Journal de la société statistique de Paris

Auguste Mpacko Priso

Efficience du marché boursier new-yorkais. Une analyse à partir de la théorie de la cointégration

Journal de la société statistique de Paris, tome 138, nº 1 (1997), p. 21-52

<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1997__138_1_21_0>

II

ARTICLES

EFFICIENCE DU MARCHÉ BOURSIER NEW-YORKAIS

Une analyse à partir de la Théorie de la Cointégration

Auguste MPACKO PRISO[1]
MODEM - UFR SEGMI - Université Paris X

Remerciements

Je remercie S. Lardic pour son aide précieuse tout au long de ce travail. Je tiens également à remercier un référé anonyme de la revue pour ses observations et critiques constructives. Je reste responsable des erreurs et insuffisances qui pourraient subsister.

1. MODEM - UFR SEGMI - Univ. Paris X
200, avenue de la République, 92001 Nanterre Cedex
Tél. 01 40 97 78 48 - Fax 01 40 97 47 19 - E-mail : priso@u-paris10.fr..

EFFICIENCE DU MARCHÉ BOURSIER NEW-YORKAIS : Une Analyse à partir de la Théorie de la Cointégration

Résumé

L'efficience des marchés financiers a été jusqu'à ce jour étudiée en vérifiant que les actifs examinés intègrent dans leur prix toute l'information disponible directement ou indirectement liée à l'actif analysé : cours boursier ou taux de change par exemple. Or, le marché des actions et le marché des changes ne sont pas indépendants de sorte qu'il faille les étudier séparément.

Ce travail se propose de tester l'efficience des marchés des actions en recourant à la théorie de la cointégration. Son originalité est de tester non seulement si les prix des actions intègrent toute l'information circulant sur les marchés des changes, mais également s'ils intègrent toute l'information véhiculée par les prix des autres places boursières. Une autre originalité réside dans le fait que le test de cointégration utilisé applique la correction non paramétrique du test de DICKEY et FULLER, proposée par PHILLIPS et PERRON, pour tenir compte des phénomènes de faible dépendance et d'hétéroscédasticité que l'on retrouve souvent dans les séries financières. Enfin, le test de cointégration de JOHANSEN est appliqué afin de confirmer ou non les résultats des précédents tests. Les deux tests aboutissent au même résultat à savoir, la bourse de New York présente des signes d'inefficience.

Abstract

Efficient market hypothesis has been until now studied by checking if assets scrutinized use all available information on these assets : stock prices or exchange rates for instance. By doing so, authors have made the implicite suspect assumption that stock markets and exchange markets are independant.

This work tests efficient market hypothesis by using cointegration theory. Its originality lays on the fact that it tests if stock prices at New York uses all available information on exchange markets, but also all available information on the others important market places like London, Tokyo, Frankfurt, Paris,... The second originality lays on the fact that when we apply unit roots tests on the residuals of the cointegration relation, we use PHILIPS-PERRON non parametric correction to take into account the heteroscedasticity of financial data. Finally, the most powerful test of cointegration (JOHANSEN) is applied to confirm or to infirm the results of the previous tests. The two tests give the same result, which is that New York stock markets presents signs of inefficiency.

L'efficience des marchés financiers a été jusqu'à ce jour étudiée en vérifiant que les actifs examinés intègrent dans leur prix toute l'information disponible directement ou indirectement liée à l'actif analysé. Ainsi, lorsqu'ils étudient l'efficience des marchés des actions, les auteurs commencent en général par vérifier que le cours observé intègre toute l'information sur les cours et dividendes passés. Lorsque cette condition est vérifiée, ils élargissent l'ensemble d'informations en vérifiant que les cours observés intègrent toute autre information liée à l'entreprise : annonce de bénéfice, vente de filiale (s), tentatives d'OPA amicales ou non,...

De même, les travaux s'intéressant à l'efficience des marchés des changes vérifient que le taux de change au comptant entre une monnaie et une devise sur le marché intègre toute l'information disponible sur le marché extérieur. Un autre test d'efficience du marché des changes correspond à la vérification de l'hypothèse selon laquelle le taux de change au comptant observé intègre bien toute l'information sur les taux de change à terme.

Or, le marché des actions et le marché des changes ne sont pas indépendants de sorte qu'il faille les étudier séparément. Cette interdépendance peut s'expliquer par le fait que les grandes entreprises cotées en bourse sont aussi parmi celles qui exportent le plus, de sorte que leurs activités ont une influence non négligeable sur les taux de change. D'autre part, l'interdépendance entre marché des actions et marché des changes peut être appréhendée en termes d'arbitrage entre actifs financiers. Pour le montrer, supposons que les investisseurs puissent vendre ou acheter à découvert des titres. Un investisseur qui a le sentiment que le dollar est surévalué par rapport au mark par exemple, vendra à découvert des marks et en rachètera lorsqu'il aura le sentiment que le dollar a retrouvé sa valeur économiquement justifiée. Une opération similaire peut être effectuée sur le marché des actions : vente à découvert de l'action lorsque celle-ci est surévaluée et/ou achat à découvert lorsque celle-ci est sous-évaluée. Un investisseur peut donc réaliser des arbitrages sur le marché des actions et sur le marché des changes, témoignant ainsi du fait que les deux marchés peuvent devenir concurrents.

Ce travail se propose de tester l'efficience des marchés des actions en recourant à la théorie de la cointégration. En effet, grâce au théorème de représentation de GRANGER et au modèle à correction d'erreur qui en découle, on peut montrer que des actifs différents cotés sur des marchés efficients ne peuvent être cointégrés. La théorie de la cointégration a déjà été utilisée pour tester l'efficience des marchés des changes comme celle des marchés des actions. L'originalité de ce travail est de tester non seulement si les prix des actions intègrent toute l'information circulant sur les marchés des changes, mais également s'ils intègrent toute l'information véhiculée par les prix des autres places boursières. Une autre originalité réside dans le fait que le test de cointégration utilisé applique la correction semi-paramétrique du test de DICKEY et FULLER, proposée par PHILLIPS et PERRON, pour tenir compte des phénomènes de faible dépendance et d'hétéroscédasticité que l'on rencontre fréquemment dans les séries financières. Enfin, le test de cointégration de JOHANSEN est appliqué afin de confirmer ou non les résultats des précédents tests.

L'articulation de ce travail est la suivante. Dans une partie préliminaire, on rappelle la définition de la cointégration et sa relation avec la théorie de l'efficience des marchés. La deuxième partie présente les tests de cointégration en deux étapes et les résultats obtenus. En effet, si le test d'ENGLE et GRANGER est à la portée de tous, le test de JOHANSEN apparaît souvent comme hermétique et sa présentation ici a un objectif pédagogique. La dernière partie présente en conséquence ce test, ainsi que les résultats obtenus.

I. Cointégration et efficience des marchés

La définition de la cointégration a été donnée par ENGLE et GRANGER (1987). Deux variables sont dites cointégrées si la combinaison linéaire des dites variables est stationnaire[2]. Plus généralement, si l'on prend un vecteur Y_t ayant au moins deux composantes, on dira que les composantes du vecteur $\{Y_t\}$ sont cointégrées d'ordre (d, b) noté $Y_t \sim CI(d, b)$ si :

(i) toutes les composantes de Y_t sont intégrées d'ordre d noté $I(d)$

(ii) il existe un vecteur $\beta(\beta \neq 0)$ tel que $x_t = \acute{\beta}_i Y_t \sim I(d-b)$, $b > 0$.

x_t est alors stationnaire autour d'une tendance déterministe lorsque $d = b$ (par exemple $d = b = 1$).

Si Y_t a n composantes, il peut exister r $(r \leq n-1)$ vecteurs cointégrants indépendants entre eux.

$\underset{(n,r)}{\beta} = (\beta_1, \ldots, \beta_r)'$ correspond à la matrice des vecteurs cointégrants, de rang r[3].

Grâce au théorème de représentation de GRANGER (1986), on sait que des variables cointégrées admettent une représentation à correction d'erreur. Certains tests de cointégration utilisent alors directement le modèle à correction d'erreur.

La théorie de la cointégration, en proposant des méthodes rigoureuses pour tester l'efficience, permet d'examiner avec des outils nouveaux cette question,

2. Un processus Y_t est (strictement) stationnaire lorsque la loi de celui-ci ne change pas dans le temps. Cela signifie que la loi de $(Y_{t1}, \ldots, Y_{tn})$ est la même que celle de $(Y_{t1+j}, \ldots, Y_{tn+j})$ pour tout n-uplet $(t_1, \ldots, t_n)$ et pour tout j. On se contente en général de la stationnarité faible. Pour qu'un processus satisfasse cette dernière, il suffit qu'il soit du second ordre et que ses deux premiers moments soient invariants dans le temps.

3. Les vecteurs de cointégration ne sont identifiables qu'à une transformation scalaire près, c'est-à-dire que si $\acute{\beta}_i Y_t$ est I(0), alors $c\acute{\beta}_i Y_t$ l'est également pour toute constante $c \neq 0$.

largement débattue dans les années soixante-dix et au début des années quatre-vingt. Les tests de cointégration permettent en effet d'évaluer l'efficience des marchés depuis que GRANGER (1986) a démontré que deux actifs différents cotés sur deux marchés efficients distincts ne peuvent être cointégrés. Ce résultat, utilisé par HAKKIO et RUSH (1989) pour tester l'efficience des marchés de change allemand et britannique, est ici utilisé pour tester l'efficience du marché boursier new-yorkais. D'autres travaux, directement ou indirectement liés à l'efficience des marchés d'actions, ont utilisé la théorie de la cointégration : FONTAINE (1990), LILTI (1994). Cependant, alors que ces auteurs utilisent des tests classiques (ENGLE et GRANGER), nous appliquons essentiellement le test de cointégration de JOHANSEN (1988) dont GONZALO (1994) a démontré la supériorité en termes de puissance.

Avant de présenter la structure des tests, montrons en quoi la cointégration des séries de prix de deux actifs entraîne une inefficience des marchés respectifs.

La relation entre deux marchés efficients, c'est-à-dire deux marchés où les actifs échangés intègrent toute l'information disponible et la cointégration peut être appréhendée de façon intuitive en utilisant le modèle à correction d'erreur (HAKKIO et RUSH, 1989). En effet, soient Y_1 le cours de l'indice des actions industrielles cotées à la bourse de New-York et Y_2 le cours de l'indice des actions japonaises, si Y_1 et Y_2 sont cointégrés, d étant le vecteur de cointégration, alors Y_1 et Y_2 admettent la représentation à correction d'erreur suivante :

$$[1] \quad Y_{1t} - Y_{1t1} = a[Y_{1t-1} - dY_{2t-1}] + b[Y_{2t} - Y_{2t-1}] + \textit{retards de } \Delta Y_1 \textit{ et } \Delta Y_2 + e_t$$

où $a \neq 0$, $b \neq 0$ et e_t est stationnaire.

Sur un marché efficient, les variations de prix sont imprévisibles. Or, l'équation à correction d'erreur [1] indique qu'une partie de la variation des cours sur le marché de New-York est prévisible et ce même lorsque les retards de ΔY_1 et ΔY_2 ne sont pas présents dans cette équation car on peut toujours utiliser $[Y_{1t-1} - dY_{2t-1}]$ pour améliorer sa prévision. On en déduit que lorsque les deux marchés sont efficients, les séries des cours de deux actifs cotés sur ceux-ci ne peuvent être cointégrées.

Il faut toutefois préciser que les tests d'efficience basés sur la théorie de la cointégration, tout comme les autres tests d'efficience, sont des tests joints. Il s'agit en particulier de tester l'absence de prime de risque exigée[4] sur le

4. On peut illustrer ce point à l'aide du modèle standard d'évaluation. En effet, selon ce dernier, le cours de l'action à chaque instant est égal à la somme actualisé (à taux constant) des revenus futurs auxquels donnent droit la détention du titre (sous l'hypothèse que la condition de transversalité est satisfaite, la somme va de 1 à l'infini). C'est aussi le modèle de marché efficient (cf. SHILLER, 1981 ; FONTAINE, 1990, LILTI, 1994 ; ...). Ce modèle suppose implicitement que l'agent représentatif est neutre au risque. Contrairement à l'agent adverse au risque, l'agent neutre au risque n'exige pas une rémunération pour investir dans l'actif risqué (la prime de risque exigée est donc nulle). Dans ces conditions, le test d'efficience est équivalent au test de la nullité de la prime de risque exigée.

marché concerné et l'utilisation optimale de toute l'information disponible. Le rejet partiel ou total sur une période donnée de l'une de ces hypothèses peut entraîner le rejet du test joint.

Il existe une multitude de tests permettant d'estimer les relations de long terme entre deux ou plusieurs variables. GONZALO (1994) a recensé au moins cinq tests principaux de cointégration :

- les tests en deux étapes, basés sur les moindres carrés ordinaires (MCO),
- les tests basés sur les moindres carrés non linéaires,
- les tests basés sur l'analyse en composante principale,
- les tests basés sur les corrélations canoniques et
- les tests basés sur le maximum de vraisemblance dans un modèle à correction d'erreur entièrement spécifié.

Nous ne présentons que les premiers et les derniers car ils sont appliqués dans notre travail et invitons le lecteur intéressé par les autres tests à consulter GONZALO (1994).

II. Les tests de cointégration en deux étapes

Avant d'exposer brièvement ces tests et les résultats obtenus, nous présentons les données ainsi que le test de racine unitaire.

2.1 - Présentation des séries et rappel du test de racine unitaire

Les séries utilisées dans cette étude concernent, comme indiqué dans l'introduction, les cours boursiers et les taux de change. Les données de l'indice des actions des sociétés industrielles cotées à la bourse de New-York sont issues de différentes éditions du *Business Statistics*, qui reprend les séries du *Survey of Current Business*, une publication du ministère américain du commerce. Les données des autres places boursières proviennent du *Business Condition Digest*, une autre publication du ministère américain du commerce, complétées après l'arrêt de la parution de ce titre par les données collectées dans la presse financière. Les données des taux de change proviennent également de cette dernière source. Pour toutes les séries, la périodicité est mensuelle. Le début de période pour les relations incluant les taux de change est choisi de façon à prendre en compte l'entrée effective dans le système de changes flottants. Le début de période pour les relations incluant les autres cours boursiers dépend de la disponibilité des données.

Par ailleurs, les différentes estimations utilisent les variables prises en logarithmes. L'utilisation des logarithmes a pour but de stationnariser les variances des séries (HYLLEBERG ET MIZON, 1989), cette hypothèse étant nécessaire à l'inférence statistique[5].

5. Une série non-stationnaire en variance admet une variance qui croit avec le temps. La variance est donc infinie pour t tendant vers l'infini. Les statistiques de tests usuels ne sont donc plus valides.

La stratégie de test de racine unitaire de DICKEY et FULLER est maintenant bien connue de sorte qu'il n'est pas nécessaire de la présenter en détail[6]. Nous rappelons seulement les grandes lignes.

La première étape consiste à tester le modèle comprenant une tendance et une dérive. C'est le modèle [3] ci-après. Soit Y, la série dont on teste la non-stationnarité. Le modèle [3] s'écrit :

$$Y_t = \alpha + \beta t + \gamma Y_{t-1} + \xi_t$$

où t représente la tendance et ξ_t un bruit blanc. On teste tout d'abord la significativité de la tendance. On teste ensuite la significativité de la dérive représentée par la constante α. Lorsque la constante et la dérive sont significatives, on teste alors l'hypothèse de non-stationnarité $\gamma = 1$ contre l'alternative $|\gamma| < 1$.

Lorsque la tendance dans le modèle [3] n'est pas significative, la relation utilisée pour le test devient :

$$Y_t = \alpha + \gamma Y_{t-1} + \xi_t$$

C'est le modèle [2] ci-dessous. La première étape du test consiste à tester la significativité de la dérive. Si α est significatif, alors on teste l'hypothèse de non stationnarité en utilisant le modèle [2]. Celle-ci consiste à tester $\gamma = 1$ contre la même alternative que précédemment.

Lorsque la tendance et la dérive du modèle [3] ne sont pas significatives, le test repose sur la relation :

$$Y_t = \gamma Y_{t-1} + \xi_t$$

Cette relation est appelée modèle [1] ci-après. On teste alors comme précédemment l'hypothèse nulle de non-stationnarité $\gamma = 1$ contre l'alternative $|\gamma| < 1$.

Lorsque le résidu ξ_t dans les relations précédentes n'est pas un bruit blanc, il convient d'ajouter à celles-ci, des retards de la variable Y différenciée pour blanchir le résidu. Il s'agit alors du test de DICKEY et FULLER Augmenté (ADF).

Cependant, le test de DF et le test ADF sont peu puissants face à des phénomènes de dépendance dans le temps et d'héteroscédasticité. Or, de nombreuses séries, notamment financières, sont caractérisées par une dépendance temporelle. Pour prendre en compte les phénomènes de faible dépendance temporelle, comme d'hétéroscédasticité, que l'on trouve dans les séries financières, d'autres tests ont été élaborés : ce sont les tests de PHILLIPS et PERRON notés PP. Afin de ne pas alourdir cet exposé, une présentation succincte de ceux-ci est donnée en annexe 1. Les tests de PP renvoient à une correction semi-paramétrique des statistiques de test de DF et suivent néanmoins la même distribution asymptotique (LARDIC, 1996) que les statistiques de DF.

6. Pour une présentation détaillée de la stratégie de test de racine unitaire, se reporter à Cem ERTUR (1992).

Les séries utilisées étant présentées et le rappel du test de DICKEY et FULLER effectué, nous exposons les tests de cointégration en deux étapes.

2.2 - Présentation des tests basés sur les MCO

Les tests en deux étapes ont été proposés par ENGLE et GRANGER (1987). Ils ont connu un succès considérable dû en partie à l'absence de difficulté majeure aussi bien au niveau de la construction des tests que dans leur mise en œuvre.

ENGLE et GRANGER (1987) présentent un certain nombre d'outils permettant de tester l'hypothèse de cointégration entre deux séries chronologiques. Dans tous les tests, l'hypothèse nulle est celle de non-cointégration et l'alternative est celle de la cointégration.

Soient Y_1 et Y_2 deux séries pour lesquelles on veut examiner l'hypothèse de cointégration.

On estime la "régression de cointégration" suivante :

[2] $$Y_{1t} = \alpha + \beta Y_{2t} + e_t$$

L'hypothèse de cointégration peut être testée en utilisant l'un des sept tests ci-après.

Les trois premiers tests reposent sur un examen de la stationnarité du résidu e_t. Les autres tests examinent si Y_{1t} et Y_{2t} obéissent à un mécanisme à correction d'erreur (MCE).

a) Le premier test repose sur la statistique de DURBIN et WATSON (DW) de la régression de cointégration, notée CRDW. Lorsque la statistique DW est suffisamment large, le résidu e_t est stationnaire et par conséquent Y_{1t} et Y_{2t} sont cointégrées.

L'intuition sous-jacente à ce test est la suivante. Lorsque le résidu de la régression de cointégration est stationnaire, cela signifie qu'il ne manque pas de variable(s) "explicative(s)" importante(s) dans cette relation, car si c'était le cas, on verrait apparaître une autocorrélation des résidus, révélant l'oubli de variable(s) exogène(s) pertinente(s). Cependant, le test de cointégration basé sur le DW ne s'applique que lorsque les résidus de la relation de cointégration ne sont pas intégrés d'un ordre supérieur à 1 (HARRIS, 1995, p. 59).

b) Le deuxième test est un test de racine unitaire (DICKEY et FULLER ou DF) effectué sur le résidu de la régression de cointégration. Si ce résidu possède une racine unitaire, Y_{1t} et Y_{2t} ne sont pas cointégrées. Ce test repose donc sur l'équation suivante :

[3] $$e_t = \rho e_{t-1} + u_t$$

où e_t est le résidu de la relation de cointégration (u_t étant un bruit blanc).

c) Le troisième test est un test de DICKEY ET FULLER augmenté (ou ADF) lorsque les résidus de la relation de test de cointégration sont autocorrelés.

d) Le quatrième test, appelé test sur le "VAR restreint" selon la terminologie d'ENGLE et GRANGER et noté RVAR requiert l'estimation des deux équations suivantes :

$$[4] \qquad \begin{cases} \Delta Y_{1t} = \alpha_1 + \beta_1 e_{t-1} + \eta_t \\ \Delta Y_{2t} = \alpha_2 + \beta_2 e_{t-1} + \delta \Delta Y_{1t} + \mu_t \end{cases}$$

où α_1 et α_2 sont deux termes constants et e_{t-1} est le résidu retardé de la régression de cointégration estimée par la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO). Le MCE implique que β_1 et β_2 , les coefficients à correction d'erreur sont simultanément significatifs. La statistique utilisée pour tester leur "significativité jointe est égale à la somme des carrés des statistiques de Student" (HAKKIO et RUSH, 1989). Si β_1 et β_2 sont significativement différents de zéro, Y_{1t} et Y_{2t} admettent une représentation à correction d'erreur et sont par conséquent cointégrées.

e) Le cinquième test est identique au précédent, à l'exception du fait que les retards de ΔY_{1t} et ΔY_{2t} sont introduits dans la régression. Ce test est par conséquent appelé "RVAR augmenté" ou ARVAR.

f) Le sixième test est basé sur le "VAR non restreint" noté UVAR. L'idée sous-jacente est de rechercher si Y_{1t} et Y_{2t} satisfont un VAR en niveau lorsque l'on estime les deux régressions suivantes :

$$[5] \qquad \begin{cases} \Delta Y_{1t} = \gamma_1 + \lambda_1 Y_{2t-1} + \lambda_2 Y_{1t-1} + \xi_t \\ \Delta Y_{2t} = \gamma_2 + \lambda_3 Y_{2t-1} + \lambda_4 Y_{1t-1} + \delta \Delta Y_{1t} + \zeta_t \end{cases}$$

Le test UVAR consiste à estimer la significativité jointe des λ_i $(i = 1, \cdots, 4)$. Lorsqu'ils sont significativement différents de zéro, ΔY_{1t} et ΔY_{2t} dépendent de leurs niveaux et peuvent donc être représentés par une équation à correction d'erreur.

g) Le dernier test est identique au précédent, à l'exception du fait que l'on ajoute des retards de ΔY_{1t} et ΔY_{2t} dans les régressions. Ce test est alors appelé UVAR augmenté et noté AUVAR.

Le test de cointégration de ENGLE et GRANGER, utilisé ci-après, teste la non-stationnarité sur des résidus de la relation de cointégration. Des études empiriques montrent que ces différents tests aboutissent au même résultat (HAKKIO et RUSH, 1989), de sorte qu'il ne nous paraît pas utile de tous les appliquer.

2.3 - Résultats du test de cointégration en deux étapes

Comme rappelé supra, les variables ne peuvent être cointégrées que si elles sont intégrées du même ordre. Nous avons donc tout d'abord testé l'ordre d'intégration des différentes séries utilisées. Pour ce faire, nous avons eu recours au test de DICKEY et FULLER (DF) ou au test de DICKEY et FULLER AUGMENTÉ ou ADF, mais également au test de PHILLIPS-PERRON. Nous trouvons que toutes les séries utilisées sont intégrées d'ordre 1. Nous présentons en annexe 2 les résultats du test de PP.

Les tableaux 1 à 4 présentent les résultats du test de non-stationnarité du résidu de la relation de cointégration. Sur la deuxième ligne, est appliqué le test de DF ou ADF et sur la troisième ligne, le test de PP. Le nombre de retards pris en compte dans la structure de dépendance[7] est égal à $T^{1/4}$ où T est le nombre total d'observations de l'échantillon. Les trois valeurs utilisées sont celles qui encadrent la valeur $T^{1/4}$.

Dans le tableau 1, on teste la non-stationnarité du résidu de la relation de cointégration entre l'indice STANDARD and POORS, des entreprises industrielles cotées à la bourse de New York, noté S$PI et les taux de change sur la période 1974 : 1 - 1993 : 12, les trois[8] taux de change utilisés étant le taux de change entre le dollar et le mark, noté $mark ; le dollar et le yen, noté $yen et le dollar et la livre, noté $livre.

Tableau 1

Test de cointégration en deux étapes entre le S$PI et trois taux de change sur la période 1974 : 2 - 1993 : 12 (T=238).

La relation de cointégration est : $Y_{1t} = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{2t} + \alpha_2 Y_{3t} + \alpha_3 Y_{4t} + \eta_{1t}$
où Y_{1t} ***est le logarithme de l'indice S$PI ;***
Y_{2t} ***est le logarithme du taux de change dollar/mark ;***
Y_{3t} ***est le logarithme du taux de change dollar/yen ;***
Y_{4t} ***est le logarithme du taux de change dollar/livre.***

Test appliqué	Modèle utilisé	Statistique calculée		Résultat du test
ADF(1)	Modèle [1]	-2,94		$H0$: on accepte la non-stationnarité des résidus
PP	Modèle [1]	1=3	-1,34	$H0$: on accepta la non-stationnarité des résidus
		1=4	-1,47	
		1=5	-1,53	

Notes : (.), dans le test de ADF, indique le nombre de retards utilisés pour corriger l'autocorrélation des résidus ; le nombre de retards dans le test de PP est tel que $l = T^{1/4}$ (les trois valeurs utilisées sont celles qui encadrent cette grandeur).

7. Sur le choix de cette valeur et plus généralement sur les tests de non-stationnarité, se reporter à l'excellent papier de S. LARDIC (1996).

8. Le résultat est inchangé lorsque la relation de cointégration utilise quatre ou cinq taux de change.

Dans le tableau 2, on teste la non-stationnarité du résidu de la relation de cointégration entre le S$PI et chacun des taux de change considérés.

Tableau 2

Test de cointégration en deux étapes entre le S$PI et chacun des taux de change sur la période 1974 : 2 - 1993 : 12 (T=238).

Test appliqué	Modèle utilisé	Statistique calculée		Résultat du test
Panel A : S$PI et taux de change dollar/mark, la relation de cointégration est $Y_{1t} = \beta_0 + \beta_1 Y_{2t} + \eta_{mt}$				
ADF(1)	Modèle [1]	-3,076		$H0$: on accepte la non-stationnarité des résidus
PP	Modèle [1]	1=3	-0,45	$H0$: on accepta la non-stationnarité des résidus
		1=4	-0,55	
		1=5	-0,60	
Panel B : S$PI et taux de change dollar/yen, la relation de cointégration est $Y_{1t} = \varphi_0 + \varphi_1 Y_{3t} + \eta_{yt}$				
ADF(1)	Modèle [1]	-3,076		$H0$: on accepte la non-stationnarité des résidus
PP	Modèle [1]	1=3	-0,45	$H0$: on accepta la non-stationnarité des résidus
		1=4	-0,55	
		1=5	-0,60	
Panel C : S$PI et taux de change dollar/livre, la relation de cointégration est $Y_{1t} = \delta_0 + \delta_1 Y_{4t} + \eta_{lt}$				
ADF(1)	Modèle [3]	-2,54		$H0$: on accepte la non-stationnarité des résidus
PP	Modèle [1]	1=3	-0,303	$H0$: on accepta la non-stationnarité des résidus
		1=4	-0,359	
		1=5	-0,385	

Notes : (.), dans le test de ADF, indique le nombre de retards utilisés pour corriger l'autocorrélation des résidus ; le nombre de retards dans le test de PP est tel que $l = T^{1/4}$ (les trois valeurs utilisées sont celles qui encadrent cette grandeur).

Les statistiques calculées sont comparées à des bornes données par les tables de ENGLE et YOO (1987, tableaux 2 et 3). Les valeurs critiques associées aux tests sont reprises dans le tableau suivant :

Bornes de ENGLES et YOO (1987)	Nombre de variables	T=50 à 5%	T=100 à 5%	T=200 à 5%
Absence d'autocorrélation des résidus	2 5	3,67 4,76	3,37 4,58	3,37 4,58
présence d'autocorrélation des résidus	2 4 5	3,29 3,98 4,15	3,17 4,02 4,36	3,25 4,13 4,43

Les résultats des tableaux 1 et 2 indiquent que l'on utilise le test de racine unitaire de DF ou celui de PP, on ne rejette pas l'hypothèse de non-stationnarité des résidus de la relation de cointégration. On rejette en conséquence l'hypothèse de cointégration entre le S$PI et les trois taux de change utilisés simultanément, mais aussi la cointégration entre le S$PI et chacun des taux de change.

Dans le tableau 3, on teste la non-stationnarité des résidus de la relation de cointégration entre le S$PI et quatre cours boursiers sur la période 1973 : 1 - 1993 : 2, ces indices boursiers étant l'indice de la bourse de Londres, le FT500 ; l'indice de la bourse de Frankfurt, le FAZ ; l'indice de la bourse de Milan, le BCI et l'indice de la bourse de Tokyo, le TOPIX. Nous avons limité le nombre de variables entrant dans la relation de cointégration à quatre, car les simulations effectuées par ENGLE et YOO (1987) utilisent au maximum quatre variables exogènes.

Tableau 3

Test de cointégration en deux étapes entre le S$PI et quatre autres indices boursiers sur la période 1973 : 2 - 1993 : 12 (T=250).
La relation de cointégration est :
$Y_{1t} = \gamma_0 + \gamma_1 Y_{5t} + \gamma_2 Y_{6t} + \gamma_3 Y_{7t} + \gamma_4 Y_{8t} + \eta_{2t}$
où Y_{1t} est le logarithme de l'indice S$PI;
Y_{5t} est le logarithme de l'indice boursier FT500;
Y_{6t} est le logarithme de l'indice boursier FAZ;
Y_{7t} est le logarithme de l'indice TOPIX et
Y_{8t} est le logarithme de l'indice BCI.

Test appliqué	Modèle utilisé	Statistique calculée		Résultat du test
DF	Modèle [1]	-3,03		H0 : on accepte la non-stationnarité des résidus
PP	Modèle [1]	1=3 1=4 1=5	-1,85 -1,89 -1,87	H0 : on accepta la non-stationnarité des résidus

Dans le tableau 4, on teste la non-stationnarité des résidus de la relation de cointégration entre le S$PI et chacun des cours boursiers. Aux quatre indices boursiers précédents s'ajoutent l'indice de la bourse de Paris, le SBF250 et l'indice de la bourse de Toronto, le TSE300.

Les résultats du tableau 3 indiquent, que l'on utilise le test de DF ou celui de PP, que l'on ne rejette pas la non-stationnarité des résidus de la relation de cointégration. Toutefois, la statistique du test de DF calculée étant dans certains cas à proximité de la borne, on peut parler d'acceptation limite de l'hypothèse nulle.

Concernant la relation entre le S$PI et chacun des six indices boursiers, le test de DF et celui de PP aboutissent au même résultat. On rejette l'hypothèse de non-stationnarité des résidus de la relation de cointégration entre le S$PI et le FT500. En revanche, on rejette l'hypothèse de stationnarité des résidus de la relation de cointégration entre le S$PI et chacun des autres indices boursiers. Le tableau 4 permet donc de conclure que l'on admet l'hypothèse de cointégration entre le S$PI et le FT500 et, au contraire, on la rejette lorsque la relation de long terme concerne le S$PI et le SBF250 ; le S$PI et le TOPIX ; le S$PI et le BCI ; le S$PI et le FAZ et enfin entre le S$PI et le TSE300.

En résumé, les tests de cointégration utilisant la correction semi-paramétrique (PP) comme ceux qui ne l'utilisent pas (DF) aboutissent au même résultat. On accepte la cointégration entre le S$PI et le FT500 et on rejette cette hypothèse pour tous les autres actifs utilisés, les indices boursiers comme les taux de change.

Tableau 4

Test de cointégration en deux étapes entre le S$PI et chacun autres indices indices boursiers. La période d'estimation varie en fonction de la disponibilité des données.

Test appliqué	Modèle utilisé	Statistique calculée		Résultat du test
Panel A : S$PI et l'indice FT500, la relation de cointégration est $Y_{1t} = \lambda_0 + \lambda_1 Y_{5t} + \eta_{ft}$ (60 : 1 - 93 : 12)				
ADF(1)	Modèle [1]	-4		$H1$: on rejette la non-stationnarité des résidus
PP	Modèle [1]	1=3	-3,87	$H1$: on rejette la non-stationnarité des résidus
		1=4	-3,86	
		1=5	-3,86	
Panel B : S$PI et l'indice FAZ, la relation de cointégration est $Y_{1t} = \theta_0 + \theta_1 Y_{6t} + \eta_{faz\,t}$ (70 : 1 - 93 : 12)				
ADF(1)	Modèle [1]	-2,56		$H0$: on accepte la non-stationnarité des résidus
PP	Modèle [1]	1=3	-1,086	$H0$: on accepte la non-stationnarité des résidus
		1=4	-1,14	
		1=5	-1,19	

Tableau 4 (suite)

Test appliqué	Modèle utilisé	Statistique calculée		Résultat du test
Panel C : S\$PI et l'indice TOPIX, la relation de cointégration est $Y_{1t} = \kappa_0 + \kappa_1 Y_{7t} + \eta_{topix\,t}$ (63 : 1 - 93 : 12)				
ADF(1)	Modèle [1]	-0,714		$H0$: on accepte la non-stationnarité des résidus
PP	Modèle [1]	1=3	-0,269	$H0$: on accepta la non-stationnarité des résidus
		1=4	-0,322	
		1=5	-0,355	
Panel D : S\$PI et l'indice BCI, la relation de cointégration est $Y_{1t} = \nu_0 + \nu_1 Y_{8t} + \eta_{bci\,t}$ (73 : 1 - 93 : 12)				
ADF(1)	Modèle [1]	-1,58		$H0$: on accepte la non-stationnarité des résidus
PP	Modèle [1]	1=3	-0,47	$H0$: on accepta la non-stationnarité des résidus
		1=4	-0,49	
		1=5	-0,48	
Panel E : S\$PI et l'indice SBF250, la relation de cointégration est $Y_{1t} = v_0 + v_1 Y_{9t} + \eta_{sbf\,t}$ (62 : 1 - 93 : 12)				
ADF(1)	Modèle [1]	-3,09		$H0$: on accepte la non-stationnarité des résidus
PP	Modèle [1]	1=3	-3,02	$H0$: on accepta la non-stationnarité des résidus
		1=4	-3,03	
		1=5	-3,05	
Test appliqué	Modèle utilisé	Statistique calculée		Résultat du test
Panel F : S\$PI et l'indice TSE300, la relation de cointégration est $Y_{1t} = \sigma_0 + \sigma_1 Y_{10t} + \eta_{tse\,t}$ (60 : 1 - 93 : 12)				
ADF(1)	Modèle [1]	-1,11		$H0$: on accepte la non-stationnarité des résidus
PP	Modèle [1]	1=3	-0,13	$H0$: on accepta la non-stationnarité des résidus
		1=4	-0,32	
		1=5	-0,402	

Notes : (.), dans le test de ADF, indique le nombre de retards utilisés pour corriger l'autocorrélation des résidus ; le nombre de retards dans le test de PP est tel que $l = T^{1/4}$ (les trois valeurs utilisées sont celles qui encadrent cette grandeur) ; Y_{9t} et Y_{10t} sont respectivement les logarithmes des indices boursiers SBF250 et TSE300.

La principale critique qui est adressée aux tests en deux étapes, notamment ceux basés sur le test de racine unitaire du résidu de la relation de cointégration est que les tests de racine unitaires sont dans certains cas peu puissants (on leur reproche souvent d'être biaisés en faveur de l'hypothèse de racine unitaire). Ce constat nous amène à vérifier les résultats obtenus en appliquant un test plus puissant, notamment, le test de JOHANSEN.

III. Approche de la cointégration par le maximum de vraisemblance

L'approche de la cointégration par le maximum de vraisemblance a été initiée par JOHANSEN (1988) et développée par JOHANSEN et JUSELIUS (1990). Le principal intérêt de ce test est de traiter directement le cas multivarié. En effet, l'hypothèse de base de l'approche d'ENGLE et GRANGER est qu'il existe une relation de cointégration. Cette hypothèse est raisonnable lorsque la relation de cointégration porte sur deux variables. Si celle-ci porte sur plus de deux variables, elle est discutable car il peut alors avoir plus d'une relation de cointégration. L'avantage de l'approche développée dans cette section par rapport à la précédente est qu'elle permet précisément de déterminer le nombre de relation(s) de cointégration. L'approche de JOHANSEN utilise la méthode du maximum de vraisemblance à information complète.

3.1 - BREF EXPOSÉ DE LA MÉTHODE

Soit $\{Y_t\}$ un vecteur à n composantes $I(1)$. Soit le modèle suivant :

$$\Delta y_t = \mu + \pi y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \Gamma_i \Delta y_{t-i} + e_t \text{ où } e_t \sim N(0, \textstyle\sum).$$

La méthode a pour objectif de tester la dimension r de l'espace de cointégration (c'est-à-dire le nombre de vecteurs de cointégration) à travers l'estimation du rang de la matrice de cointégration π. L'hypothèse nulle est donc :

$(H0)$: il existe au plus r vecteurs de cointégration.

Sous $(H0)$, la matrice π doit satisfaire la relation $\pi = \alpha\beta'$ avec β' le vecteur de cointégration. Les valeurs estimées par la méthode du maximum de vraisemblance des matrices $\Gamma_i (i = 1, \ldots, k)$ et du vecteur μ peuvent être obtenues par les MCO.

Cependant les valeurs estimées de α, β et $\sum$ par la méthode du maximum de vraisemblance sont différentes et sont obtenues en résolvant un problème de valeurs propres.

Soit le modèle, $Y_t = \pi_1 Y_{t-1} + \ldots + \pi_k Y_{t-k} + \varepsilon_t$ avec l'hypothèse $E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \Lambda$. En réécrivant ce modèle en différences premières, on a :

$$\begin{aligned} &\Delta y_t = \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \ldots + \Gamma_k \Delta y_{t-k} + \varepsilon_t \\ &\textit{avec} \quad \Gamma_i = -I + \pi_1 + \ldots + \pi_i \end{aligned}$$

La log-vraisemblance fonctionnelle est sous l'hypothèse nulle :

$$\log L = -\frac{nT}{2}(\log 2\Pi) - \frac{T}{2}\log\Lambda$$
$$-\frac{1}{2}\left[\sum_{t=1}^{T}\left\{[\Delta y_t - \Gamma_i\Delta y_{t-1} - \ldots - \alpha\beta' y_{t-k}]\Lambda^{-1}\right.\right.$$
$$\left.\left.[\Delta y_t - \Gamma_i\Delta y_{t-1} - \ldots - \alpha\beta' y_{t-k}]\right\}\right]$$

où $i = 1, \ldots, (k-1)$ et $\Pi = -(1 - \pi_1 - \pi_k) = \pi(1)$

La maximisation de $\Gamma_1, \ldots, \Gamma_k$ est alors simple selon JOHANSEN puisqu'il s'agit de la régression de $\Delta Y_1 + \alpha\beta' y_{t-k}$ sur les différences retardées. Pour cela, on effectue les régressions suivantes :

$$\Delta y_t = \Gamma_{0,1}\Delta y_{t-1} + \ldots + \Gamma_{0,k-1}\Delta y_{t-k+1} + R_{0t} \text{ et}$$
$$y_{t-k} = \Gamma_{k,1}\Delta y_{t-1} + \ldots + \Gamma_{k,k-1}\Delta y_{t-k+1} + R_{kt}$$

où R_{0t} et R_{kt} sont respectivement les résidus des deux régressions précédentes.

Une fois ces régressions réalisées, on calcule la fonction de vraisemblance "concentrée". En prenant les logarithmes, on obtient (à une constante près) :

$$\log L(\Lambda, \alpha, \beta) = -\frac{T}{2}\log\det\Lambda - \frac{1}{2}\left[\sum_{t=1}^{T}\left\{[R_{0t} - \alpha\beta' R_{kt}]'\Lambda^{-1}[R_{0t} - \alpha\beta' R_{kt}]\right\}\right]$$

Pour β fixé, on peut maximiser les matrices Λ et α en effectuant une régression de R_{0t} sur βR_{kt}. Les estimateurs obtenus sont alors :

$$\widehat{\alpha}(\beta) = -S_{0k}\beta(\beta' S_{kk}\beta)^{-1}$$
$$\widehat{\Lambda}(\beta) = S_{00} - S_{0k}\beta(\beta' S_{kk})^{-1}\beta' S_{k0}$$

où les moments croisés des résidus R_{0t} et R_{kt} notés S_{ij} sont donnés par :

$$S_{ij} = T^{-1}\left[\sum_{t=1}^{T} R_{it}R'_{jt}\right] \text{ pour } i,j = 0,k$$

Il apparaît alors que la vraisemblance est proportionnelle à : $-\frac{T}{2}\log\det\widehat{\Lambda}(\beta)$

Par conséquent, le problème revient à chercher les solutions en β minimisant $\det\widehat{\Lambda}(\beta)$, c'est-à-dire :

$$\min_{\beta}| S_{00} - S_{0k}\beta[\beta' S_{kk}\beta]^{-1}\beta' S_{k0} |$$

En utilisant la propriété suivante des déterminants :

$$\begin{vmatrix} S_{00} & S_{0k}\beta \\ \beta' S_{k0} & \beta' S_{kk}\beta \end{vmatrix} = |S_{00}|\left|\beta' S_{kk}\beta - \beta' S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k}\beta\right|$$
$$= |\beta' S_{kk}\beta|\left| S_{00} - S_{0k}(\beta' S_{kk}\beta)^{-1}\beta' S_{k0}\right|,$$

le problème de minimisation s'écrit :

$$\min_{\beta}\left|\beta' S_{kk}\beta - \beta' S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k}\beta\right| \frac{1}{|\beta' S_{kk}\beta|}$$

puisque la minimisation se fait par rapport à β (S_{00} ne dépend pas de β et n'a de ce fait aucune influence sur la solution).

Par ailleurs, comme les déterminants sont calculés à un changement de base près, on choisit celle où $\beta' S_{kk}\beta = I$. On a alors :

$$\min_{\beta}\left|\beta' S_{kk}\beta - \beta' S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k}\beta\right|$$

sous la contrainte $\beta' S_{kk}\beta = I$.

De plus, comme $\left|\beta' S_{kk}\beta - \beta' S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k}\beta\right| = \left|\beta'(S_{kk} - S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k})\beta\right|$,

il s'en suit que la solution au problème de minimisation revient à étudier les valeurs propres $(\lambda_1, \ldots, \lambda_n)$ et les vecteurs propres $(e_1, \ldots, e_N)$ du déterminant $\left|\lambda S_{kk} - S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k}\right| = 0$.

Les estimateurs du maximum de vraisemblance contraint des vecteurs de cointégration sont les vecteurs propres $(e_1, \ldots, e_r)$ associés aux r plus grandes valeurs propres.

L'estimation des paramètres donne (sous l'hypothèse nulle, c'est-à-dire où Π est contraint) :

$$\widehat{\alpha} = -S_{0k}\widehat{\beta}\,(\widehat{\beta}' S_{kk}\widehat{\beta})^{-1} = -S_{0k}\widehat{\beta}$$

$$\widehat{\Lambda} = S_{00} - S_{0k}\widehat{\beta}\,\widehat{\beta}' S_{k0} = S_{00} - \widehat{\alpha}\,\widehat{\alpha}'$$

$$\widehat{\Pi} = -S_{0k}\widehat{\beta}\,(\widehat{\beta}' S_{kk}\widehat{\beta})^{-1}\widehat{\beta}' = -S_{0k}\widehat{\beta}\,\widehat{\beta}' = \widehat{\alpha}\,\widehat{\beta}'$$

Sous l'hypothèse alternative (Π non contraint), on a N valeurs propres. On teste alors le modèle contraint contre le modèle non contraint à l'aide d'un test du rapport de vraisemblance dont la statistique[9] est :

9. Cette statistique ne suit pas une loi standard, mais des intégrales de mouvements browniens, tabulées par JOHANSEN (1988) et JOHANSEN et JUSELIUS (1990) pour des valeurs de $(N - r)$ comprises entre un et cinq. Par ailleurs, sa distribution asymptotique dépend des $(N - r)$ tendances communes.

$$2\left[\log L - \log L_c(\widehat{\beta}_0)\right] = -T \sum_{i=1+r}^{N} \log(1 - \widehat{\lambda}_i)$$

où $(\lambda_{r+1}, \ldots, \lambda_N)$ sont les $(N - r)$ plus petites valeurs propres solution de $\left| \lambda S_{kk} - S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k} \right| = 0$.

Cette statistique est appelée par JOHANSEN la “statistique de la trace”. L'idée sous-jacente est celle d'une réduction du sous-espace quand le modèle est contraint car on raisonne en termes de combinaisons linéaires de variables. JOHANSEN considère une seconde statistique de test de rapport de vraisemblance de l'hypothèse selon laquelle il existe r vecteurs de cointégration contre l'alternative qu'il en existe $(r + 1)$. Il appelle cette statistique, “la statistique de la valeur propre maximale”.

Deux critiques ont été adressées au test de cointégration de JOHANSEN. La première est qu'il repose directement sur le MCE, or le nombre de retards dans la représentation à correction d'erreur est inconnu. La seconde critique est que le MCE utilisé dans la technique de JOHANSEN repose sur le fait que les erreurs sont gaussiennes alors que celles-ci peuvent ne pas suivre une loi normale.

GONZALO (1994) a répondu à ces critiques en montrant tout d'abord que le fait que le nombre de retards dans le MCE soit inconnu ne peut constituer une limite à la méthode. Il préconise d'utiliser “beaucoup” de retards dans le MCE même si cela peut entraîner une surparamétrisation. Il montre à l'aide des simulations de MONTÉ CARLO que le coût de la surparamétrisation dû à l'introduction d'un plus grand nombre de retards dans le MCE est faible en termes de perte d'efficacité des estimateurs. Il montre en particulier qu'avec un modèle surparamétré qui utilise quatre retards dans le MCE, la méthode de JOHANSEN fournit de meilleurs résultats que les autres méthodes.

Quant au problème de la non-normalité des erreurs, GONZALO (1994) estime qu'il n'y a aucune raison pour que la méthode de JOHANSEN fournisse de moins bons résultats que les autres méthodes. Les résultats de ses simulations sont en faveur de cette assertion.

3.2 - RÉSULTATS DU TEST DE JOHANSEN

L'hypothèse nulle du test de JOHANSEN est qu'il existe au maximum r relations de cointégration et l'hypothèse alternative est qu'il existe moins de r relations de cointégration. La statistique de la trace et celle de la valeur propre maximale sont utilisées pour le test.

Lorsque la statistique calculée est inférieure à la statistique tabulée, on ne rejette pas l'hypothèse nulle. En revanche, lorsque la statistique calculée est supérieure à la valeur critique tabulée par JOHANSEN et JUSELIUS (1990), on rejette l'hypothèse nulle.

Le tableau 5 présente le résultat du test de cointégration de JOHANSEN entre l'indice des actions industrielles cotées à la bourse de New York, noté S$PI et quatre taux de change (dollar/mark, dollar/yen, dollar/livre et dollar/dollar canadien) sur la période 1974 : 1 - 1993 : 12. Nous avons limité le nombre de variables à quatre car les simulations de JOHANSEN et JUSELIUS (JJ) utilisent un VAR à cinq variables au maximum. La statistique de la trace est toujours inférieure à sa valeur critique tabulée par seuil de 5 % pour les valeurs possibles de r. La statistique de la valeur propre maximale permet à 5 % d'aboutir au même résultat. On en conclut que l'on ne peut pas rejeter l'hypothèse de non-cointégration entre l'indice S$PI et les quatre taux de change, $/mark ; $/yen, $/livre et $/$ canadien comme l'indique le non rejet de l'hypothèse $r = 0$.

Le test de cointégration permet de conclure que les cours boursiers intègrent sur la période étudiée toute l'information disponible, notamment celle sur les marchés de change retenus.

Tableau 5

Test de cointégration entre le cours des actions industrielles (S$PI) et les taux de change entre le dollar et quatre devises : dollar/mark, dollar/yen, dollar/livre et dollar/dollar canadien. Toutes les variables sont prises en logarithmes.
La période d'estimation couvre 1974 : 1 - 1993 : 12.

Nombre de relations de cointégration (r)	Statistique de la trace	Valeur critique de la trace à 5 %	Statistique de la valeur propre maximale	Valeur critique de la valeur propre maximale à 5 %
r=0	47,726	75,328	21,016	34,397
r≤1	26,710	53,347	12,019	28,167
r≤2	14,691	35,068	11,202	21,894
r≤3	3,489	20,168	3,179	15,752
r≤4	0,310	9,094	0,310	9,094

Note : les valeurs critiques sont issues des simulations faites par JOHANSEN et JUSELIUS (1990), tableau A3.

Le tableau 6 fournit les résultats du test de cointégration entre le S$PI et chacun des taux de change. Une devise en plus des quatre étudiées ci-dessus est introduite : le taux de change dollar/franc ($/FF). La statistique de la trace, ainsi que celle de la valeur propre maximale indiquent que l'on ne rejette pas, quelle que soit la devise considérée, l'hypothèse selon laquelle il n'existe pas de relation de cointégration entre le S$PI et chacun des taux de change.

Ce résultat confirme donc le précédent en montrant que sur la période considérée, comme l'indique l'acceptation de $r = 0$, l'information disponible sur le marché de changes a été prise en compte par le marché boursier.

Tableau 6

Test de cointégration entre le cours des actions industrielles (S$PI) et chacun des taux de change suivants : dollar/mark, dollar/yen, dollar/livre et dollar/dollar canadien. Toutes les variables sont prises en logarithmes. La période d'estimation couvre 1974 : 1 - 1993 : 12.

Nombre de relations de cointégration (r)	Statistique de la trace	Valeur critique de la trace à 5 %	Statistique de la valeur propre maximale	Valeur critique de la valeur propre maximale à 5 %
Panel A : S$PI et taux de change dollar/mark				
r=0	4,6062	20,168	4,605	15,752
$r \leq 1$	0,0006	9,094	0,00069	9,094
Panel B : S$PI et taux de change dollar/yen				
r=0	9,174	20,168	9,162	15,752
$r \leq 1$	0,011	9,094	0,0116	9,094
Panel C : S$PI et taux de change dollar/livre				
r=0	5,926	20,168	5,886	15,752
$r \leq 1$	0,04004	9,094	0,04004	9,094
Panel D : S$PI et taux de change dollar/franc				
r=0	2,630	20,168	2,477	15,752
$r \leq 1$	0,1529	9,094	0,152	9,094
Panel E : S$PI et taux de change dollar/dollar canadien				
r=0	4,661	20,168	4,205	15,752
$r \leq 1$	0,456	9,094	0,456	9,094

Note : les valeurs critiques sont issues des simulations faites par JOHANSEN et JUSELIUS (1990), tableau A3.

Le tableau 7 présente le résultat du test de cointégration entre le **S$PI** et quatre autres cours boursiers sur la période 1973 : 1-1993 :12 (l'indice de la bourse anglaise, l'indice de la bourse allemande, l'indice de la bourse japonaise et l'indice de la bourse italienne). Ce tableau permet de tester l'existence d'au moins une, deux, trois et quatre relations de cointégration.

Quelle que soit l'hypothèse testée, la statistique de la trace, ainsi que celle de la valeur propre maximale, sont inférieures à leur valeur tabulée par JJ (1990). On ne rejette donc pas l'hypothèse de non-cointégration entre les cinq cours boursiers étudiés. Ce résultat permet d'affirmer que les informations disponibles sur d'autres places boursières sont simultanément prises en compte à la bourse de New York comme l'atteste l'acceptation de l'hypothèse $r = 0$.

Tableau 7

Test de cointégration entre le cours des actions industrielles (S$PI) et quatre cours des indices des actions cotées sur d'autres places boursières : le FT500, le FAZ, le TOPIX et le BCI. Toutes les variables sont prises en logarithmes. La période d'estimation couvre 1973 : 1 - 1993 : 12.

Nombre de relations de cointégration (r)	Statistique de la trace	Valeur critique de la trace à 5 %	Statistique de la valeur propre maximale	Valeur critique de la valeur propre maximale à 5 %
r=0	45,348	75,328	22,610	34,397
r≤1	19,738	53,347	10,261	28,167
r≤2	9,477	35,068	5,705	21,894
r≤3	3,772	20,168	2,844	15,752
r≤4	0,927	9,094	0,927	9,094

Note : les valeurs critiques sont issues des simulations faites par JOHANSEN et JUSELIUS (1990), tableau A3.

Le tableau 8 donne les résultats du test de cointégration entre le S$PI et chacun des cours boursiers (aux cours boursiers précédents s'ajoute l'indice SBF250).

La statistique de la trace et celle de la valeur propre maximale sont inférieures dans tous les cas de figure à leur valeur tabulée à 5 %, sauf pour le test de cointégration entre le S$PI et le FT500. Pour ce dernier cas, la statistique de la trace est proche de sa valeur critique, insinuant un doute sur l'acceptation de l'hypothèse de non-cointégration. La statistique de la valeur propre maximale confirme ce doute en admettant l'existence d'une relation de cointégration entre le S$PI et le FT500.

Tableau 8

Test de cointégration entre le cours des actions industrielles (S$PI) et chacun des autres indices boursiers. Toutes les variables sont prises en logarithmes. La période d'estimation varie en fonction de la disponibilité des données.

Nombre de relations de cointégration (r)	Statistique de la trace	Valeur critique de la trace à 5 %	Statistique de la valeur propre maximale	Valeur critique de la valeur propre maximale à 5 %
Panel A : S$PI et FT500, 1960 : 2 - 1993 : 12				
r=0	17,892	20,168	17,861	15,752
r≤ 1	0,0315	9,094	0,0315	9,094
Panel B : S$PI et FAZ, 1970 : 12 - 1993 : 12				
r=0	9,685	20,168	9,682	15,752
r≤ 1	0,0025	9,094	0,00001	9,094
Panel C : S$PI et TOPIX, 1963 : 2 - 1993 : 12				
r=0	2,290	20,168	1,518	15,752
r≤ 1	0,771	9,094	0,771	9,094
Panel D : S$PI et BCI, 1973 : 2 - 1993 : 12				
r=0	3,105	20,168	3,105	15,752
r≤ 1	0,00015	9,094	0,00015	9,094
Panel E : S$PI et SBF250, 1962 : 2 - 1993 : 12				
r=0	10,982	20,168	10,644	15,752
r≤ 1	0,337	9,094	0,337	9,094

Note : les valeurs critiques sont issues des simulations faites par JOHANSEN et JUSELIUS (1990), tableau A3.

3.3 - COMPARAISON DES TESTS DE COINTÉGRATION

Les différents tests de cointégration ont été comparés notamment par GONZALO (1994). GONZALO indique que puisque les estimateurs résultants des différentes méthodes d'estimations des relations à long terme sont superconvergents[10] (car ils convergent à la vitesse T et non $\sqrt{T}$), il ne devrait pas y avoir de différence significative entre les différentes estimations si le nombre d'observations n'est pas très faible. Néanmoins, selon GONZALO, la meilleure méthode d'estimation des relations de cointégration doit avoir les caractéristiques suivantes :

- elle doit incorporer toute la connaissance *a priori* sur la présence des racines unitaires : cette condition permet d'éliminer le biais médian, la non-symétrie, une partie des paramètres de nuisance liés aux dépendances. Elle accroît ainsi l'efficience des tests.
- elle doit estimer tout le système : cette condition élimine le biais de simultanéité et accroît l'efficience
- enfin, elle doit être suffisamment flexible pour saisir la dynamique du système.

De toutes les méthodes examinées par GONZALO, seule la méthode du maximum de vraisemblance remplie les conditions ci-dessus.

10. On estime qu'un estimateur est convergent lorsque l'on tire un échantillon dans une population et que l'on fait tendre sa taille vers l'infini, la valeur de l'estimateur dans l'échantillon tend vers sa vraie valeur dans la population mère. La vitesse de convergence est en général de racine carrée de la taille de l'échantillon (T). On parle de superconvergence lorsque la vitesse de convergence est supérieure à $\sqrt{T}$.

Lorsque les variables d'une régression sont cointégrées, les estimateurs issus de celle-ci sont superconvergents. Lorsque les variables ne sont pas cointégrées, les résultats de la régression sont en général fallacieux. Sur la supercongence et cointégration, on peut se reporter à Harris (1995, chap. 4).

CONCLUSION

Ce papier a mis en oeuvre deux tests de l'hypothèse de cointégration entre deux ou plus de deux variables pour vérifier que les cours observés à la bourse de New York intègrent toute l'information, aussi bien sur les autres places boursières que sur les marchés des changes. Si tel est le cas, alors on peut admettre que le marché boursier de New York est efficient dans la mesure où toute l'information disponible sur les marchés de changes et sur les autres places boursières a été prise en compte.

Lorsque l'on utilise le test de cointégration en deux étapes de ENGLE-GRANGER, soit en appliquant le test de racine unitaire de DF aux résidus de la relation de cointégration, soit en recourant à la correction semi-paramétrique introduite par PP, on ne rejette pas l'hypothèse de non-cointégration entre l'indice S$PI et les autres indices boursiers à l'exception de l'indice de la bourse de Londres. De même, on ne rejette pas l'hypothèse de non-stationnarité entre le S$PI et les séries de taux de change. Ce résultat est confirmé par le test de cointégration de Johansen dont la supériorité repose sur le fait qu'il utilise la technique du maximum de vraisemblance exact.

En conclusion, le marché des actions des entreprises industrielles cotées à la bourse de New York n'est pas efficient sur la période examinée, puisque l'on a montré qu'il n'intègre pas suffisamment l'information disponible sur le marché boursier londonien. Ce résultat a des conséquences non négligeables, notamment en terme de stratégie d'arbitrage. Cependant, l'étude de telles conséquences dépasse l'objectif de cet article et devrait faire l'objet de recherches futures.

ANNEXES

Annexe 1

Présentation du test de Phillips et Perron (1988)

PHILLIPS et PERRON propose un test très général avec des hypothèses minimales sur la séquence d'innovations $\{\xi_t\}$ et ayant donc une portée plus grande que l'extension suggérée par SAÏD et DICKEY[11] (test ADF). Pour éliminer les paramètres de nuisance, associés à l'existence de corrélations dans la composante stochastique du processus générateur de données, qui perturbent les résultats des tests de racine unitaire de DICKEY et FULLER, PHILLIPS et PERRON suggèrent d'adjoindre à la statistique de STUDENT, t_ρ, un facteur de correction fondé sur des estimateurs convergents des paramètres de nuisance, qui élimine cette dépendance asymptotique. L'approche retenue est alors basée sur le théorème central limite aux "variables aléatoires à valeur de fonctions" ("function-valued random variables") ; dans le cas présent, à des fonctions construites à partir de séries de sommes partielles d'un processus stationnaire (différences de martingale).

Soit Y_t un processus stochastique engendré en temps discret par [A1] et [A2] (respectivement par [A1'] et [A2'] et par [A1"] et A2"]) :

[A1] $\quad Y_t = \rho^* Y_{t-1} + \xi_t^* \qquad t = 1, 2,$

[A1'] $\quad Y_t = \widehat{\mu} + \widehat{\rho} Y_{t-1} + \widehat{\xi}_t$

[A1"] $\quad Y_t = \widetilde{\mu} + \widetilde{\rho} Y_{t-1} \widetilde{\beta}(t - \frac{1}{2}T) + \widetilde{\xi}_t$

[A2] $\quad \rho^* = 1$

[A2'] $\quad \widehat{\rho} = 1, \widehat{\mu} = 0$

[A2"] $\quad \widetilde{\rho} = 1, \widetilde{\mu} = 0$

PHILLIPS (1987) et PHILLIPS et PERRON (1988) retiennent un ensemble d'hypothèses sur les erreurs qui exprime la mesure de la dépendance temporelle en terme de "mixing coefficient α_m". Ce coefficient est lui-même défini de la manière suivante :

[A3] $\quad \alpha_m = \sup_m \sup_{j > n+m} \alpha(F_1^n, F_{n+m}^j)$

où $\alpha(F, G) = \sup_{f \in F, g \in G} | P(fg) - P(f)P(g) |$

et F_a^b désigne la σ-algèbre engendrée par $\{\xi_a, \xi_{a+1}, \ldots, \xi_b\}$ pour tout $a \leq b$.

On dit que la série est "α-mixing" ou "strong-mixing" si $\alpha_m \rightarrow 0$ quand $m \rightarrow \infty$. La quantité α_m évalue la dépendance existant entre des erreurs

11. Les hypothèses faites sur les erreurs ξ_t sont moins restrictives que dans les tests de DICKEY et FULLER : ces dernières peuvent être faiblement dépendantes temporellement et distribuées de manière hétérogène ("strong mixing processes").

distantes de m périodes. Quand m tend vers l'infini, α_m tend vers zéro, ce qui traduit l'indépendance asymptotique de la série $\{\xi_t\}_{t=1}^{\infty}$.

Soit ρ^* l'estimateur des moindres carrés de ρ dans l'équation [A1] :

$$\rho^* = \frac{\sum_{t=1}^{T} Y_t Y_{t-1}}{\sum_{t=1}^{T} Y_{t-1}^2}.$$

La statistique centrée et standardisée est alors :

$$\text{[A4]} \qquad T(\rho^* - 1) = \frac{\left\{T^{-1}\sum_{t=1}^{T} Y_{t-1}(Y_t - Y_{t-1})\right\}}{\left\{T^{-2}\sum_{t=1}^{T} Y_{t-1}^2\right\}}$$

et le t statistique :

$$\text{[A5]} \qquad t_{\rho^*} = \left[\sum_{t=1}^{T}(Y_t - \overline{Y}_{-1})^2\right]^{1/2} (\rho^* - \rho)/s^*$$

où $s^{*^2} = T^{-1}\sum_{t=1}^{T}(Y_t - \rho^* Y_{t-1})^2$.

De la même façon, pour les modèles [A1'] et [A1"], on a respectivement :

$$\text{[A6]} \qquad t_{\hat{\rho}} = \left[\sum_{t=1}^{T}(Y_t - \overline{Y}_{-1})^2\right]^{1/2} (\hat{\rho} - \rho)\,/\,\hat{s}$$

$$\text{[A7]} \qquad t_{\hat{\mu}} = \left[\sum_{t=1}^{T}(Y_t - \overline{Y}_{-1})^2\right]^{1/2} (\hat{\mu} - \mu)\,/\,\hat{s} \text{ et}$$

$$\text{[A8]} \qquad t_{\tilde{\rho}} = \left[\sum_{t=1}^{T}(Y_t - \overline{Y}_{-1})^2\right]^{1/2} (\tilde{\rho} - \rho)\,/\,(\tilde{s}^2\, c_2)^{1/2}$$

$$\text{[A9]} \qquad t_{\tilde{\mu}} = \left[\sum_{t=1}^{T}(Y_t - \overline{Y}_{-1})^2\right]^{1/2} (\tilde{\mu} - \mu)\,/\,(\tilde{s}^2\, c_1)^{1/2}$$

$$\text{[A10]} \qquad t_{\tilde{\beta}} = \left[\sum_{t=1}^{T}(Y_t - \overline{Y}_{-1})^2\right]^{1/2} (\tilde{\beta} - \beta)\,/\,(\tilde{s}^2\, c_3)^{1/2}$$

où $\widehat{s}$ et $\widetilde{s}$ sont les écarts-types des régressions [A1'] et [A1"] respectivement et c_i est le ième élément de la diagonale principale de la matrice

$(Y'Y)^{-1}$ et $\overline{Y}_{-1} = T^{-1}\sum_{i=1}^{T} Y_{t-i}$.

L'approche de PHILLIPS (1987) consiste en une caractérisation des distributions limites de [A4] et [A5] (et [A6] et [A7] puis [A8], [A9] et [A10] respectivement) en termes de fonctions d'un processus de WIENER. Par ailleurs, les distributions de ces statistiques dépendent du rapport des variances $\frac{\sigma_\xi^2}{\sigma^2}$ (paramètres de nuisance). Ces deux paramètres peuvent être estimés de manière convergente et ces estimations utilisées pour construire les statistiques modifiées dont les distributions limites seront, elles, indépendantes de σ_ξ^2 et σ^2. Ces statistiques "corrigées" fourniront alors des statistiques de test générales pour tester la présence d'une racine unitaire. On a

$$\text{[A11]} \qquad s_\xi^2 = T^{-1}\sum_{t=1}^{T}(Y_t - Y_{t-1})^2 = T^{-1}\sum_{t=1}^{T}\xi_t^2.$$

Cet estimateur est convergent sous l'hypothèse nulle [A2].

Trouver un estimateur convergent de $\sigma^2 = \lim_{T\to\infty} E(T^{-1}S_T^2)$ est plus difficile. Selon PHILLIPS, ce problème est équivalent à l'estimation convergente d'une matrice de covariance asymptotique en présence d'observations faiblement dépendantes et à distribution hétérogène. Ce dernier problème a été étudié par WHITE et DOMOWITZ (1984) et WHITE (1984).

$$\text{[A12]} \qquad \sigma_{Tl}^2 = T^{-1}\sum_{t=1}^{T} E(\xi_t^2) + 2T^{-1}\sum_{\tau=1}^{1}\sum_{t=\tau+1}^{T} E(\xi_t\,\xi_{t-\tau})$$

où l est un paramètre de troncature. Pour une taille d'échantillon et une valeur de l grandes, on peut s'attendre à ce que σ_{Tl}^2 soit très proche de σ_T^2 si la contribution totale dans σ_T^2 des covariances à des retards élevés est faible. Cette formulation de s_{Tl}^2 induit une absence de contrainte concernant la non-négativité de la statistique : s'il y a des autocovariances grandes et négatives, s_{Tl}^2 peut prendre une valeur négative. Pour éviter un tel problème, NEWEY et WEST (1987), dans un autre contexte, ont suggéré une modification (pondération des autocovariances) de la formulation de l'estimateur assurant sa non-négativité :

$$\text{[A13]} \qquad \breve{s}_{Tl}^2 = T^{-1}\sum_{t=1}^{T}\xi_t^2 + 2T^{-1}\sum_{\tau=1}^{l} w_{\tau l}\sum_{t=\tau+1}^{T}\xi_t\,\xi_{t-\tau}$$

$$\text{[A14]} \qquad w_{\tau l} = 1 - \frac{\tau}{l+1} \quad \text{(fenêtre de BARTLETT)}$$

Il est bien entendu possible de retenir d'autres fenêtres spectrales pour pondérer les autocovariances. PHILLIPS et PERRON (1988) utilisent par exemple une fenêtre de PARZEN dans leurs simulations.

Dans nos applications des tests utilisant la correction semi-paramétrique, nous avons également retenu une fenêtre de PARZEN :

$$[A15] \qquad \begin{cases} w_{\tau,l} = 1 - 6(\frac{\tau}{l})^2 + 6(\frac{\tau}{l})^3 & \text{si } 0 < \frac{\tau}{l} < \frac{1}{2} \\ w_{\tau,l} = 2(1 - \frac{\tau}{l})^3 & \text{si } \frac{1}{2} \leq \frac{\tau}{l} \leq 1 \end{cases}$$

PHILLIPS et PERRON définissent pour finir leurs statistiques transformées, éliminant asymptotiquement l'influence des paramètres de nuisance des statistiques traditionnelles. Ces statistiques sont appelées $Z(\phi_3)$, $Z(\phi_2)$, $Z(\phi_1)$, $Z(T\rho)$ et $Z(T(\rho-1))$ et correspondent aux statistiques $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \ldots$ de DICKEY et FULLER. Les valeurs critiques restent les mêmes. Lorsque la statistique calculée est inférieure à la borne en valeur absolue, on accepte l'hypothèse nulle de présence de racine unitaire.

Annexe 2

Résultats des tests de Phillips et Perron (1988) sur chacune des séries utilisées

Les résultats du test sont en général très peu sensibles à la longueur du retard.

Logarithme du taux de change mensuel $/Mark

statistique	l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
$Z(\phi_3)$	1,1794	1,1224	1,0961	1,0838	1,0789	1,0775	1,0762	1,0761	1,0772	1,0799
$Z(\phi_2)$	1,6452	1,5309	1,4643	1,4225	1,3983	1,3881	1,3746	1,3589	1,3455	1,3323
$Z(\phi_1)$	2,7122	2,6296	2,5820	2,5524	2,5356	2,5289	2,5197	2,5089	2,4997	2,4905
$Z(T(\rho-1))$	-1,007	-1,022	-1,042	-1,053	-1,062	-1,068	-1,073	-1,077	-1,079	-1,082
$Z(T\rho)$	-0,149	-0,171	-0,195	-0,209	-0,218	-0,224	-0,230	-0,234	-0,237	-0,239

Logarithme du taux de change mensuel $/$ canadien

statistique	l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
$Z(\phi_3)$	0,3666	0,3656	0,3715	0,3834	3,3961	0,4122	0,4247	0,4439	0,4621	0,4908
$Z(\phi_2)$	0,3204	0,3155	0,3152	0,3194	0,3253	0,3351	0,3403	0,3510	0,3614	0,3783
$Z(\phi_1)$	0,4252	0,4342	0,4449	0,4562	0,4652	0,4749	0,4816	0,4914	0,4999	0,5128
$Z(T(\rho-1))$	-0,069	-0,105	-0,148	-0,174	-1,194	-0,214	-0,233	-0,266	-1,079	-0,282
$Z(T\rho)$	-0,029	-0,067	-0,108	-0,132	-0,150	-0,166	-0,181	-0,207	-0,237	-0,219

Logarithme du taux de change mensuel $/Livre

statistique	l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
$Z(\phi_3)$	0,7896	0,8123	0,8458	0,8774	0,9058	0,9299	0,9486	0,9716	0,9940	1,0179
$Z(\phi_2)$	0,8350	0,8146	0,8177	0,8264	0,8364	0,8461	0,8540	0,8643	0,8746	0,8861
$Z(\phi_1)$	1,0634	1,0788	1,0947	1,1084	1,1200	1,1295	1,1365	1,1451	1,1534	1,1621
$Z(T(\rho-1))$	-0,744	-0,773	-0,810	-0,832	-0,847	-0,858	-0,867	-0,874	-0,879	-0,884
$Z(T\rho)$	-0,127	-0,165	-0,207	-0,229	-0,244	-0,254	-0,262	-0,267	-0,272	-0,276

Logarithme du taux de change mensuel $/franc

statistique	l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
$Z(\phi_3)$	0,4905	0,4856	0,4971	0,5204	0,5501	0,5731	0,5944	0,6175	0,6373	0,6542
$Z(\phi_2)$	0,4084	0,3972	0,3981	0,4082	0,4237	0,4366	0,4488	0,4624	0,4742	0,4843
$Z(\phi_1)$	0,6623	0,7076	0,7563	0,8052	0,8515	0,8823	0,9086	0,9354	0,9574	0,9755
$Z(T(\rho-1))$	0,104	0,099	0,094	0,091	0,088	0,085	0,083	0,080	0,078	0,076
$Z(T\rho)$	-0,016	-0,001	-0,020	-0,031	-0,040	-0,048	-0,055	-0,062	-0,067	-0,072

Logarithme du taux de change mensuel $/Yen

statistique	l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
$Z(\phi_3)$	0,9956	0,9907	1,0047	1,0359	1,0753	1,1071	1,1376	1,1721	1,2003	1,2209
$Z(\phi_2)$	1,8924	1,7860	1,7197	1,6674	1,6366	1,6228	1,6149	1,6102	1,6089	1,6092
$Z(\phi_1)$	1,9662	1,8435	1,7569	1,6754	1,6147	1,5798	1,5526	1,5265	1,5085	1,4969
$Z(T(\rho-1))$	-0,169	-0,169	-0,169	-0,170	-0,170	-0,170	-0,171	-0,171	-0,171	-0,171
$Z(T\rho)$	-0,026	-0,029	-0,034	-0,036	-0,038	-0,039	-0,040	-0,041	-0,042	-0,043

Logarithme de l'indice boursier mensuel S$PI

statistique	l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
$Z(\phi_3)$	1,1899	1,1647	1,1567	1,1526	1,1528	1,1544	1,1542	1,1538	1,1535	1,1530
$Z(\phi_2)$	5,7652	5,4618	5,3089	5,1638	5,0058	4,9396	4,9483	4,9613	4,9730	4,9922
$Z(\phi_1)$	7,6137	7,2109	7,0114	6,8174	6,5978	6,5133	6,5438	6,5808	6,6160	6,6628
$Z(T(\rho-1))$	0,737	0,735	0,733	0,732	0,731	0,730	0,730	0,729	0,729	0,729
$Z(T\rho)$	0,037	0,025	0,012	0,005	0,002	0,0002	-0,001	-0,003	-0,005	-0,005

Logarithme de l'indice boursier mensuel SBF250

statistique	l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
$Z(\phi_3)$	2,9749	2,8455	2,7892	2,7160	2,6262	5,5884	2,5859	2,5975	2,5993	2,5932
$Z(\phi_2)$	2,6995	2,5762	2,5221	2,4511	2,3630	2,3255	2,3231	2,3346	2,3364	2,3303
$Z(\phi_1)$	1,0976	1,0243	0,9894	0,9467	0,8959	0,8722	0,8669	0,8689	0,8658	0,8586
$Z(T(\rho-1))$	0,268	0,266	0,264	0,263	0,262	0,262	0,261	0,261	0,261	0,260
$Z(T\rho)$	0,015	0,002	-0,011	-0,017	-0,019	-0,022	-0,024	-0,025	-0,027	-0,028

Logarithme de l'indice boursier mensuel FT500

statistique	l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
$Z(\phi_3)$	2,0481	2,0237	2,0079	1,9845	1,9938	2,0177	2,0308	2,0336	2,0284	2,0246
$Z(\phi_2)$	2,2714	2,2375	2,2149	2,1803	2,1942	2,2288	2,2474	2,2514	2,2440	2,2387
$Z(\phi_1)$	1,3499	1,3285	1,3152	1,2914	1,3068	1,3392	1,3583	1,3655	1,3634	1,3629
$Z(T(\rho-1))$	0,310	0,309	0,307	0,306	0,306	0,306	0,306	0,306	0,306	0,306
$Z(T\rho)$	0,014	0,003	-0,007	-0,011	-0,012	-0,012	-0,012	-0,012	-0,011	-0,010

Logarithme de l'indice boursier mensuel FAZ

statistique	l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
$Z(\phi_3)$	2,9093	2,7538	2,6687	2,6282	2,6161	2,6076	2,5976	2,5965	2,5935	2,5742
$Z(\phi_2)$	2,7217	2,5598	2,4662	2,4194	2,4050	2,3948	2,3826	2,3811	2,3775	2,3532
$Z(\phi_1)$	1,1680	1,0959	1,0535	1,0335	1,0301	1,0284	1,0252	1,0281	1,0296	1,0184
$Z(T(\rho-1))$	0,223	0,222	0,221	0,220	0,219	0,219	0,219	0,219	0,306	0,219
$Z(T\rho)$	0,016	0,009	0,001	-0,004	-0,007	-0,008	-0,010	-0,012	-0,011	-0,011

Logarithme de l'indice boursier mensuel BCI

statistique	l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
$Z(\phi_3)$	1,2525	2,2127	1,1635	1,1410	1,1300	1,1217	1,1194	1,1203	1,1229	1,1278
$Z(\phi_2)$	1,4723	1,4164	1,3388	1,2961	1,2701	1,2424	1,2211	1,2110	1,2021	1,1936
$Z(\phi_1)$	1,0839	1,0528	1,0062	0,9788	0,9614	0,9414	0,9247	0,9162	0,9080	0,8995
$Z(T(\rho-1))$	0,288	0,287	0,284	0,283	0,282	0,281	0,280	0,279	0,278	0,277
$Z(T\rho)$	0,016	0,007	-0,003	-0,008	-0,013	-0,017	-0,021	-0,025	-0,028	-0,031

Logarithme de l'indice boursier mensuel TSE300

statistique	l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
$Z(\phi_3)$	3,5570	3,5855	3,5134	3,4595	3,3436	3,2642	3,2293	3,2312	3,2198	3,225
$Z(\phi_2)$	3,9817	4,0150	3,9303	3,8655	3,7203	3,6136	3,5638	3,5666	3,5498	3,5588
$Z(\phi_1)$	2,8137	2,8671	2,8470	2,8358	2,7628	2,7073	2,6908	2,7171	2,7255	2,7564
$Z(T(\rho-1))$	0,273	0,273	0,273	0,273	0,273	0,273	0,273	0,273	0,273	0,272
$Z(T\rho)$	0,014	0,013	0,012	0,013	0,013	0,013	0,012	0,011	0,010	0,009

Logarithme de l'indice boursier mensuel TOPIX

statistique	l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
$Z(\phi_3)$	0,6568	0,6815	0,7157	0,7615	0,7872	0,8008	0,8196	0,8360	0,8561	0,8826
$Z(\phi_2)$	3,0188	2,7879	2,6595	2,5555	2,5132	2,4937	2,4697	2,4509	2,4303	2,4066
$Z(\phi_1)$	4,1258	3,7696	3,5544	3,3627	3,2818	3,2467	3,1996	3,1624	3,1186	3,0635
$Z(T(\rho-1))$	0,391	0,389	0,388	0,387	0,386	0,386	0,385	0,385	0,385	0,384
$Z(T\rho)$	0,025	0,014	0,002	-0,004	-0,008	-0,012	-0,014	-0,016	-0,018	-0,019

Bibliographie

BOUTILLIER Michel (1991) *Approche patrimoniale du marché des changes,* Thèse pour le Doctorat (nouveau régime). Université d'Orléans.

CAMPBELL John Y. and SHILLER ROBERT J. (1988) "Interpreting Cointegred Models", *Journal of Economic Dynamics and Control,* pp. 505-522.

CURRIE David (1981) "Some Long Run Features of Dynamic Time Series Models", *The Economic Journal,* Septembre, pp. 704-715.

DAVIDSON James E.H, HENDRY David F., SRBA Frank et YÉO Stephen (1978) "Econometric Modelling of the Aggregrate Time-Series Relationship Between Consumers' Expenditure and Income in the United Kingdom", *The Economic Journal,* pp. 661-692.

DUTT SWARNA D. (1994) "The Foreign Exchange Market Efficiency Hypothesis, Revising the Puzzle", *Economics Letters,* Vol. 45, n° 4, pp. 459-465.

ENGLE F. Robert and GRANGER C.W.J (1987) "Co-Integration and Error Correction : Representation, Estimation and Testing", *Ecometrica,* Mars, pp. 251-276.

ENGLE Robert F. and YOO BYUNG S. (1987) "Forecasting and Testing in Co-Integrated Systems", *Journal of Econometrics,* Vol. 35, pp. 143-159.

ERTUR Cem (1992) *Tests de non-stationnarité : application au PIB Réel,* Thèse pour le Doctorat (nouveau régime.) Université de Bourgogne.

FONTAINE Patrice (1990) "Peut-on prédire l'évolution des marchés d'actions à partir des cours et des dividendes passés (tests de marche au hasard et de cointégration)", *Journal de la Société de Statistique de Paris,* tome 131, n° 1, pp. 16-36.

GONZALO Jesus (1994) "Five Alternatives Methods of Estimating Long-Run Equilibrium Relationships", *Journal of Econometrics,* 60, pp. 203-233.

GOURIEROUX C. et MONTFORT A. (1990) "Séries temporelles et Modèles dynamiques", *Economica.*

GRANGER C.W.J (1986) "Developments in the Study of Cointegrated Economic Variables", *Oxford Bulletin of Economics and Statictics.*

HARRIS Richard I. D. (1995) *Using Cointegration Analysis in Econometric Modelling,* Prentice Hall / Harvester Wheatsheaf.

HAKKIO Craig S. and RUSH Mark (1989) "Market Efficiency and Cointegration – An Application to the Sterling and Deutschemark Exchange Markets", *Journal of International Money and Finance,* Vol. 8, pp. 75-88.

HENDRY David F. (1986) "Econometric Modelling with Cointegrated Variables : An Overview", *Oxford Bulletin of Economics and Statictics.*

HYLLEBERG Svend and MIZON Grayham E. (1989) "Cointegration and Error Correction Mechanisms", *The Economic Journal,* 99, pp. 113-125.

JOHANSEN Soren (1988) "Statistical Analysis of Cointegration Vectors", *Journal of Economic Dynamics and Control,* Vol. 12, pp. 231-254.

JOHANSEN Soren and JUSELIUS Katarina (1990) "Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration-with Applications to the Demand for Money", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics,* Vol. 52, n° 2, pp. 169-210.

LARDIC Sandrine (1996) *Racines Unitaires et Macro-économie – Quelles conséquences pour le concept d'équilibre*, miméo, 40 pages.

LEROY Stephen (1989) "Efficient Capital Markets and Martingales", *Journal of Economic Litterature,* pp. 1583-1621.

LILTI Jean-J. (1994) "Les Apports de la Cointégration aux Tests d'Efficience", *Journal de la Société de Statistique de Paris,* tome 135, n° 4, pp. 47-63.

MAUREL Françoise (1989) "Modèles à correction d'erreur : l'apport de la Théorie de la co-Intégration", *Economie et Prévision,* n° 88-89.

NEWEY W., WEST K. (1987) "A Simple, Positive Definite, Heteroscedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix", *Econometrica,* vol. 55, n° 3, pp. 703-708, Mai.

NICKELL Stephen (1985) "Error Correction, Partial Adjustment and All That : An Expository Note", *Oxford Bulletin of Economics and Statictics.*

PHILLIPS P.C.B. (1987) "Time Series Regression with a Unit Root", *Econometrica,* 55, pp. 277-301.

PHILLIPS P.C.B. and PERRON P. (1988) "Testing for a unit root in time series regression", *Biometrika,* 75, p. 347-353.

SALMON Mark (1982) "Error Correction Mechanisms", *The Economic Journal,* Septembre, pp. 615-629.

SHILLER Robert J. (1981) "Do Stock Prices Moove Too Much To Be Justified by Subsequent Changes in Dividends?", *American Economic Review* 71, pp. 421-435.

WHITE H. ET I. DOMOWITZ (1984) "Non Linear Regressions with Dependent Observations", *Econometrica,* 52, pp. 143-162.

WHITE H. (1984) *Asymptotic Theory for Econometricians*, Academic Press, New York.