

G. HÖHN

N.-P. SKORUPPA

## Un résultat de Schinzel

*Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux*, tome 5, n° 1 (1993), p. 185

[http://www.numdam.org/item?id=JTNB\\_1993\\_\\_5\\_1\\_185\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JTNB_1993__5_1_185_0)

© Université Bordeaux 1, 1993, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux » (<http://jtnb.cedram.org/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

## Un résultat de Schinzel

par G. HÖHN ET N.-P. SKORUPPA

Soit  $\alpha \neq 0, \pm 1$  un nombre algébrique entier totalement réel. Un théorème de A. Schinzel [S, Corollary 1'] implique que sa hauteur absolue vérifie

$$H(\alpha) \geq \left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{1/2}.$$

Rappelons que, si les  $\alpha_j$  sont les conjugués et  $d$  est le degré de  $\alpha$ , sa hauteur absolue est  $H(\alpha) = \prod_j \max(1, |\alpha_j|)^{1/d}$ . Nous donnons ici une démonstration très rapide de ce résultat.

*Démonstration.* Si, pour  $x$  réel, on pose  $f(x) = |x|^{1/2} |x - 1/x|^{1/2\sqrt{5}}$ , on a

$$\max(1, |x|) \cdot \left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{-1/2} \geq f(x).$$

D'autre part on a

$$\prod_j f(x_j) = |\phi(0)|^{1/2-1/2\sqrt{5}} |\phi(1)\phi(-1)|^{1/2\sqrt{5}} \geq 1,$$

où  $\phi(x) = \prod (x - \alpha_j)$  désigne le polynôme minimal de  $\alpha$ . On en conclut le résultat.

### BIBLIOGRAPHIE

- [S] A. SCHINZEL, *Addendum to the paper "On the product of the conjugates outside the unit circle of an algebraic number"* *Acta Arith.* 24 (1973), 385–399, *Acta Arith.* 26 (1975), 329–331.

Max-Planck-Institut für Mathematik  
Gottfried-Claren-Strasse 26  
D-53225 Bonn  
ALLEMAGNE

---

1980 *Mathematics Subject Classification* (1985 *Revision*). 11C08, 14G99.

*Mots-clés* : Heights, Malher measures.

Manuscrit reçu le 7 juin 1993.