

ÉRIC BRIYS

HENRI LOUBERGÉ

**Les déterminants de la demande d'assurance-dommages.
Une synthèse de la littérature**

Journal de la société statistique de Paris, tome 127, n° 3 (1986), p. 178-191

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1986__127_3_178_0

© Société de statistique de Paris, 1986, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

LES DÉTERMINANTS DE LA DEMANDE D'ASSURANCE-DOMMAGES. UNE SYNTHÈSE DE LA LITTÉRATURE (1)

Éric BRIYS,
professeur-assistant de finance au Centre HEC-ISA, Jouy-en-Josas
et Henri LOUBERGÉ
professeur d'économie politique à l'Université de Genève

L'article montre comment les recherches en théorie économique et financière ont conduit à élaborer une théorie des décisions individuelles en matière d'assurance-dommages. Les premiers modèles de demande d'assurance étudiaient le comportement face à des risques isolés. Les modèles plus récents adoptent une approche plus globale qui conduit à reconsidérer le rôle de l'assurance dans l'ensemble du portefeuille d'actifs de l'individu.

The paper surveys recent results in the theory of non-life insurance demand and explains how these results are related to research trends in financial theory. A first group of models analyzed optimal insurance purchasing when the individual faces a single risk. More recently, these models were extended to the general case of multiple sources of risk and incomplete markets for insurance. The main result of this new approach is that insurance demand cannot be separated from other portfolio decisions.

I — INTRODUCTION

Les travaux de recherche sur la demande d'assurance que publient les revues économiques et financières déconcertent généralement les praticiens de l'assurance. Ces derniers souhaiteraient sans doute y trouver des analyses éclairantes sur les problèmes qu'ils se posent quotidiennement, ou des vérifications statistiques d'un certain nombre d'hypothèses simples portant sur des données agrégées. Par exemple, ils aimeraient probablement disposer de mesures fiables sur l'élasticité-revenu de la demande d'assurance-dommages, ou d'indications sur les effets à attendre en matière d'assurance-automobile de la baisse d'un point du coût du crédit. Or, à quelques exceptions près — Becker (1979), Outreville (1981) — les chercheurs académiques ne réalisent pas de telles études. Ils laissent ce soin aux services économiques des grandes compagnies d'assurance ou de réassurance, aux organismes professionnels et aux services d'information économétrique.

Pour expliquer le manque d'études de ce type on invoque souvent l'absence de données disponibles et la difficulté de réunir des données nouvelles en s'adressant directement aux compagnies d'assurances. Il y a du vrai dans cette explication, mais elle n'est pas suffisante. Il faut aussi tenir compte des objectifs poursuivis dans la recherche académique en économie financière.

A quoi, en effet, s'intéressent les chercheurs académiques lorsqu'ils étudient la demande d'assurance?

La réponse à cette question peut surprendre, et elle éclaire la déception des praticiens : les chercheurs ne s'intéressent pas à la demande d'assurance en tant que telle. En fait, ils travaillent à la construction d'un édifice — la théorie économique et financière — qui englobe les problèmes d'assurance mais qui va aussi bien au-delà. Leur souci, ce n'est pas l'assurance stricto-sensu, mais l'élaboration d'un corps de théories permettant d'expliquer le plus grand nombre de phénomènes possibles, y compris les phénomènes d'assurance. C'est pourquoi ils partent du cœur de la théorie

1. Communication présentée au Congrès annuel de l'Association française de finance, Paris, 12 décembre 1985

économique et financière — l'étude des comportements individuels en incertitude — pour établir rigoureusement un certain nombre de propositions qui, il est vrai, ne correspondent pas toujours à l'attente des praticiens.

En d'autres termes, les représentants du monde de l'assurance souhaiteraient une recherche appliquée, basée sur une démarche inductive, afin d'obtenir des résultats immédiatement utilisables. Les chercheurs en économie et en finance s'intéressent par contre à une recherche fondamentale, procédant par déduction, et située dans le cadre de la théorie économique et financière.

Certes, les spécialistes d'économie financière pourraient contribuer simultanément aux deux approches car elles ne sont pas mutuellement exclusives, mais ils ne le font pas, essentiellement pour trois raisons. D'abord à cause du manque de données statistiques évoqué plus haut. Ensuite, parce que seul un petit nombre d'entre eux s'intéresse à l'assurance, notamment en Europe, et plus particulièrement en France. Enfin, parce que l'étude économique et financière de l'assurance est encore dans l'enfance. Le cadre théorique indispensable pour réaliser des études appliquées de bonne qualité n'a commencé à émerger que dans les années soixante, notamment avec les travaux de Arrow (1963, 1964, 1965) sur l'assurance comme actif financier conditionnel dans une économie d'incertitude. Compte tenu du petit nombre de chercheurs travaillant sur ce sujet, il n'est pas encore tout à fait adéquat aujourd'hui, surtout en ce qui concerne l'étude de la demande d'assurance où les progrès ont été moins réguliers que dans l'étude des entreprises d'assurances, ou dans celle du fonctionnement des marchés d'assurance avec asymétrie d'information.

Toutefois, la théorie de la demande d'assurance, telle qu'elle existe aujourd'hui, n'est pas dénuée d'intérêt pour les assureurs. Elle s'est développée en deux étapes que nous retraçons dans ce qui suit. La première étape concerne la demande d'assurance pour un risque isolé (section II). Elle s'est déroulée essentiellement autour de 1970 et elle a un caractère exploratoire. La deuxième étape est toujours en cours. Elle a débuté après 1981 et elle concerne la demande d'assurance en présence de risques multiples (section III). Même si les résultats établis au cours de ces deux vagues de travaux ne fournissent pas aux assureurs des réponses immédiates à leurs problèmes de gestion au jour le jour, certains d'entre eux ont des implications profondes pour la conduite stratégique des affaires d'assurance. Surtout, ils contribuent à l'élaboration d'une théorie économique et financière de l'assurance qui n'est pas sans importance pour l'avenir de ce secteur car elle modifie progressivement l'image que les économistes, et à travers eux le public, s'en font.

II — LA DEMANDE D'ASSURANCE POUR UN RISQUE ISOLÉ

II.1. Le modèle de base

Les travaux portant sur la demande d'assurance pour un risque isolé utilisent tous, à quelques variantes près, le même modèle de base. Dans ce modèle, l'individu dispose d'une richesse initiale W dont le montant est supposé connu (ce n'est pas une variable aléatoire). Il fait face à un risque représenté par un dommage de montant aléatoire \bar{X} . L'individu peut s'assurer contre ce risque, soit complètement, soit partiellement. Il doit donc choisir un pourcentage de couverture α ($0 \leq \alpha \leq 1$), c'est-à-dire formuler une demande d'assurance. Si $P(\alpha, \bar{X})$ représente la prime d'assurance, la richesse finale de l'individu est alors la variable aléatoire \bar{Y} définie par :

$$(1) \quad \bar{Y} = W - P(\alpha, \bar{X}) - (1 - \alpha) \bar{X}$$

Lorsque l'individu choisit l'assurance complète ($\alpha = 1$), sa richesse finale devient certaine. On a alors : $Y = W - P(1, \bar{X})$.

Généralement, les auteurs supposent que la prime d'assurance est calculée à partir de l'espérance mathématique des indemnités que l'assureur aura à verser, soit $\alpha E(\bar{X})$. Cette prime pure subit un

« chargement » au moyen d'un coefficient λ ($\lambda > 0$), qui reflète les coûts supportés par la compagnie d'assurance et la rémunération du risque d'entrepreneur qu'elle assume. La prime d'assurance s'écrit alors :

$$(2) \quad P(\alpha, \bar{X}) = (1 + \lambda) \alpha E(\bar{X})$$

Si $\lambda = 0$, la prime d'assurance est dite « équitable » (« actuarially fair »).

En utilisant (2), la richesse finale de l'individu se réécrit :

$$(3) \quad \bar{Y} = W - (1 + \lambda) \alpha E(\bar{X}) - (1 - \alpha) \bar{X}$$

Le problème consiste alors à déterminer

a) Quel est le niveau de α préféré par l'individu.

b) Comment ce niveau varie lorsque l'un des paramètres du modèle se modifie.

Parmi les travaux qui ont utilisé ce modèle de base, il convient d'opérer une distinction entre deux grands groupes :

— ceux — les plus nombreux — qui utilisent le principe de Bernoulli comme cadre de référence fondamental des décisions individuelles en incertitude;

— ceux — beaucoup plus rares — qui examinent comment les résultats sont modifiés lorsque le principe de Bernoulli est abandonné, au profit de critères de décision en incertitude plus frustes.

II.2. *Le principal courant de recherches*

Le principe de maximisation de l'espérance d'utilité a été proposé par Daniel Bernoulli dès 1738. Il a été réactualisé et formulé comme théorème par von Neumann et Morgenstern en 1947. Ces auteurs ont établi que des individus cohérents dans leurs choix se comportent en incertitude comme s'ils maximisaient l'espérance mathématique d'un indice cardinal de satisfaction en utilisant leurs probabilités subjectives des différents états de la nature envisageables.

Ce principe constitue aujourd'hui le fondement de toute la théorie économique du risque et de l'incertitude, et c'est pourquoi il a été utilisé pour analyser de manière rigoureuse le comportement individuel en matière de demande d'assurance. Les travaux les plus marquants à cet égard sont ceux de Friedman et Savage (1948), Arrow (1963), Mossin (1968), Ehrlich et Becker (1972), Arrow (1974) et Schlesinger (1981). Ils ont abouti aux résultats suivants :

Proposition 1 (Friedman et Savage)

Lorsque la prime d'assurance comporte un chargement ($\lambda > 0$), seuls les individus éprouvant de l'aversion pour le risque (risquophobes) acceptent de s'assurer.

Proposition 2 (Arrow (1963) et Mossin)

Lorsque la prime d'assurance est équitable ($\lambda = 0$), un individu risquophobe choisit l'assurance complète.

Proposition 3 (Arrow (1963) et Mossin)

Lorsque la prime d'assurance comporte un chargement ($\lambda > 0$), l'assurance complète n'est pas optimale pour un risquophobe : celui-ci préfère une assurance partielle ($\alpha < 1$) ou un contrat d'assurance avec franchise.

Proposition 4 (Arrow, (1974))

Lorsque la prime d'assurance comporte un chargement ($\lambda > 0$), et lorsque l'utilité de l'individu risquophobe varie en fonction des états de la nature, le montant optimal de franchise varie également en fonction des états de la nature.

Proposition 5 (Mossin)

En situation d'assurance partielle, si l'aversion absolue pour le risque de l'individu risquophobe est une fonction décroissante de sa richesse, le pourcentage optimal de couverture d'assurance diminue lorsque la richesse de l'individu augmente.

Proposition 6 (Schlesinger)

En situation d'assurance partielle, le pourcentage optimal de couverture d'assurance augmente lorsque l'aversion pour le risque augmente.

Proposition 7 (Ehrlich et Becker)

L'assurance et la prévoyance (mesures de sécurité passive) sont des substituts : une augmentation des dépenses visant à limiter le montant des sinistres se traduit par une baisse de la demande d'assurance individuelle.

Proposition 8 (Ehrlich et Becker)

L'assurance et l'autoprotection (mesures de sécurité active) sont complémentaires lorsque la prime d'assurance dépend du degré d'autoprotection. Elles sont substituables dans le cas contraire : c'est le phénomène de « hasard moral » bien connu des assureurs.

Parmi les résultats qui précèdent certains peuvent paraître « évidents ». A l'inverse, d'autres ont un caractère paradoxal (par exemple, la proposition 3). Mais si l'on veut apprécier ces résultats, il convient de se rappeler les motivations auxquelles ils font écho. L'objectif est de vérifier, ou d'illustrer, la pertinence et la fertilité du principe de maximisation de l'espérance d'utilité en montrant qu'il permet de faire une place à l'assurance dans le champ de la théorie économique. Pour les économistes qui s'intéressent à l'assurance, ces résultats sont certes encore insuffisants, mais ils sont précieux. Ils signifient qu'un certain nombre de propositions simples sont désormais établies sur des bases solides, et qu'il est possible de s'en servir pour faire progresser l'enseignement et la recherche dans ce domaine.

II.3. Les autres approches

Parmi les propositions précédentes, celle qui a éveillé le plus de curiosité auprès des chercheurs est la proposition 3, car elle ne semble pas correspondre à la réalité observée. On sait que les assurés n'acceptent pas volontiers des contrats à couverture partielle. Ces derniers sont le plus souvent imposés par les assureurs, nonobstant les préférences des assurés. C'est vrai dans les branches d'assurances concernant les personnes (automobile, vol, maladie, etc...); c'est vrai aussi dans les branches qui concernent les entreprises : par exemple, l'assurance des crédits commerciaux. Or les modèles basés sur le principe de maximisation de l'espérance d'utilité démontrent qu'un individu risquophobe devrait toujours préférer une couverture d'assurance partielle, dès lors que la prime d'assurance est supérieure à l'espérance de paiement d'indemnités par l'assureur. Il y a là un paradoxe qui conduit à remettre en cause le modèle de base ou le principe de comportement en incertitude auquel il est fait appel dans l'analyse.

Les travaux qui introduisent des modifications dans le modèle de base sont présentés dans la section III. Commençons donc par examiner les recherches qui abandonnent le principe de maximisation de l'espérance d'utilité et le remplacent par un autre critère de décision en incertitude.

Les théoriciens de la décision ont proposé de nombreuses règles de comportement susceptibles de concurrencer le principe de Bernoulli. Les plus récentes d'entre elles sont le produit d'efforts ambitieux pour formuler une théorie du comportement en incertitude plus générale que celle élaborée par von Neumann et Morgenstern : voir par exemple Kahneman et Tversky (1979) ou Loomes et Sugden (1982). Les autres sont plus rudimentaires : elles sont basées sur un principe simple, susceptible

de s'appliquer aux individus et aux groupes d'individus qui ne peuvent pas, ou ne veulent pas, utiliser des mesures de probabilité dans leur processus de décision. Ces règles plus anciennes sont : le critère du regret minimax dû à Savage, la règle de Hurwicz, la règle du minimax et la règle du maximin. Elles sont les seules à avoir été jusqu'ici appliquées au problème de la demande d'assurance.

● *Le critère du regret minimax (Savage)*

Ce critère part de l'hypothèse que les individus cherchent à minimiser le regret qu'ils vont éprouver, ex post, de n'avoir point pris la décision conduisant au meilleur résultat. Razin (1976) s'en est servi pour formuler une nouvelle théorie de la demande d'assurance. Il justifie son approche en faisant observer que le critère de Savage est mieux approprié aux décisions de groupe que le principe de Bernoulli. Il est donc plus pertinent lorsqu'il s'agit d'étudier les décisions d'assurance d'une entreprise.

Razin travaille sur un modèle à deux états de la nature seulement (dommage total ou absence de dommage), et les résultats qu'il obtient sont encore plus frappants que les précédents :

Proposition S1

Une couverture partielle (franchise positive) est toujours optimale, même lorsque la prime d'assurance est équitable.

Proposition S2

Le montant de la franchise optimale est exactement déterminé : il est égal au montant de la prime d'assurance qui s'appliquerait pour une assurance complète.

Proposition S3

Ce montant est indépendant de la richesse du décideur : un individu plus fortuné ou une firme de plus grande taille ne préfèrent pas un niveau de couverture inférieur.

Ainsi le paradoxe auquel il a été fait allusion plus haut n'est pas résolu : il est renforcé.

● *Le critère de Hurwicz*

Ce critère suppose que les individus effectuent leurs choix en incertitude comme s'ils se conformaient à une règle très simple. Pour chaque action envisageable, ils considèrent seulement le meilleur et le pire des résultats auxquels cette action pourrait aboutir; puis ils pondèrent ces deux résultats par un coefficient subjectif de pessimisme pour obtenir un indice associé à l'action considérée. L'action qu'ils choisissent est celle qui obtiendrait l'indice le plus élevé si ce processus de choix était effectivement réalisé

Le critère de Hurwicz a été appliqué aux choix en matière d'assurance par Briys et Loubergé (1985) qui le justifient en invoquant les travaux de Herbert Simon (1955) sur l'hypothèse de rationalité limitée des individus. Les résultats qu'ils obtiennent sont plus nuancés que les précédents. En effet, dans leur modèle, le choix par l'individu d'un pourcentage de couverture d'assurance donné dépend du rapport observé entre le coefficient de pessimisme et les éléments qui déterminent la prime d'assurance : distribution de probabilité des montants de sinistre, valeur du coefficient de chargement. Ces résultats tiennent en quatre propositions :

Proposition H1

Une couverture d'assurance complète ($\alpha = 1$) peut être optimale, même lorsque la prime d'assurance comporte un chargement ($\lambda > 0$).

Proposition H2

Une couverture d'assurance partielle ($\alpha < 1$) peut être optimale, même lorsque la prime d'assurance est équitable ($\lambda = 0$).

Proposition H3

S'il n'existe que deux états de la nature (perte totale ou absence de dommage), une assurance partielle n'est jamais optimale. Seules les solutions extrêmes sont retenues par les individus : assurance complète ou pas d'assurance du tout.

Proposition H4

La richesse de l'individu n'a aucune influence sur sa décision d'assurance.

Ainsi, le critère de Hurwicz permet d'obtenir des résultats qui sont conformes à l'observation de la réalité. Cela ne signifie pas forcément que l'emploi de ce critère dans la théorie de la demande d'assurance est plus judicieux que l'emploi du principe de Bernoulli. Nous verrons dans la section III qu'une modification du modèle de base permet de réconcilier les résultats obtenus à partir du principe de Bernoulli et les choix que font les individus en matière d'assurance.

- *Les critères du minimax et du maximax*

Ces critères sont en fait des cas particuliers du critère de Hurwicz. Leurs implications en matière d'assurance ont été examinées par Briys et Loubergé (1985).

Le critère du minimax correspond à l'hypothèse d'un individu ultra-pessimiste : son coefficient de pessimisme est égal à 1. Un tel individu choisit toujours l'assurance complète si la prime d'assurance est équitable : mais il peut préférer une assurance partielle si le coefficient de chargement dépasse un certain seuil.

Le critère du maximax correspond à l'hypothèse d'un individu ultra-optimiste : son coefficient de pessimisme est nul. Pour un tel individu, une décision de non-assurance est toujours optimale.

II. 4. Les limites des modèles de demande d'assurance pour un risque isolé

Les résultats présentés jusqu'ici sont regroupés dans le tableau 1. A l'évidence, ils sont très contrastés. Pourtant, il convient de souligner que ces différentes approches ont un point commun. Dans chacune d'entre elles le cadre d'analyse est restreint à un seul risque assurable. A aucun moment il n'est fait mention de sources de risques multiples et du portefeuille d'actifs de l'individu considéré. Cette simplification peut sembler étrange puisque la théorie moderne de la finance n'a cessé, depuis une vingtaine d'années, de s'intéresser aux choix de portefeuille et aux phénomènes de covariances entre rendements des actifs constituant les portefeuilles. Selon Mayers et Smith (1983), la plupart des études sur la demande optimale d'assurance ont posé deux hypothèses (souvent implicites). La première postule qu'il existe seulement une source d'incertitude affectant la situation de l'individu. La seconde (corollaire de la première), c'est qu'il n'existe qu'un seul moyen pour se couvrir contre cette source d'incertitude : l'assurance. Or, si l'on se réfère à un monde à la Fama-Miller (1972), où les marchés de capitaux sont absolument parfaits (absence d'impôts et de coûts de transaction, information parfaite, actifs parfaitement négociables et divisibles), l'assurance en tant qu'institution disparaît car elle devient parfaitement inutile. Dans un tel monde « idéal », les individus peuvent vendre, émettre et acheter des titres de créance sur n'importe quel actif (y compris le capital humain) et diversifier ainsi leur portefeuille. Ils peuvent de cette façon éliminer le risque dit « diversifiable » (par opposition au risque systématique, ou risque de marché), qui n'est en fait rien d'autre que le risque assurable*. Si ce risque peut être éliminé sans coût par simple agencement du portefeuille, le contrat d'assurance en tant qu'actif de couverture est un actif inutile.

* Le risque de marché est réputé non assurable à cause de son caractère « catastrophique ».

TABLEAU 1

Résultats de la théorie de la demande d'assurance pour un risque isolé

Principe de décision	Facteur de chargement nul	Facteur de chargement positif
Espérance d'utilité Regret minimax Règle de Hurwicz Minimax Maximax	Assurance complète Assurance partielle Assurance complète ou partielle Assurance complète pas d'assurance	Assurance partielle Assurance partielle Assurance complète ou partielle Assurance complète ou partielle pas d'assurance

La condition nécessaire pour expliquer l'existence d'une demande d'assurance est donc la présence de coûts de transaction constituant une entrave à la diversification. Si, pour réduire le risque spécifique d'un actif, l'assurance est un moyen moins onéreux qu'une opération financière de diversification du risque, alors l'activité des compagnies d'assurances est justifiée. Ainsi certains actifs sont-ils quasiment non négociables (capital humain, biens irremplaçables,...), tandis que d'autres se prêtent mal à une diversification (logement, voiture particulière, etc...). L'assurance vient alors se substituer à un processus de diversification des portefeuilles qui est nécessairement imparfait.

La prise en compte de multiples sources de risque et de multiples actifs suscite une autre interrogation. La littérature traditionnelle sur la demande optimale d'assurance a toujours considéré implicitement que la décision d'assurance est parfaitement séparable des autres décisions financières de l'individu. Cette restriction est très forte puisque la théorie moderne de la finance enseigne que la bonne mesure du risque d'un actif est sa contribution marginale au risque total du portefeuille de l'individu et non le risque total de cet actif considéré isolément. Il n'est donc pas acceptable de postuler dès le départ que la demande d'assurance est séparable des autres décisions. Plus précisément, les conditions de validité de cette hypothèse doivent être énoncées.

Ces quelques constats ont suscité un effort intense de révision des résultats présentés plus haut. Le modèle de base a été modifié pour mettre l'assurance en concurrence avec d'autres techniques de couvertures offertes par le marché financier. Les modèles de demande d'assurance pour un risque isolé cèdent aujourd'hui la place aux modèles à aléas multiples. Cette nouvelle orientation répond, au moins partiellement, au vœu de Gould (1969) :

"One important such generalization would be a model that considered all aspects of the consumer's portfolio decision instead of treating his collision insurance choice independently".

III — LA DEMANDE D'ASSURANCE EN PRÉSENCE DE RISQUES MULTIPLES

III.1. Un exemple simple

Lorsque les individus sont exposés à de multiples sources de risque qu'ils essaient de gérer au mieux des opportunités offertes par le marché, leur demande d'assurance est affectée par l'existence d'autres solutions que l'assurance pour réduire le risque total auquel ils font face. Dans ce qui suit nous illustrons cette idée à l'aide d'un modèle simple inspiré de Doherty et Schlesinger (1985). Dans ce modèle, l'individu est doté d'une richesse initiale aléatoire \bar{W} et il fait face à un risque de dommage \bar{X} . Par rapport au modèle de base de la section précédente, le seul changement est l'introduction d'un aléa sur W . Cela reflète par exemple le fait que les actifs de l'individu sont soumis

à un risque de marché (variation de prix) qui n'est pas assurable. La richesse finale aléatoire de l'individu devient donc (en l'absence d'assurance) :

$$(4) \quad \tilde{Y} = \tilde{W} - \tilde{X}$$

Supposons dans un premier temps que $\tilde{X} = \tilde{W} - k$, avec k constante positive. Dans ce cas particulier, on obtient $Y = \tilde{W} - \tilde{W} + k = k$. Si aucun contrat d'assurance sur X n'est souscrit, la richesse finale de l'individu est donc une constante k : elle est certaine. En fait, la structure de richesse de l'individu est telle qu'il existe déjà, au sein de son portefeuille, un mécanisme d'assurance : les pertes engendrées par le risque \tilde{X} sont exactement compensées par les gains engendrés sur la fortune \tilde{W} .

Que se passe-t-il alors si l'individu acquiert un contrat d'assurance pour se prémunir contre le risque d'un dommage de montant \tilde{X} ? Supposons que la prime d'assurance est équitable et que l'assurance est complète. La prime d'assurance est alors égale à l'espérance mathématique de sinistre : $P(1, \tilde{X}) = E(\tilde{X})$. Dans ce cas, la richesse finale de l'individu devient :

$$(5) \quad \tilde{Y} = \tilde{W} - E(\tilde{X}) = \tilde{W} - E(\tilde{W}) + k$$

La variabilité de \tilde{Y} est égale à celle de \tilde{W} , alors qu'elle était nulle dans la situation sans assurance, où l'on avait $Y = k$. Le résultat est clair et peut sembler paradoxal : la souscription d'un contrat d'assurance augmente le risque affectant la richesse finale. Si l'on veut réduire le risque, il faut renoncer à l'assurance.

Supposons maintenant que l'individu a la possibilité de souscrire une assurance partielle, pour un pourcentage α ($0 \leq \alpha \leq 1$), avec une prime que nous considérons toujours comme équitable. Le contrat qui lui est proposé est donc le suivant : payer une prime $\alpha E(\tilde{X})$, pour être indemnisé, le cas échéant, à hauteur de $\alpha \tilde{X}$. La richesse finale de notre individu s'écrit alors :

$$(6) \quad \tilde{Y} = \tilde{W} - \alpha E(\tilde{X}) - (1 - \alpha) \tilde{X} = \alpha [\tilde{W} - E(\tilde{W})] + k,$$

en conservant l'hypothèse que $\tilde{X} = \tilde{W} - k$. Le problème de l'individu est de choisir la valeur α optimale pour lui. En considérant l'équation (6), on constate que l'espérance de richesse finale $E(\tilde{Y})$ est égale à k : elle ne dépend pas de α . En revanche, la variance de cette richesse dépend de α puisqu'elle s'écrit :

$$(7) \quad \text{Var}(\tilde{Y}) = \alpha^2 \text{Var}(\tilde{W})$$

Or, comme un individu risquophobe préfère moins de variance à plus de variance, il va choisir la valeur α minimisant (7), c'est-à-dire $\alpha = 0$, puisqu'on obtient alors $\text{Var}(\tilde{Y}) = 0$. Par conséquent, l'individu conserve à sa charge la totalité du risque assurable : il préfère renoncer à l'assurance.

L'exemple choisi est évidemment un cas particulier, mais nous le présentons ici pour son intérêt pédagogique. Il permet de montrer à la loupe pourquoi la prise en compte des aléas multiples affecte la demande d'assurance : il peut exister, à l'intérieur du portefeuille d'actifs de l'individu, des relations de dépendance entre risques qui rendent l'assurance redondante. Bien entendu, ce n'est pas forcément le cas : comme on le verra ci-dessous, la relation de dépendance peut renforcer la demande d'assurance.

Avant d'en venir là, il faut souligner l'opposition très nette entre l'approche adoptée dans cette section et celle qui sous-tendait les modèles de la section précédente. Si nous avions raisonné ici dans un monde à la Arrow-Mossin, avec risque isolé, nous aurions obtenu un α optimal de 100 % au lieu de zéro. Ce résultat aurait été évidemment incorrect. Notre exemple a en effet clairement montré que la demande d'assurance est directement affectée par l'existence de sources de risques multiples non indépendantes du risque assurable.

III.2. Les principaux résultats de la théorie de la demande d'assurance avec risques multiples

La théorie de la demande d'assurance avec risques multiples est apparue dans les années 1980. Elle se situe soit dans le cadre du principe de maximisation de l'espérance d'utilité, soit dans le cadre plus restrictif du critère moyenne-variance. Les contributions les plus marquantes sont celles de

Doherty et Schlesinger (1983a, 1983b), Mayers et Smith (1983), Turnbull (1983), Doherty (1984), Kahane et Kroll (1985), Schulenburg (1986) et Schlesinger (1986). Les cinq premiers travaux cités mettent en évidence l'influence des relations de dépendance entre risques assurables et risques non assurables sur le pourcentage optimal de couverture d'assurance. Les deux derniers travaux introduisent un nouvel élément : l'effet induit des obligations de s'assurer contre certains risques.

Les principaux résultats obtenus dans ces travaux sont présentés ci-dessous et dans le tableau 2.

Proposition 9 (Doherty et Schlesinger, Mayers et Smith)

Lorsque l'individu fait face à plusieurs aléas, et lorsque la prime d'assurance est équitable ($\lambda = 0$) :

- a) l'assurance complète ($\alpha = 1$) est optimale si les risques sont indépendants;
- b) l'assurance partielle ($\alpha < 1$) est optimale si les risques assurables et non assurables sont corrélés négativement;
- c) la surassurance ($\alpha > 1$) est optimale si les risques assurables et non assurables sont corrélés positivement.

On remarque que le cas 9a) correspond à la proposition 2. En effet, lorsque \bar{W} (le risque non assurable) et \bar{X} (le risque assurable) sont indépendants, la décision d'assurer \bar{X} peut être considérée isolément. Le résultat 9b) est apparenté à l'exemple présenté au début de cette section : si les valeurs élevées de \bar{W} sont associées à des dommages importants et les valeurs faibles de \bar{W} à des dommages faibles ou nuls, il se produit un phénomène de stabilisation automatique de la richesse finale : l'assurance apparaît alors moins nécessaire. Par exemple, il est bien connu en assurance des risques industriels que le risque « bris de machine » est lié au cycle des affaires. La firme fait alors face à deux risques négativement corrélés. L'un, le risque de bris de machine, est un risque assurable. L'autre, le risque de baisse du chiffre d'affaires, ne l'est pas. Comme les bris de machine interviennent surtout en période de haute conjoncture, la souscription d'un contrat d'assurance pour couvrir ce risque peut apparaître moins indispensable.

Le cas 9c) est particulièrement intéressant. Il apparaît lorsque les revers de fortune sur W sont associés à des sinistres importants. La variabilité de la richesse finale est alors grande. Par exemple, le risque de défaut des débiteurs (risque d'assurance-crédit) est fortement corrélé à l'activité économique : c'est lorsque les affaires vont mal que les défauts sont les plus nombreux. Dans ce cas, il y a corrélation positive des deux risques, et le taux de couverture optimal est supérieur à 100 %. La raison en est simple : l'individu cherche à assurer \bar{W} en demandant une surassurance sur \bar{X} . Bien entendu, la législation sur les assurances interdit ce genre de pratique à cause du « hasard moral ». Si la surassurance était autorisée, les assurés sinistrés recevraient une indemnité supérieure au dommage subi. Mais on peut noter que la surassurance répond ici à un besoin de couverture, indépendamment de toute considération sur le hasard moral.

Proposition 10 (Doherty et Schlesinger, Mayers et Smith)

Lorsque l'individu fait face à plusieurs aléas, et lorsque la prime d'assurance comporte un chargement ($\lambda > 0$) :

- a) l'assurance partielle ($\alpha < 1$) est optimale si les risques assurables et non assurables sont indépendants ou négativement corrélés;
- b) l'assurance complète ($\alpha = 1$) peut être optimale si les risques sont positivement corrélés.

Le résultat 10b) est ici celui qu'il convient de souligner. Il permet de résoudre le paradoxe présenté dans la section précédente (proposition 3) et donc de réconcilier les modèles qui utilisent le principe d'espérance d'utilité avec la réalité observée : une assurance complète (sans franchise, sans participation de l'assuré) peut être optimale, même si la prime d'assurance est actuariellement défavorable. Là encore, l'explication est claire : les individus préfèrent l'assurance complète parce

qu'elle conduit à une moindre variabilité de leur richesse globale dans le cas où certains risques non assurables sont positivement corrélés avec des risques assurables.

Proposition 11 (Doherty et Schlesinger, Schulenburg)

Lorsque les risques assurables et non assurables sont parfaitement négativement corrélés :

- a) il est optimal de renoncer à s'assurer ($\alpha = 0$) si la prime d'assurance est équitable ($\lambda = 0$);
- b) il est optimal de s'assurer négativement ($\alpha < 0$) si la prime d'assurance comporte un chargement ($\lambda > 0$).

Le résultat 11a) est celui qui a été présenté dans l'exemple simple du début de cette section. Le résultat 11b) est inattendu mais il peut s'expliquer de la manière suivante : l'individu est en situation de certitude, car les risques auxquels il fait face sont parfaitement négativement corrélés. En outre, l'émission de contrats d'assurance permet d'envisager une espérance de profit positive à cause du facteur de chargement. Par conséquent, l'individu, même s'il est risquophobe, a intérêt à devenir assureur. Mais, bien entendu, ce résultat ne tient plus si l'on fait intervenir les coûts de transaction et les économies d'échelles (voir Kihlstrom et Pauly, 1971).

Proposition 12 (Schulenburg)

- a) Lorsque l'individu fait face à plusieurs aléas, l'obligation de s'assurer contre certains risques peut le conduire à préférer une assurance complète pour d'autres risques, même si la prime d'assurance comporte un chargement.
- b) Lorsque l'individu fait face à plusieurs aléas positivement corrélés, l'obligation de s'assurer plus largement contre certains risques conduit à une baisse de la demande d'assurance sur les autres risques assurables.

Ces deux résultats sont particulièrement importants. Ils montrent que la demande d'assurance dans le secteur libre ne peut être considérée indépendamment de l'assurance dans le secteur administré. Si l'individu doit s'assurer contre des risques qui sont compensés par d'autres risques au sein de son portefeuille d'actifs, l'effet de diversification ne fonctionne plus. Cela peut conduire à une demande d'assurance accrue : il devient nécessaire de se couvrir aussi contre les autres risques. Par exemple, les risques de crédit et d'accidents du travail sont tous deux assurables, mais négativement corrélés. Les accidents du travail interviennent surtout en période de haute conjoncture, alors que les défauts de débiteurs sont plus fréquents et plus graves en période de crise. Les deux risques peuvent ainsi se compenser, ce qui tend à réduire la demande d'assurance. Mais s'il devient obligatoire de s'assurer contre les accidents du travail, l'effet de corrélation est rompu, et la demande d'assurance-crédit augmente. A l'inverse, si l'individu fait face à une corrélation positive de ses risques, l'obligation de s'assurer au-delà du niveau optimum pour un risque \tilde{Z} réduit la demande d'assurance sur le risque \tilde{X} car le supplément d'assurance, par rapport à l'optimum, sur \tilde{Z} , est aussi compensé par une moindre assurance, par rapport à l'optimum, sur \tilde{X} .

Proposition 13 (Kahane et Kroll)

Lorsqu'un actif risqué est soumis à deux risques, un risque spéculatif et un risque pur (assurable), l'investissement dans l'actif sans risque constitue un substitut à l'assurance pour ajuster le risque global du portefeuille.

Cette proposition met bien en valeur le rôle financier de l'assurance. Un contrat d'assurance sert à stabiliser la valeur finale de la richesse. Il entre alors en concurrence avec le moyen le plus général de réduction du risque d'un portefeuille d'actifs : l'investissement dans l'actif sans risque.

Pour finir, et pour être complet, mentionnons encore les résultats de Turnbull (1983) et de Doherty et Schlesinger (1983b) sur le lien entre demande d'assurance et aversion pour des risques multiples.

Proposition 14 (Turnbull, Doherty et Schlesinger)

Lorsque l'individu fait face à plusieurs aléas, une augmentation de son aversion pour le risque, au sens de Ross (1981) ou de Kihlstrom-Romer et Williams (1981) :

- a) fait croître sa demande d'assurance lorsque les risques sont indépendants;
- b) a un effet indéterminé lorsque les risques ne sont pas indépendants.

Le résultat 13b) prouve, si besoin est, que la recherche sur la demande d'assurance en présence de risques multiples n'a pas encore fait le tour du problème. De nouvelles propositions restent à établir pour préciser les facteurs qui influencent la demande d'assurance-dommages. Mais les progrès dans ce domaine sont tributaires des progrès réalisés dans la théorie économique du risque et de l'incertitude dont l'économie de l'assurance n'est qu'un sous-ensemble.

TABLEAU 2

Résultats de la théorie de la demande d'assurance en présence de risques multiples

Relation entre les risques	Facteur de chargement	Degré de couverture
Indépendance	$\lambda = 0$	assurance complète
Corrélation négative	$\lambda = 0$	assurance partielle
Corrélation positive	$\lambda = 0$	surassurance
Indépendance	$\lambda > 0$	assurance partielle
Corrélation négative	$\lambda > 0$	assurance partielle
Corrélation positive	$\lambda > 0$?

IV — CONCLUSION

Au terme de ce survol des résultats obtenus dans la recherche économique et financière sur la demande d'assurance-dommages, il est possible de tirer les principaux enseignements de cette littérature en faisant quatre remarques de fond :

1. — Les travaux qui considèrent la demande d'assurance en présence de risques multiples ont fait accomplir un pas important à la théorie de la demande d'assurance. Ils ont permis de montrer que les travaux antérieurs ne traitent qu'un cas particulier dans un modèle général : le cas de risques indépendants. Ils ont aussi permis de résoudre le paradoxe d'optimalité de la couverture partielle qu'avaient fait naître les travaux antérieurs (voir les propositions 3 et 10b). Enfin, ils ont démontré que la demande d'assurance d'un individu n'est pas indépendante de la composition de son portefeuille d'actifs. La décision d'assurance ne peut être séparée des autres décisions financières.

2. — Pour les praticiens, l'enseignement des travaux récents est clair. L'assurance n'est pas un îlot, à l'abri des turbulences qui affectent le monde financier. C'est vrai en ce qui concerne la gestion des compagnies d'assurance et de réassurance (voir Loubergé, 1981). C'est vrai aussi en ce qui concerne leurs relations avec les assurés. L'attitude de ces derniers vis-à-vis de l'assurance ne dépend pas seulement de leur exposition à des risques assurables. Elle est aussi conditionnée par l'existence de risques non assurables, par les opportunités de diversification qu'offre le marché financier, et par la législation sur les assurances. Par exemple, la demande d'assurance-accident d'un individu n'est pas indépendante de la composition de son portefeuille de valeurs financières, ni de l'existence d'une législation sur la sécurité sociale.

3. — Les travaux théoriques permettent de mettre en évidence les principaux facteurs qui influencent la demande d'assurance individuelle, à savoir : le prix de l'assurance, l'aversion pour le

risque de l'individu, le montant de sa richesse, la structure de celle-ci, la contribution des actifs assurables au risque total de la richesse, l'existence d'assurances obligatoires et l'interdiction de se surassurer.

Cette énumération n'est pas forcément immédiatement utile au praticien de l'assurance. Mais, dans une perspective à long terme, les recherches théoriques contribuent à combler le fossé qui a longtemps existé entre le monde de l'assurance et celui de la recherche économique. En tout cas, l'assurance fait aujourd'hui partie intégrante de la théorie économique et financière. Ce n'était pas le cas il y a vingt ans, ni même il y a dix ans.

4. — En 1977, Jean-Jacques Rosa concluait un bref survol de la théorie de la demande d'assurance non-vie par ces mots :

« Il faudrait pouvoir considérer l'optimisation simultanée et détaillée du budget du consommateur et de son portefeuille d'actifs. La demande d'assurance participant aux deux domaines ».

Les travaux publiés depuis lors n'ont pas complètement réalisé ce programme, mais il est réconfortant de constater qu'une bonne partie du chemin a été accomplie. La demande d'assurance s'insère aujourd'hui dans le cadre du portefeuille d'actifs de l'individu. Il reste à intégrer également le budget de consommation pour obtenir un modèle général. Un premier pas vers ce modèle général avait été accompli par Drèze et Modigliani dès 1972. Peu de résultats ont été obtenus sur ce plan depuis lors. Mais les recherches actuellement en cours permettent d'espérer des progrès significatifs pour la fin des années 1980.

RÉFÉRENCES

- ARROW, K.J. « Uncertainty and the Welfare Economics of Medical Care », *American Economic Review*, 53 (décembre 1963), 941-973.
- ARROW, K.J. « The Role of Securities in the Optimal Allocation of Risk-Bearing », *Review of Economic Studies*, 31 (1964), 91-96.
- ARROW, K.J. « Insurance, Risk and Resource Allocation », in *Aspects of the Theory of Risk Bearing*, Yrjö Jahnssoonin säätiö, Helsinki.
- ARROW, K.J. « Optimal Insurance and Generalized Deductibles », *Scandinavian Actuarial Journal*, 1974, 1-42.
- BECKER, F. « Functional Relations Between General Economic Indicators, Premium Income and Claims Costs in Different Insurance Sectors », *Geneva Papers on Risk and Insurance*, 4 (décembre 1979), 44-62.
- BERNOULLI, D. « Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk », *Econometrica*, 22 (janvier 1954), 23-36. Traduction de l'œuvre originale en latin (1738).
- BRIYS, E. & LOUBERGÉ, H. « On the Theory of Rational Insurance Purchasing », *Journal of Finance*, 40 (juin 1985), 577-581.
- DOHERTY, N. « Portfolio Efficient Insurance Buying Strategies », *Journal of Risk and Insurance*, 51 (juin 1984), 205-224.
- DOHERTY, N. & SCHLESINGER, H. « Optimal Insurance in Incomplete Markets », *Journal of Political Economy*, 91 (décembre 1983), 1045-1054.
- DOHERTY, N. & SCHLESINGER, H. « The Optimal Deductible for an Insurance Policy When Initial Wealth is Random », *Journal of Business*, 56 (octobre 1983), 555-565.
- DOHERTY, N. & SCHLESINGER, H. « Incomplete Markets for Insurance : an Overview », *Journal of Risk and Insurance*, 52 (septembre 1985), 402-423.
- DRÈZE, J. & MODIGLIANI, F. « Consumption Decision Under Uncertainty », *Journal of Economic Theory*, 5 (décembre 1972), 308-335.
- EHRlich, I. & BECKER, G. « Market Insurance, Self-Insurance, and Self-Protection », *Journal of Political Economy*, 80 (juillet-août 1972), 623-648.
- FAMA, E. & MILLER, M. *The Theory of Finance*, Holt, Rinehart & Winston, New York, 1972.
- FRIEDMAN, M. & SAVAGE, L.J. « The Utility Analysis of Choices Involving Risk », *Journal of Political Economy*, 56 (août 1948), 279-304.
- GOULD, J.P. « The Expected Utility Hypothesis and the Selection of Optimal Deductibles for a Given Insurance Policy », *Journal of Business*, 42 (avril 1969), 143-151.
- KAHANE, Y. & KROLL, Y. « Optimal Insurance Coverage in Situations of Pure and Speculative Risk and The Risk-Free Asset », *Insurance Mathematics and Economics*, 4 (1985), 191-199.
- KAHNEMAN, D. & TVERSKY, A. « Prospect Theory: an Analysis of Decision Under Risk », *Econometrica*, 47 (mars 1979), 263-291.
- KIHLSTROM, R. & PAULY, M. « The Role of Insurance in the Allocation of Risk », *American Economic Review*, 61 (mai 1971), 371-379.
- KIHLSTROM, R., ROMER, D. & WILLIAMS, S. « Risk Aversion With Random Initial Wealth », *Econometrica*, 49 (juillet 1981), 911-920.
- LOOMES, G. & SUGDEN, R. « Regret Theory: an Alternative Theory of Rational Choice Under Uncertainty », *Economic Journal*, 92 (décembre 1982), 805-824.
- LOUBERGÉ, H. *Économie et finance de l'assurance et de la réassurance*, Dalloz, Paris, 1981.
- MAYERS, D. & SMITH C. « The Interdependence of Individual Portfolio Decisions and the Demand for Insurance », *Journal of Political Economy*, 91 (avril 1983) 304-311.
- MOSSIN, J. « Aspects of Rational Insurance Purchasing », *Journal of Political Economy*, 76 (juillet-août 1968), 553-568.
- OUTREVILLE, J.F. « Dépenses d'assurances, primes encaissées : une approche macroéconomique », *Geneva Papers on Risk and Insurance*, 5 (juin 1980), 23-44.
- RAZIN, A. « Rational Insurance Purchasing », *Journal of Finance*, 31 (mars 1976), 133-137.
- ROSA, J.J. « La demande d'assurance non-vie : l'état actuel de la théorie », *Geneva Papers on Risk and Insurance*, 2 (février 1977), 35-42.
- ROSS, S. « Some Stronger Measures of Risk Aversion in the Small and in the Large With Applications », *Econometrica*, 49 (mai 1981), 621-638.

- SCHLESINGER, H. « The Optimal Level of Deductibility in Insurance Contracts », *Journal of Risk and Insurance*, 48 (septembre 1981), 465-481.
- SCHLESINGER, H. « Compulsory Insurance and Consumer welfare : a State-Claims Approach », *Geneva Papers on Risk and Insurance*, 11 (janvier 1986), 17-22.
- SCHULENBURG, M. « Optimal Insurance Purchasing in the Presence of Compulsory Insurance and Uninsurable Risks », *Geneva Papers on Risk and Insurance*, 11 (janvier 1986), 5-16.
- SIMON, H. « A Behavioral Model of Rational Choice », *Quarterly Journal of Economics*, 69 (février 1955), 99-118.
- TURNBULL, S.M. « Additional Aspects of Rational Insurance Purchasing », *Journal of Business*, 56 (avril 1983), 211-229.
- VON NEUMANN, J. & MORGENSTERN, O. *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, 1947.