	0,569	0,613	0,519
79	Chausson	0,569	0,560	0,593
76	Mors	0,569	0,608	0,570
54	Sté du Louvre	0,572	0,606	0,545
4	Alsthom	0,572	0,545	0,577
42	Agence Havas	0,575	0,536	0,543
87	Jaeger	0,579	0,615	0,571
16	Michelin B	0,582	0,516	0,596
36	Foncière Lyonnaise	0,587	0,485	0,616
102	S. K. F. (Suède)	0,590	0,587	0,598
	Moyenne	0,523	0,525	0,520

Les résultats obtenus montrent qu'il ne semble pas possible d'utiliser avec profit une méthode d'intervention systématique sur la base des coefficients  $H$  les plus élevés. Ce résultat est renforcé par le fait que la valeur du coefficient  $H$  ayant servi au rangement des titres dans le tableau IV, est estimé sur 1957-1971.

## 2. Évolution du coefficient $H$ de 1957 à 1971

Le tableau III présente la valeur du coefficient  $H$  sur les périodes 1957-1962, puis 1963-1971. Ainsi qu'il est possible de le constater pour la plupart des titres, la valeur du coefficient  $H$  déterminée sur la période 1963-1971, est sans rapport avec celle calculée sur la période 1957-1962. Le coefficient de détermination associé à la relation (6) est égal à 0,33 %.

$$H_{63-71} = a + b \cdot H_{57-62} \quad (6)$$

## CONCLUSION

Cette étude ne permet pas la mise en évidence de persistance (« négative ou positive ») à la Bourse de Paris. Il semble qu'un coefficient  $H$  compris entre 0,4 et 0,6 ne puisse être considéré comme différent de 0,5.

Ce résultat est conforme à la théorie des marchés efficients : la connaissance du passé n'étant d'aucune utilité dans la prévision des cours d'une part (persistance positive non vérifiée), et d'autre part aucune intervention visant à régulariser le cours des titres ne pouvant être décelée (persistance négative non vérifiée).

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] ZAJDENWEBER D. — Les variations quotidiennes du cours de la barre d'or à la Bourse de Paris. *Cahiers de Recherche du C. E. S. A.*, oct. 1974.
- [2] HURST H.-E. — Methods of using long-term storage in reservoirs. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*. Part I, p. 519, 1956 (cité dans B. Mandelbrot, 1973 [3]).
- [3] MANDELBROT B. — Le problème de la réalité des cycles lents et le « Syndrome de Joseph ». *Économie appliquée*, t. XXVI, n° 2-3-4, 1973.
- [4] MANDELBROT B. — Statistical methodology for non-periodic cycles : from the variance to  $R/S$  analysis. *Annals of Economic and Social Measurement*, I, July 1972, pp. 259-290.
- [5] MANDELBROT B., VAN NESS J. — Fractional Brownian motions, fractional noises and applications. *Siam review*, X, Oct. 1968, p. 422-437.
- [6] MANDELBROT B., WALLIS J.-R. — Noah, Joseph and operational hydrology. *Water Resources Research*, IV, Oct. 1968, pp. 909-918.
- [7] MANDELBROT B., WALLIS J.-R. — Computer experiments with fractional Gaussian Noises. *Water Resources Research*, V, Febr., 1969, pp. 228-267.
- [8] MANDELBROT B., WALLIS J.-R., — Robustness of the Rescaled Range and the measurement of long run statistical dependence. *Water Resources Research*. V. Oct. 1969, pp. 967-988.

- [9] ZAJDENWEBER D. — Les variations quotidiennes du cours de la barre d'or à la Bourse de Paris (suite). *Cahiers de Recherche du C. E. S. A.*, janv. 1975.
- [10] ZAJDENWEBER D. — Fluctuations des cours des actions cotées à la Bourse de Paris (marché à terme). *Cahiers de Recherche du C. E. S. A.*, mars 1975.
- [11] ZAJDENWEBER D. — Hasard et prévision. Collection Les fondements de l'Économie moderne. Sirey (à paraître).
- [12] HAMON J. — L'efficience du marché financier français : étude d'autocorrélation des variations de cours. Document de Recherche (CEREFIA).
- [13] HAMON J. — Application d'un modèle de moyennes mobiles au marché français des valeurs à revenu variable. *Revue de Science financière*, oct. 1973.
- [14] FAMA E.-F. — The Behavior of stock market prices. *Journal of Business*, 1965, p. 45.
- [15] MOORE A. — A Statistical Analysis of Common-stock Prices. Dissertation. Chicago, 1962 (cité dans E.-F. Fama [14]).
- [16] GALESNE A. — Performances and validity of a filter strategy on the French Stock Market 1957-1971. Proceedings of the European Finance Association. North Holland publishing Company, Oct. 1975.