

JEAN-LAURENT VIVIANI

**Étude de la mémoire longue des actions de l'indice CAC 40**

*Journal de la société française de statistique*, tome 142, n° 2 (2001),  
p. 65-79

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_2001\\_\\_142\\_2\\_65\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_2001__142_2_65_0)

© Société française de statistique, 2001, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société française de statistique » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

# ÉTUDE DE LA MÉMOIRE LONGUE DES ACTIONS DE L'INDICE CAC 40

Jean-Laurent VIVIANI\*

## RÉSUMÉ

L'objet de cet article est d'analyser la structure de dépendance des rendements de chacune des actions qui composent l'indice CAC 40. Les méthodes R/S et R/S modifié, celle fondée sur l'exposant de Hurst et la procédure de Geweke et Porter-Hudak sont présentées et comparées. Les résultats obtenus conduisent à rejeter l'hypothèse de présence de mémoire longue.

## ABSTRACT

The purpose of this paper is to analyse the dependence structure of individual stocks returns composing the CAC 40 index. We present and compare the R/S and modified R/S methods, the Hurst coefficient and the Geweke and Porter-Hudak approach. The results obtained suggest that the hypothesis of a long-term dependence structure cannot be validated.

## INTRODUCTION

L'hypothèse d'efficience des marchés pose que toute nouvelle information est immédiatement et complètement reflétée par le cours des titres. L'arrivée d'une nouvelle information étant imprévisible, le prix futur des titres le sera également. La traduction probabiliste standard de cette hypothèse est que les rendements sur la période  $T$ , exprimés par la différence première des logarithmes des prix ( $\tilde{L}(t, T) = \log \tilde{P}(t + T) - \log \tilde{P}(t)$ ,  $\tilde{P}(t)$  : indice du titre de la date  $t$ ), suivent des processus à accroissements indépendants dont le mouvement brownien est l'exemple le plus simple<sup>1</sup>.

Plusieurs courants remettent en cause l'hypothèse d'indépendance des rendements, nous nous concentrerons sur celui qui se présente dans la littérature comme l'étude du chaos (Peters [1991]), de la mémoire longue (Lo [1991]) ou des processus ARFIMA (Granger & Joyeux [1980]). Les études sur la mémoire longue ne s'accordent pas sur la validité des différentes méthodologies et n'aboutissent pas à des conclusions identiques quant à la présence de

---

\* LARGO, Faculté de droit, sciences économiques et sociales, 13 allée F. Mitterand BP 3633, 49036 Angers cedex 01

e-mail : Jean-Laurent.Viviani@wanadoo.fr

1. Cette modélisation a été initiée par Bachelier [1900].

mémoire longue<sup>2</sup>. Il nous a donc semblé intéressant de mettre en parallèle les différentes approches classiques<sup>3</sup> de la mémoire longue dans le cas du marché français des actions.

La première partie expose de manière condensée les tests et les modélisations de la dépendance de long terme dans les séries temporelles<sup>4</sup>. Seules les approches utilisées dans l'étude empirique sont détaillées. La deuxième partie présente les résultats de l'étude empirique de la mémoire longue effectuée sur les rendements journaliers des actions qui composent l'indice CAC 40. La présence ou non de mémoire longue n'est pas uniquement un problème de statisticiens ; outre la remise en cause de l'hypothèse d'efficience, elle peut affecter le choix de portefeuilles optimaux (Greene & Fielitz [1979]) et l'évaluation des actifs contingents. En effet, Rogers [1997] montre que le mouvement brownien fractionnaire, qui est l'une des principales modélisations de la mémoire longue, est incompatible avec l'hypothèse d'absence d'opportunités d'arbitrage. Il construit un arbitrage qui permet d'obtenir des gains positifs sans risque si les rendements suivent un mouvement brownien fractionnaire (pour quelques précisions et commentaires sur les résultats de Rogers, on pourra consulter la l'intervention de P. Bertrand dans la discussion de l'article de Lardic et Mignon [1999]). La présence de mémoire longue a pour conséquence que l'information passée est utile à la construction de stratégies performantes. Elle pourrait donc être une des explications du succès de certaines analyses techniques.

## 1. MÉTHODOLOGIE DE L'ÉTUDE DE LA MÉMOIRE LONGUE

Les études de séries temporelles de cours boursiers font la différence entre la dépendance de long terme et la dépendance de court terme. La dépendance de long terme est marquée par une décroissance lente de la corrélation<sup>5</sup>, alors qu'elle décroît rapidement (exponentiellement) pour une dépendance de court terme. En présence de mémoire longue, la corrélation reste notable entre des rendements très éloignés et il existe des cycles lents aléatoires. Les deux approches que nous avons utilisées pour détecter la mémoire longue sont :

- les analyses fondées sur le ratio R/S,
- les méthodes dérivées de la modélisation par les processus ARIMA fractionnaires.

Nous les présenterons successivement.

---

2. La controverse entre Lo [1991] et Willinger *et al.* est présentée plus bas (1.1.).

3. Des modélisations plus récentes sont présentées dans Lardic & Mignon [1999].

4. Pour une présentation détaillée des modélisations et tests de la mémoire longue voir Lardic & Mignon [1999].

5. La dépendance est de long terme si la fonction d'autocorrélation décroît comme une fonction puissance  $\rho(k) \approx k^{-\beta}$ ,  $k \rightarrow +\infty$ ,  $\beta \in (0, 1)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  (Abry, Veitch, Flandrin [1998]).

**1.1. Ratio R/S et coefficient H**

L'utilisation du ratio R/S dans l'étude des séries temporelles a été initiée par Hurst [1951] en hydrologie. Ce ratio représente l'étendue des variations de la somme partielle des écarts à la moyenne divisée par l'écart type de la série. Dans le cadre de l'étude des cours boursiers, le numérateur et le dénominateur du ratio R/S se calculent comme suit.

L'écart cumulé pendant  $k$  périodes des rendements par rapport à leur moyenne est donné par :

$$X_{k,N} = \sum_{t=1}^k (r_t - \bar{r}_N)$$

avec

$r_t$  : rendements journaliers,

$\bar{r}_N$  : moyenne des rendements sur  $N$  jours,

$X_{k,N}$  : cumul des déviations au bout de  $k$  jours,  $k = 1, \dots, N$

L'étendue des écarts cumulés vaut donc :

$$R_N = \text{Max}_{1 \leq k \leq N} [X_{k,N}] - \text{Min}_{1 \leq k \leq N} [X_{k,N}] \tag{1}$$

Pour normaliser  $R_N$ , il suffit de diviser l'étendue par l'écart type des rendements sur la période, noté  $S_N$   $\left( S_N = \sqrt{N^{-1} \sum_i (r_i - \bar{r}_N)^2} \right)$ . (2)

Lo [1991] a construit des tables de valeurs critiques qui permettent de tester si le ratio R/S normalisé (divisé par  $\sqrt{N}$ ) autorise l'acceptation ou le rejet de l'hypothèse nulle d'absence de mémoire longue<sup>6</sup>.

Hurst découvrit que beaucoup de phénomènes naturels étaient bien représentés par la relation  $\frac{R}{S} = N^H$ ;  $H$  est appelé l'exposant de Hurst. Il permet d'effectuer une classification des séries temporelles en fonction de leur structure de dépendance. Si  $H = 0,5$  la série temporelle ne présente aucune structure de dépendance de long terme, si  $H < 0,5$  la série est dite antipersistante (les autocorrélations alternent de signe), elle est persistante si  $H > 0,5$  (les autocorrélations sont positives).

Mandelbrot [1972] montre que, pour trouver de meilleures estimations de  $H$  que celles fournies par la loi de Hurst, il suffit de régresser le logarithme de R/S sur le logarithme de  $N$  ( $H = \log(R/S) / \log N$ ). Cette analyse est généralement appelée la procédure graphique. Elle permet de calculer une estimation de  $H$  mais, ne disposant ni des écarts type associés à l'estimation de  $H$  ni de sa loi de probabilité, il n'est pas possible de tester la significativité

---

6. L'acceptation de l'hypothèse nulle de Lo dans le cas du ratio R/S classique signifie que les rendements sont i.i.d. L'hypothèse nulle de Lo dans l'analyse du ratio R/S modifié est relativement complexe. elle comprend 4 conditions qui capturent la majorité des processus à mémoire courte.

de sa valeur. En dépit de cette faiblesse, l'analyse classique a l'avantage d'être robuste aux changements de la distribution marginale des données. Elle reste valable si cette distribution a des queues de distribution épaisses et une variance infinie (Mandelbrot & Wallis [1969] et Mandelbrot & Taquq [1979]).

L'inconvénient des analyses fondées sur le ratio R/S vient du fait qu'elles donnent des résultats biaisés si les séries ont une structure de dépendance de court terme (Lo [1991], Goetzmann [1993]). Le ratio R/S peut indiquer la présence de mémoire longue alors qu'il n'existe qu'une dépendance de court terme. Pour remédier à cet inconvénient, Lo [1991] propose de remplacer l'écart type  $S_N$  par la mesure de dispersion suivante :

$$\sigma_N(q) = \sqrt{S_N^2 + 2 \sum_{j=1}^q w_j(q) \gamma_j} \quad (3)$$

$$w_j(q) = 1 - \frac{j}{q+1} \quad q < n \quad \gamma_j = N^{-1} \sum (r_i - \bar{r}_N)(r_{i-j} - \bar{r}_N)$$

À l'écart type, Lo ajoute ainsi une fonction des coefficients d'autocorrélation. Plus la série est autocorrélée positivement et plus R est divisé par un facteur important, ce qui réduit le biais. La valeur convenable de  $q$  étant inconnue, il faut calculer le ratio  $R/\sigma_N(q)$  pour plusieurs valeurs de  $q$ . Contrairement à l'analyse R/S classique, la distribution limite de R/S modifié est connue sous l'hypothèse nulle de mémoire courte. Il est alors possible d'effectuer un test de l'hypothèse nulle de mémoire courte contre l'hypothèse alternative de mémoire longue.

Pour Mandelbrot [1972, 1975], la critique de la sensibilité de l'analyse à la dépendance de court terme est vraie pour le ratio R/S mais pas pour l'exposant  $H$ , car la limite du ratio  $\log(R/S) \log N$ , lorsque  $N$  tend vers l'infini, ne s'écarte de 1/2 qu'en présence de mémoire longue. Mais Davies & Harte [1987], à partir de simulations de Monte Carlo, montrent que, pour des échantillons de taille courante en finance (de l'ordre de quelques milliers de points), l'analyse graphique défendue par Mandelbrot conduit à détecter de la mémoire longue même pour des processus AR(1) dont le coefficient  $H$  est précisément égal à 1/2. Willinger, Taquq & Teverovsky [1999] font un plaidoyer récent en faveur de la procédure graphique, pour eux « elle fournit une image assez précise de la présence ou de l'absence de dépendance de long terme mesurée par le paramètre de Hurst ». En revanche, ils critiquent la correction apportée par Lo qui, selon eux, conduit à rejeter trop facilement la présence de mémoire longue.

En raison de ces débats, il nous a semblé intéressant de mener à bien les trois procédures (R/S, R/S modifié et procédure graphique) sur un échantillon d'actions françaises.

### 1.2. Modèles de séries temporelles fractionnaires

Les processus stochastiques gaussiens, dont le mouvement brownien fractionnaire fait partie, représentent la principale alternative aux analyses qui découlent du ratio de Hurst.

L'intérêt des modèles fractionnaires réside dans leur capacité à modéliser une large gamme de processus à mémoire longue à l'aide d'un seul paramètre. Le modèle ARFIMA (Fractionally Integrated Auto Regressive Moving Average) développé par Granger & Joyeux [1980], Hosking [1981] et Sowell [1990] est une généralisation des processus ARIMA. Le paramètre de différenciation ne prend plus nécessairement des valeurs entières mais peut prendre des valeurs fractionnaires. Un processus  $X_t$  est ARFIMA( $p, d, q$ ) si

$$\phi(B)(1 - B)^d X_t = \Theta(B)\varepsilon_t \text{ où les } \varepsilon_t \text{ sont des variables aléatoires i.i.d } (0, \sigma^2).$$

Les deux polynômes de retard  $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$  ( $B$  : opérateur de retard) ont des racines satisfaisant aux conditions classiques des processus ARMA.

L'opérateur d'intégration fractionnaire,  $d \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ , est égal à :

$$(1 - B)^d = 1 + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{d(d-1)\dots(d-j+1)}{j!} (-1)^j B^j$$

ou en utilisant la fonction gamma :  $(1 - B)^d = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\Gamma(-d+j)B^j}{\Gamma(-d)j!}$ .

Si  $d < 1/2$ , le processus est asymptotiquement stationnaire. Les valeurs du paramètre  $d$  permettent de classer les séries temporelles ; si

- $d < 0$  le processus est à « mémoire intermédiaire »,
- $0 < d < 0,5$  le processus est à « mémoire longue » (Brockwell & Davis [1991])<sup>7</sup>.

## 2. ÉTUDE DE LA MÉMOIRE LONGUE DES RENDEMENTS DES ACTIONS

L'étude statistique comporte trois étapes : le calcul des ratios R/S et R/S modifié, l'analyse graphique, et la procédure de Geweke et Porter-Hudak.

Les données considérées sont formées de 36 séries temporelles observées de façon journalière du 1<sup>er</sup> janvier 1992 au 22 octobre 1997, chacune a une

---

7. Brockwell et Davis précisent la signification de la distinction entre les deux sortes de mémoire Dans un processus à mémoire intermédiaire  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} |\rho(k)| < \infty$ , la somme est infime pour un processus à mémoire longue

longueur sérielle  $N=1515$  et correspond à une action du CAC 40<sup>8</sup>. Ces données ont été choisies car elles sont a priori favorables à l'hypothèse d'efficience : les titres concernés sont sélectionnés en fonction de la bonne liquidité du marché, les entreprises sont de grandes tailles et détenues par des investisseurs diversifiés et bien informés. De plus, les études de la dépendance de long terme sont relativement nombreuses sur les indices d'action, notamment dans le cadre de comparaisons internationales, mais elles sont en nombre relativement faible sur les titres individuels<sup>9</sup>. En dépit de la lourdeur des calculs à mettre en œuvre, l'étude des titres individuels paraît préférable car l'agrégation des titres au sein d'indices peut gommer une partie des propriétés statistiques pertinentes<sup>10</sup>.

### 2.1. Ratios R/S, R/S modifié et exposant H

L'étude porte à la fois sur les ratios R/S et R/S modifié pour tenir compte de la corrélation de court terme et sur l'analyse graphique.

Le tableau 1 donne le résultat des ratios à partir des quantités [1] et [2] pour le ratio R/S et [1] et [3] pour le ratio R/S modifié,  $V$  (respectivement  $V(q)$ ) notant les ratios « normalisés » (c'est-à-dire divisés par la racine carrée de  $N$ ) correspondants. Les ratios modifiés, avec diverses valeurs de  $q$ , sont donnés pour indiquer l'importance de la correction pour la dépendance de court terme. Plusieurs valeurs de  $q$  sont données pour vérifier le degré de sensibilité du ratio à cette dépendance. Pour éviter le risque d'avoir un test insensible à la présence de mémoire longue, les valeurs de  $q$  doivent rester faibles devant la taille de l'échantillon. Nous avons donc choisi une valeur maximale de  $q = 12$  (le choix de  $q$  étant assez arbitraire, les autres valeurs de  $q$  sont identiques à celles proposées par Lo [1991]). Le test de l'hypothèse nulle d'absence de mémoire longue a été effectué à un niveau de signification de 5% en acceptant ou en rejetant l'hypothèse en fonction de l'appartenance de  $V$  à l'intervalle  $[0,809; 1,862]$ <sup>11</sup>.

Le tableau 1 permet de tirer deux conclusions principales.

Premièrement, sur les séries financières utilisées, les ratios R/S et R/S modifié sont très proches, la corrélation de court terme semble donc n'avoir qu'une faible influence sur l'analyse de la dépendance de long terme des titres français du CAC 40. Ce résultat est cohérent avec celui de Jacobsen [1996] qui trouve une très faible influence de la dépendance de court terme sur l'analyse de la mémoire longue dans le cas de l'indice français. Il est également observé par Mignon [1996] sur les séries quotidiennes de taux de change. L'influence faible

8. Quatre firmes (BNP, Renault, Rhône Poulenc, Usinor), qui n'appartenaient pas à l'indice CAC 40 en 1991, ont été écartées pour des raisons d'homogénéité.

9. Voir Lardic & Mignon [1999] pour une revue de la littérature empirique en ce qui concerne les séries financières.

10. Les résultats en faveur de la présence de mémoire longue dans le cas des indices boursiers peuvent être dus aux effets de l'agrégation (Lobato & Savin [1998]).

11. Valeurs données par la table II de Lo [1991], p 1288 L'intervalle donné n'est valable que pour l'hypothèse nulle de rendements i.i.d. et non pour une hypothèse nulle compatible avec de la mémoire courte

ÉTUDE DE LA MÉMOIRE LONGUE DE L'INDICE CAC 40

TABLEAU 1. — Ratios R/S et R/S modifié.

Firmes	R/S	V	V(3)	V(6)	V(9)	V(12)
ACCOR	47,79	1,23	1,17	1,17	1,18	1,18
AGF	64,61	1,66	1,62	1,66	1,715	1,74
AIR LIQUIDE	21,37	0,55 *	0,63 *	0,66 *	0,71 *	0,76 *
ALCATEL	61,38	1,58	1,53	1,54	1,54	1,54
AXA UAP	46,13	1,19	1,14	1,12	1,12	1,14
CIE BANCAIRE	35,33	0,91	0,93	0,97	0,99	1,03
BIC	32,76	0,84	0,83	0,87	0,87	0,87
BOUYGUES	35,91	0,92	0,91	0,93	0,95	0,97
CANAL +	49,56	1,27	1,21	1,22	1,26	1,27
CARREFOUR	47,46	1,22	1,23	1,26	1,28	1,29
CCF	42,28	1,09	1,09	1,15	1,21	1,23
DANONE	34,29	0,88	0,88	0,885	0,92	0,96
DEXIA France	43,59	1,12	1,16	1,24	1,3	1,37
GÉNÉRALE des EAUX	43,58	1,12	1,07	1,09	1,11	1,14
ELF	47,28	1,21	1,18	1,23	1,32	1,38
ÉRIDANIA BEGHIN SAY	38,29	0,98	1,03	1,08	1,12	1,17
HAVAS	31,28	0,80 *	0,79 *	0,78 *	0,8 *	0,82
LAFARGE	38,87	1,00	0,97	1,01	1,06	1,07
LAGARDÈRE	44,69	1,15	1,15	1,20	1,24	1,26
LEGRAND	25,25	0,65 *	0,71 *	0,75 *	0,77 *	0,79 *
L'ORÉAL	35,72	0,92	0,985	1,05	1,11	1,15
LVMH	50,40	1,29	1,31	1,35	1,42	1,46
MICHELIN	47,15	1,21	1,19	1,21	1,23	1,23
PARIBAS	54,70	1,41	1,35	1,335	1,34	1,36
PERNOD RICARD	27,55	0,71 *	0,765 *	0,78 *	0,80 *	0,83
PEUGEOT SA	42,30	1,09	1,00	1,00	1,00	1,01
PINAULT PRINTEMPS REDOUTE	49,18	1,26	1,24	1,26	1,27	1,28
PROMODES	42,23	1,08	1,02	1,00	1,01	1,03
SAINT GOBAIN	37,45	0,96	0,99	1,02	1,06	1,09
SANOFI	50,54	1,30	1,35	1,39	1,48	1,55
SCHNEIDER	44,23	1,14	1,17	1,18	1,195	1,195
SOCIÉTÉ GÉNÉRALE	47,60	1,22	1,22	1,25	1,27	1,28
SUEZ LYONNAISE	35,46	0,91	0,895	0,90	0,91	0,91
THOMSON CSF	41,55	1,07	1,095	1,13	1,16	1,19
TOTAL	38,67	0,99	0,96	0,99	1,04	1,07
VALEO	48,36	1,24	1,27	1,31	1,36	1,38

(\*) indique une valeur significative au niveau de 5%.



de la corrélation de court terme sur les résultats obtenus par les ratios R/S ou R/S modifié, ne permet pas d'alimenter le débat entre Lo et Willinger et al. sur le mérite des différentes approches.

Deuxièmement l'analyse ne permet pas de mettre en évidence l'existence de mémoire longue pour le rendement journalier des actions françaises du CAC 40. Seules deux firmes (Air Liquide et Legrand) ont tous leurs ratios en dehors de l'intervalle d'acceptation et 4 firmes ont au moins un ratio à l'extérieur de cet intervalle. Ce résultat va dans le même sens que les analyses de Lo [1991] et Jacobsen [1996] qui, à l'aide de la même méthodologie, concluent à l'absence de mémoire longue sur les séries de rendement d'actions ou d'indices boursiers.

## 2.2. L'analyse graphique

Les ratios R/S ont été calculés sur des fenêtres de 5, 25, 100, 250, 750 et 1500 jours consécutifs. Le tableau suivant donne le nombre de ratios R/S calculés pour chacune des périodes et pour chaque série :

Fenêtres	5	25	50	100	250	500	750	1500
Nombre de ratios calculés	15	15	15	15	6	4	2	1

Nous avons choisi la méthodologie recommandée par Greene & Fielitz [1977] qui conduit à ne pas retenir tous les points de départ possibles et toutes les largeurs de fenêtre mais à ne calculer au maximum que 15 valeurs de R/S par fenêtre et par série. Les ratios R/S utilisés dans les régressions sont donc des moyennes des ratios obtenus pour chaque ensemble de fenêtres.

Le tableau 2 donne l'estimation de l'exposant de Hurst,  $H$ , obtenue par régression linéaire.

Les exposants de Hurst sont dans une fourchette [0,411 (Air Liquide); 0,604 (AGF)], cette fourchette est proche de celle obtenue par Greene & Fielitz [1977] sur les rendements des actions américaines. L'analyse fait apparaître une tendance un peu plus forte à l'antipersistance que dans Willinger, Taqqu & Teverosky [1999] qui obtiennent des valeurs de  $H \in [0,55; 0,65]$  sur les rendements quotidiens des actions cotées à New York de 1962 à 1987. L'exposant  $H$  moyen est de 0,522, ce qui est un peu inférieur à la valeur de 0,55 que Mandelbrot [1970] considère comme représentative pour les actions. Le graphique suivant (figure 1) permet de se faire une idée plus précise de la distribution des valeurs de  $H$ .

## 2.3 La procédure de Geweke & Porter-Hudak

La procédure la plus fréquemment utilisée pour estimer et tester le paramètre de différenciation,  $d$ , dans les processus ARFIMA a été proposée par Geweke & Porter-Hudak [1983]<sup>12</sup>. Ils montrent que, pour des fréquences proches de 0,  $d$  peut être estimé par la régression linéaire suivante :

12. Lardic & Mignon [1999] présentent d'autres méthodes spectrales et leur extension au cas multivarié.

ÉTUDE DE LA MÉMOIRE LONGUE DE L'INDICE CAC 40

TABLEAU 2. — Estimation de H par la méthode de Greene & Fielitz [1977].

Firmes	H	Firmes	H
ACCOR	0,536	LAGARDÈRE	0,517
AGF	0,604	LEGRAND	0,464
AIR LIQUIDE	0,411	L'ORÉAL	0,487
ALCATEL	0,578	LVMH	0,543
AXA UAP	0,537	MICHELIN	0,566
CIE BANCAIRE	0,510	PARIBAS	0,572
BIC	0,499	PERNOD RICARD	0,457
BOUYGUES	0,520	PEUGEOT SA	0,536
CANAL +	0,548	PINAULT PRINTEMPS REDOUTE	0,519
CARREFOUR	0,553	PROMODES	0,569
CCF	0,525	SAINT GOBAIN	0,502
DANONE	0,481	SANOFI	0,528
DEXIA France	0,522	SCHNEIDER	0,532
GÉNÉRALE des EAUX	0,541	SOCIÉTÉ GÉNÉRALE	0,527
ELF	0,52	SUEZ LYONNAISE	0,503
ÉRIDANIA BEGHIN SAY	0,517	THOMSON CSF	0,518
HAVAS	0,485	TOTAL	0,511
LAFARGE	0,524	VALEO	0,546

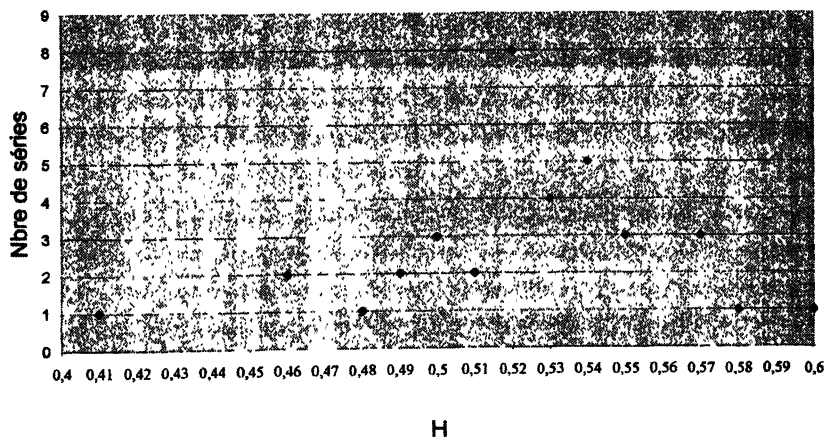


FIGURE 1. — Distribution des 36 valeurs de H (par tranche de 0,01)

$$\ln(I(\omega_j)) = c - d \times \ln(4 \sin^2(\omega_j/2)) + \eta_j \quad j = 1, \dots, n \quad (4)$$

avec  $\omega_j = 2\pi j/T$   $J = 1, \dots, T-1$   $n \ll T$  (il est suggéré de prendre  $n = T^{0,5}$ ).  $I(\omega)$  est le périodogramme de la série pour la fréquence  $\omega$ , il s'écrit :

$$I(\omega) = \frac{1}{2\pi T} \left| \sum e^{it\omega} (r_t - \bar{r}) \right|^2$$

Suivant les recommandations de Geweke & Porter-Hudak, pour 1515 rendements, nous avons calculé 40 périodogrammes par valeur. Dans la procédure de base, les régressions linéaires [4] sont donc réalisées avec 40 observations.

Le tableau 3 donne la valeur de l'opérateur de différenciation fractionnaire,  $d$ , obtenue par la régression linéaire [4] et la valeur du  $t$  de Student correspondante.

Toutes les valeurs de  $d$  sont inférieures à 1/2, ce qui signifie que les processus d'évolution des rendements des titres sont asymptotiquement stationnaires. Seuls 8 coefficients  $d$  sur 36 sont positifs (un seul est significativement positif à 5%, et un à 10%). Ce test confirme l'absence de mémoire longue pour les séries de rendements journaliers des actions du CAC 40. Cependant Pagan & Wickens [1986] et Kunsch [1986] montrent que, pour obtenir un estimateur consistant, il faut exclure les fréquences proches de l'origine. Nous avons donc modifié la procédure de Geweke et Porter-Hudak de manière à exclure les fréquences 1 et 2. Dans ce cas, 11 valeurs ont un coefficient  $d$  positif (mais seulement 2 sont significatifs). Par ailleurs, la valeur des coefficients  $d$  estimés est extrêmement sensible au nombre d'observations de la régression. Nous avons donc choisi, suivant une présentation proposée par Mills [1990], de donner les valeurs extrêmes de  $d$  pour des régressions excluant les deux premières fréquences avec 15, 20, 25, 30, 35 et 40 observations. Les valeurs extrêmes de  $d$  et les  $t$  de Student correspondants sont donnés dans le tableau 4.

La comparaison du test d'origine et du test modifié (tableau 3) montre des différences très importantes dans les valeurs de  $d$  et de  $t$ . Le test modifié a, en général, pour effet d'accroître la valeur absolue du coefficient  $d$  et sa significativité statistique. Cependant, du point de vue de la mémoire longue, les conclusions précédentes ne sont que peu modifiées. Les résultats obtenus sont très défavorables à la mémoire longue puisque aucun coefficient n'est significatif au niveau de 5%.

La lecture du tableau 4 confirme la grande variabilité de l'estimation en fonction du nombre d'observations de la régression. On peut donc s'interroger sur la confiance qu'il faut accorder aux études qui ne donnent qu'une seule valeur de  $d$ . Sur 36 titres, le signe de  $d$  change dix fois en fonction du nombre de périodogrammes pris en compte dans la régression, ce qui modifie radicalement la qualification de la mémoire. Pour l'un des deux titres qui a un coefficient significativement positif avec 40 observations, le signe de  $d$  change (LVMH). La procédure de Geweke et Porter-Hudak ne permet donc pas d'obtenir des valeurs de  $d$  très fiables.

ÉTUDE DE LA MÉMOIRE LONGUE DE L'INDICE CAC 40

TABEAU 3. — Procédure de Geweke et Porter-Hudak.

Firmes	$d$	$t$	$d$ modifié	$T$
ACCOR	0,0089 (ml)	0,0661	0,0090 (ml)	0,05
AGF	0,1768 (ml)	1,5992 *	0,1841 (ml)	1,28
AIR LIQUIDE	-0,2310	-2,0797 **	-0,2013	-1,36
ALCATEL	-0,0244	-0,2129	-0,0835	-0,56
AXA UAP	0,1244 (ml)	0,9033	0,1710 (ml)	0,92
CIE BANCAIRE	-0,0685	-0,5384	0,1545 (ml)	0,99
BIC	-0,2277	-1,7624 **	-0,3885	-2,32
BOUYGUES	-0,0558	-0,4303	0,0218 (ml)	0,13
CANAL +	-0,0689	-0,5308	-0,2409	-1,43
CARREFOUR	0,1237 (ml)	0,9875	0,1144 (ml)	0,68
CCF	-0,0157	-0,1504	-0,0449	-0,32
DANONE	-0,1760	-1,5588 *	-0,27	-1,8
DEXIA France	-0,1423	-0,9701	-0,399	-2,15
GÉNÉRALE des EAUX	-0,0913	-0,9855	-0,1447	-1,17
ELF	-0,1598	-1,3064 *	-0,502	-2,17
ÉRIDANIA BEGHIN SAY	-0,0970	-1,000	-0,4096	-3,17
HAVAS	-0,4003	-3,0491 **	-0,4634	-2,63
LAFARGE	-0,0238	-0,1808	-0,0753	-0,43
LAGARDÈRE	-0,0859	-1,1179	-0,1925	-1,95
LEGRAND	-0,2767	-2,1454 **	-0,1578	-0,95
L'ORÉAL	-0,2031	-1,9860 **	-0,3845	-2,97
LVMH	0,2371 (ml)	1,7804 **	0,2405 (ml)	1,34
MICHELIN	-0,0202	-0,1733	-0,0789	-0,5
PARIBAS	0,0882 (ml)	0,6526	0,0462 (ml)	0,25
PERNOD RICARD	-0,1762	-2,114 **	-0,1295	-1,17
PEUGEOT SA	0,0581 (ml)	0,5869	0,1184 (ml)	0,89
PINAULT PRINTEMPS REDOUTE	-0,1077	-0,9287	-0,3203	-2,2
PROMODES	-0,0053	-0,0474	0,1181 (ml)	0,81
SAINT GOBAIN	-0,0415	-0,4595	-0,698	-0,58
SANOFI	-0,1752	-1,5097 *	-0,3743	-2,59
SCHNEIDER	-0,0049	-0,0443	-0,0041	-0,03
SOCIÉTÉ GÉNÉRALE	-0,0608	-0,4702	-0,061	-0,37
SUEZ LYONNAISE	-0,1775	-1,3434 *	-0,2671	-1,51
THOMSON CSF	-0,1600	-1,2017	-0,3222	-1,86
TOTAL	-0,1648	-1,0875	-0,3965	-1,97
VALEO	0,1168 (ml)	1,1144	0,1165 (ml)	0,83

(\*) significatif au niveau de 5%, (\*\*) significatif au niveau de 1%, (ml) présence de mémoire longue.

ÉTUDE DE LA MÉMOIRE LONGUE DE L'INDICE CAC 40

TABLEAU 4. — Robustesse de la procédure de Geweke et Porter-Hudak.

Firmes	$d_{\max}$	$t$	$d_{\min}$	$T$
ACCOR	0,3203	0,63	0,0324	0,16
AGF	0,3385	1,24	0,0899	0,36
AIR LIQUIDE	-0,203	-1,24	-0,393	-1,33
ALCATEL	0,0836	0,40	-0,267	-0,87
AXA UAP	0,2380	0,50	-0,009	-0,04
CIE BANCAIRE	0,1633	0,81	-0,335	-1,21
BIC	0,0222	0,07	-0,351	-1,93
BOUYGUES	0,0685	0,16	-0,117	-0,40
CANAL +	-0,172	-0,95	-0,547	-1,59
CARREFOUR	0,1857	1,04	-0,191	-0,67
CCF	0,1405	0,55	-0,023	0,89
DANONE	-0,2	-0,82	-0,457	-1,61
DEXIA France	-0,377	-1,24	-0,661	-1,23
GÉNÉRALE des EAUX	-0,111	-0,82	-0,455	-1,84
ELF	-0,424	-2,53	-0,73	-1,77
ÉRIDANIA BEGHIN SAY	-0,134	-0,79	-0,351	-1,57
HAVAS	-0,403	-1,03	-0,517	-0,91
LAFARGE	-0,065	-0,35	-0,499	-1,20
LAGARDÈRE	-0,157	-1,47	-0,365	-2,70
LEGRAND	-0,196	-0,76	-0,712	-1,80
L'ORÉAL	-0,393	-2,76	-0,736	-2,64
LVMH	0,2675	1,03	-0,378	-1,56
MICHELIN	-0,097	-0,57	-0,471	-1,10
PARIBAS	0,097	0,31	0,076	-0,19
PERNOD RICARD	-0,138	-1,05	-0,354	-2,06
PEUGEOT SA	0,2836	1,05	0,157	1,11
PPR	-0,329	-1,79	-0,773	-2,47
PROMODES	0,4404	1,59	0,1335	0,84
SAINT GOBAIN	-0,041	-0,31	-0,323	-2,11
SANOFI	-0,342	-1,90	-0,483	-1,31
SCHNEIDER	0,1506	0,54	-0,001	0,00
SOCIÉTÉ GÉNÉRALE	0,0413	0,14	-0,125	-0,82
SUEZ LYONNAISE	-0,139	-0,61	-0,460	-1,82
THOMSON CSF	-0,326	-1,71	-0,842	-2,87
TOTAL	-0,299	-0,93	-0,820	-2,60
VALEO	0,1594	0,72	0,0475	0,30

## CONCLUSION

Cette étude sur les actions françaises du CAC aboutit à des résultats négatifs sur la présence de mémoire longue. Il faut cependant reconnaître que la longueur des séries utilisées (1515 valeurs) est sans doute insuffisante pour détecter une mémoire longue peu marquée.

TABEAU 5. — Comparaison des différentes analyses.

Firmes	R/S et R/S modifié	<i>H</i>	Geweke et Porter-Hudak
AGF	[1,66; 1,74]	Persistence	Mémoire longue
AIR LIQUIDE	Mémoire longue	Antipersistence	Dépendance court terme (5%)
ALCATEL	[1,53; 1,58]	Persistence	
AXA UAP	[1,19; 1,14]	Persistence	Mémoire longue (n. s.)
BIC	[0,83; 0,87]	0,499	Dépendance court terme (5%)
CANAL +	[1,21; 1,27]	Persistence	
CARREFOUR	[1,22; 1,29]	Persistence	Mémoire longue (n. s.)
DANONE	[0,88; 0,96]	0,481	Dépendance court terme (1%)
GÉNÉRALE DES EAUX	[1,07; 1,14]	Persistence	
ELF	[1,18; 1,38]	0,52	Dépendance court terme (1 %)
HAVAS	Mémoire longue	0,485	Dépendance court terme (5 %)
LEGRAND	Mémoire longue	0,464	Dépendance court terme (5 %)
L'ORÉAL	[0,92; 1,15]	0,487	Dépendance court terme (5 %)
LVMH	[1,29; 1,46]	0,543	Mémoire longue
MICHELIN	[1,19; 1,23]	Persistence	
PARIBAS	[1,34; 1,41]	Persistence	Mémoire longue (n. s.)
PERNOD RICARD	Mémoire longue	0,457	Dépendance court terme (5 %)
PROMODES	[1; 1,08]	Persistence	
SANOFI	[1,30; 1,55]	0,528	Dépendance court terme (1 %)
SUEZ LYONNAISE	[0,90; 0,91]	0,503	Dépendance court terme (1 %)
VALEO	[1,24; 1,38]	Persistence	Mémoire longue (n. s.)

(n. s. le coefficient n'est pas significatif)

Du point de vue statistique, il faut sans doute se préoccuper du manque de concordance entre les différents tests. Les principaux résultats sont résumés dans le tableau 5 qui facilite les comparaisons entre les différentes approches. Ce rapprochement met en évidence que les valeurs qui ont un ratio R/S proche de la borne inférieure donnée par  $L_0$  et qui ont un exposant de Hurst inférieur à 0,5 sont considérées comme sans mémoire longue avec une forte significativité

par la procédure de Geweke & Porter-Hudak. Si l'on compare les valeurs de  $R/S$  et  $H$  obtenues par les différentes méthodes sans se restreindre aux seules valeurs significatives (ce qui peut se justifier par les problèmes que posent les tests de Student), les résultats des différentes analyses ne sont pas contradictoires. L'analyse graphique n'est pas aussi sélective que les deux autres approches mais ne donne pas des résultats contradictoires.

## BIBLIOGRAPHIE

- ABRY P., VEITCH D. & FLANDRIN P. (1998), «Long-range dependence : revisiting aggregation with wavelets», *Journal of Time Series Analysis*, **19**, n°3, pp. 253-266.
- BACHELIER L. (1900), Théorie de la spéculation, thèse de doctorat, École Normale Supérieure, reproduite dans *Annales de l'École Normale Supérieure*, 3<sup>ème</sup> série, tome 17, janvier, pp. 21-86.
- BROCKWELL & DAVIS (1991), *Time Series : Theory and Methods*, Second Edition, Springer Verlag.
- DAVIES R. & HARTE C. (1987), «Tests for the Hurst Effect.» *Biometrika*, **74**, pp. 95-101.
- GEWEKE J. & PORTER-HUDAK S. (1983), «The Estimation and Application of Long Memories Time Series Models.» *Journal of Time Series Analysis*, **4**, pp. 221-238.
- GOETZMAN W.N. (1993), «Patterns in three centuries of stock market prices.» *Journal of Business*, **66**, pp. 249-270.
- GRANGER C.W.J. & JOYEUX R. (1980), «An introduction to Long-Memory Time Series Models and Fractional Differencing.» *Journal of Time Series Analysis*, **1**, pp. 15-39.
- GREENE M.T. & FIELITZ B.D. (1977), «Long-term dependence in common stock returns.» *Journal of Financial Economics*, **5**, pp.339-349.
- GREENE M.T. & FIELITZ B.D. (1977), «The Effect of long-term dependence on risk-return models of common stocks.» *Operations Research*, **22**, n°5, pp.944-951.
- HAMON J. & JACQUILLAT B. (1992), *Le marché français des actions*, PUF.
- HOSKING J.R.M. (1981), «Fractional Differencing.» *Biometrika*, **68**, pp. 165-176.
- HURST H.E. (1951), «Long-term Storage of Reservoirs.» *Transaction of the American Society of Civil Engineers*, **116**, pp. 770-808.
- JACOBSEN N. (1996), «Long term dependence in stock returns.» *Journal of Empirical Finance*, **3**, pp. 393-417.
- KUNSCH H. (1986), «Discrimination between Monotonic Trends and Long-Range Dependence», *Journal of Applied Probability*, **23**, pp. 1025-1030.
- LARDIC S. & MIGNON V. (1999), «La mémoire longue en économie : une revue de la littérature.» *Journal de la Société Française de Statistique*, **140**, n°2, pp. 5-48 (avec discussion pp. 49-108).
- LO A.W. (1991), «Long-term memory in the stock market prices.» *Econometrica*, **59**, pp. 1279-1313.
- LOBATO N. & SAVIN N.E. (1998), «Real and Spurious Long-Memory Properties of Stock-Market Data.» *Journal of Business & Economic Statistics*, **16**, n°3, pp. 261-269.

- MANDELBROT B. (1970), «Statistical dependence in Prices and Interest Rates.» papier présenté au 2<sup>ème</sup> Congrès Mondial de la Société d'Econométrie.
- MANDELBROT B. (1972), «Statistical Methodology for Non Periodic Cycles : from Covariance to R/S Analysis.» *Annals of Economic and Social Measurement*, **1**, juillet, pp. 259-290.
- MANDELBROT B. (1975), «Limit Theorems on the Self-Normalised Range for Weakly and Strongly Dependent Processes.» *Z. Wahrscheinlichkeitstheorie*, **31**, pp. 271-285.
- MANDELBROT B. & TAQQU (1979), «Robust R/S analysis of long-run serial correlation.» *Bulletin of the International Statistical Institute*, **48**, n°2 pp. 69-104.
- MANDELBROT B. & WALLIS J.R. (1969), «Robustness of the Rescaled Range R/S in the Measurement of Noncyclic Long Run Statistical Dependence.» *Water Resources Research*, **5**, pp. 967-988.
- MIGNON V. (1996), «Les implications de la mémoire longue et de la non-linéarité sur l'efficiéce du marché des changes.» *Journal de la Société Statistique de Paris*, **137**, n°1, pp. 51-72.
- MILLS T.C. (1990), *The Economic Modelling of Financial Time Series*, Cambridge University Press.
- PAGAN A.R. & WICKENS M.R. (1989), «A Survey of Some Recent Econometric Methods.» *Economic Journal*, 99, pp. 962-1025.
- PETERS E. E. (1991), *Chaos and order in the capital markets*, Wiley.
- ROGERS C.G. (1997), «Arbitrage with fractional brownian motion.» *Mathematical Finance*, **7**, n°1, pp. 95-105.
- SOWELL F. (1990), «The fractionnal unit root distribution.» *Econometrica*, **58**, pp. 495-505.
- WILLINGER W., TAQQU M. & TEVEROSKY V. (1999), «Stock market prices and long-range dependence.» *Finance and Stochastics*, **3**, pp. 1-13.