

## Problèmes d'enseignement

*Mathématiques et sciences humaines*, tome 9 (1964), p. 41-46

[http://www.numdam.org/item?id=MSH\\_1964\\_\\_9\\_\\_41\\_0](http://www.numdam.org/item?id=MSH_1964__9__41_0)

© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1964, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (<http://msh.revues.org/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## PROBLEMES D'ENSEIGNEMENT

---

### QUELQUES EXERCICES A TRAITER SUR SIMPLEXES

Il se peut pour certains problèmes économiques (décryptage, transport de marchandises, tournée économique) que la meilleure feuille de calcul soit encore un simplexe. Selon la dimension du calcul le simplexe est donné par

un réseau comme on le fera ci-dessous

un tableau

un ensemble d'instructions permettant toute exploration locale.

Dans tous les cas le simplexe sert de support au calcul.

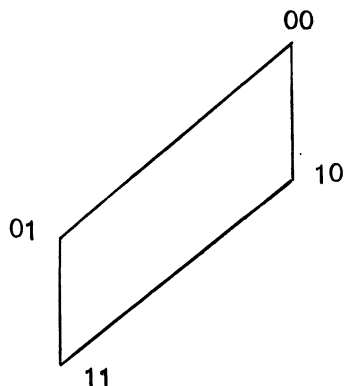
On rappelle que l'on entend par simplexe  $S_n$ , l'ensemble des parties d'un ensemble quelconque à  $n$  éléments organisées par la relation d'inclusion.

Exemple: pour construire  $S_2$  on se donne un ensemble à deux éléments noté par exemple " $\{a,b\}$ "; on peut aussi le noter simplement " $11$ ", ce qui revient à identifier chaque élément par son rang dans un mot.

Les parties de " $11$ " sont notées par les mots

00, 01, 10, 11

où un zéro au rang  $k$  signifie que l'élément de rang  $k$  n'est pas retenu pour constituer la partie en question. On donne ci-contre, un schéma d'inclusion des quatre parties de " $11$ ", en omettant toutefois toute barre d'inclusion qui serait une conséquence transitive des barres qui y figurent.



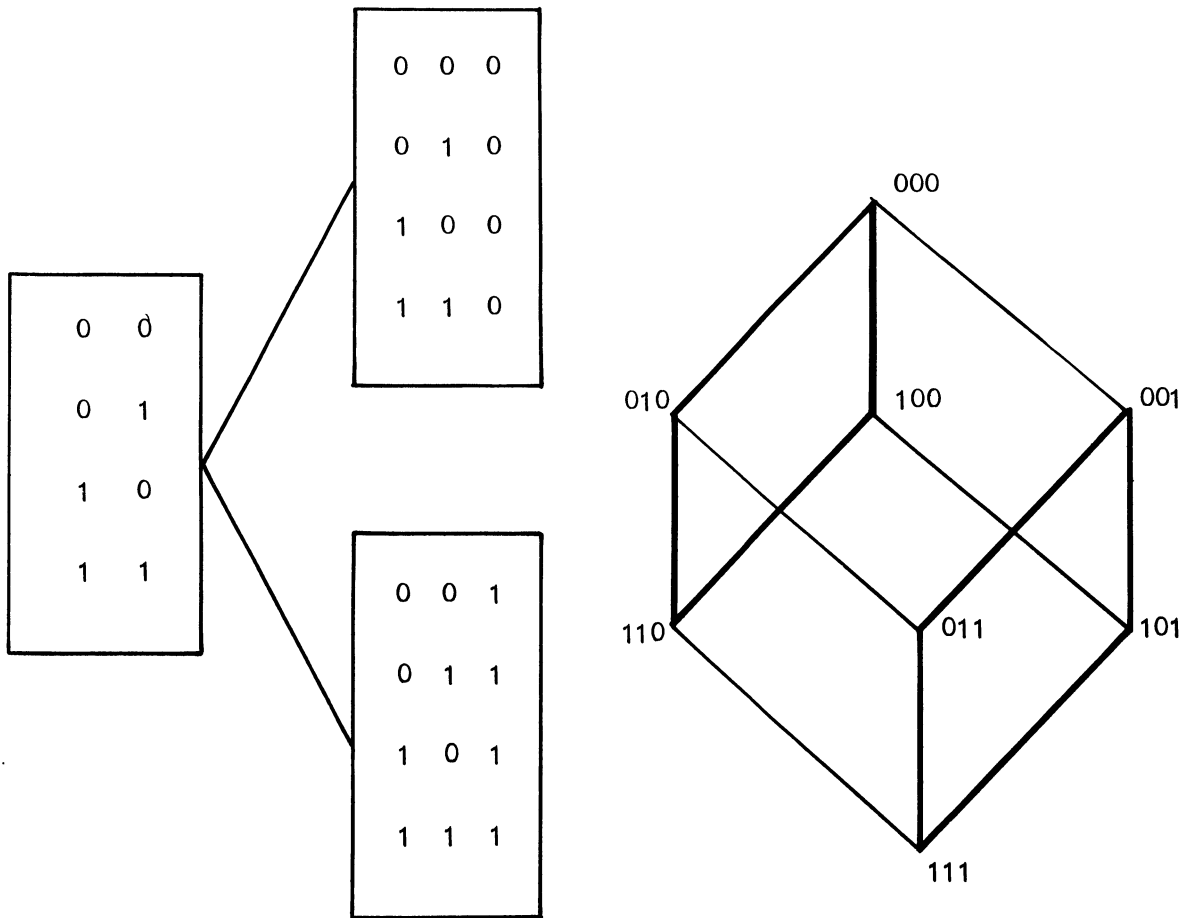
Simplexe  $S_2$

Avant de poser un calcul à traiter sur simplexe jetons un coup d'oeil sur la lignée des simplexes  $S_1, S_2, S_3, S_4, \dots$ , et plus précisément recherchons des correspondances entre simplexes de rangs distincts.

### 1. LA REGLE DU DEDOUBLEMENT

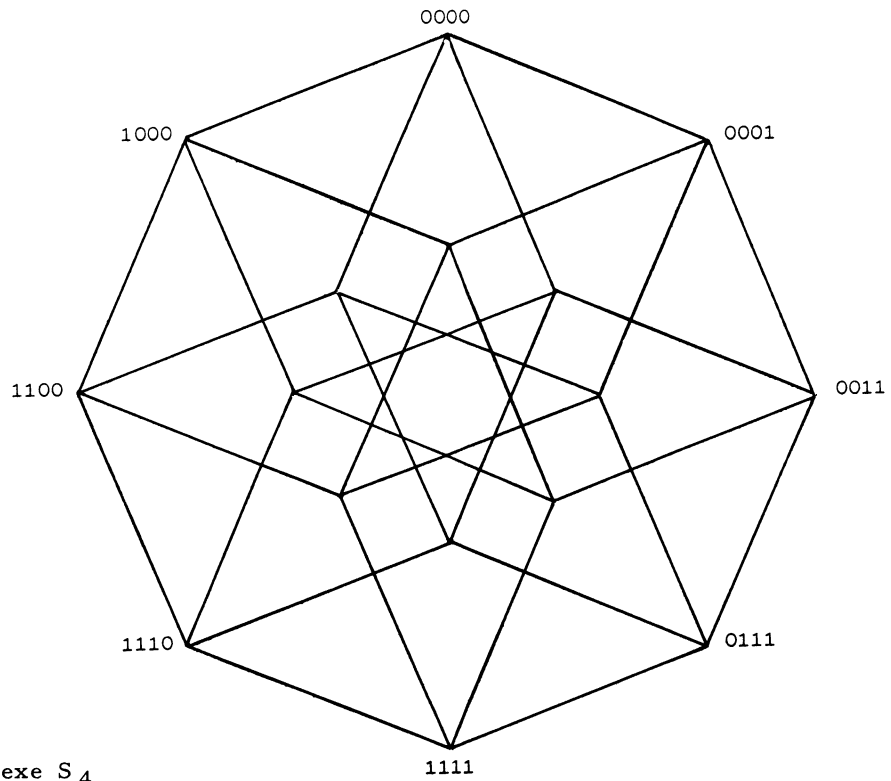
On donne  $S_2$  et on demande de construire  $S_3$ .

Dans nos notations en mots, il ne s'agit que d'ajouter une troisième coordonnée:

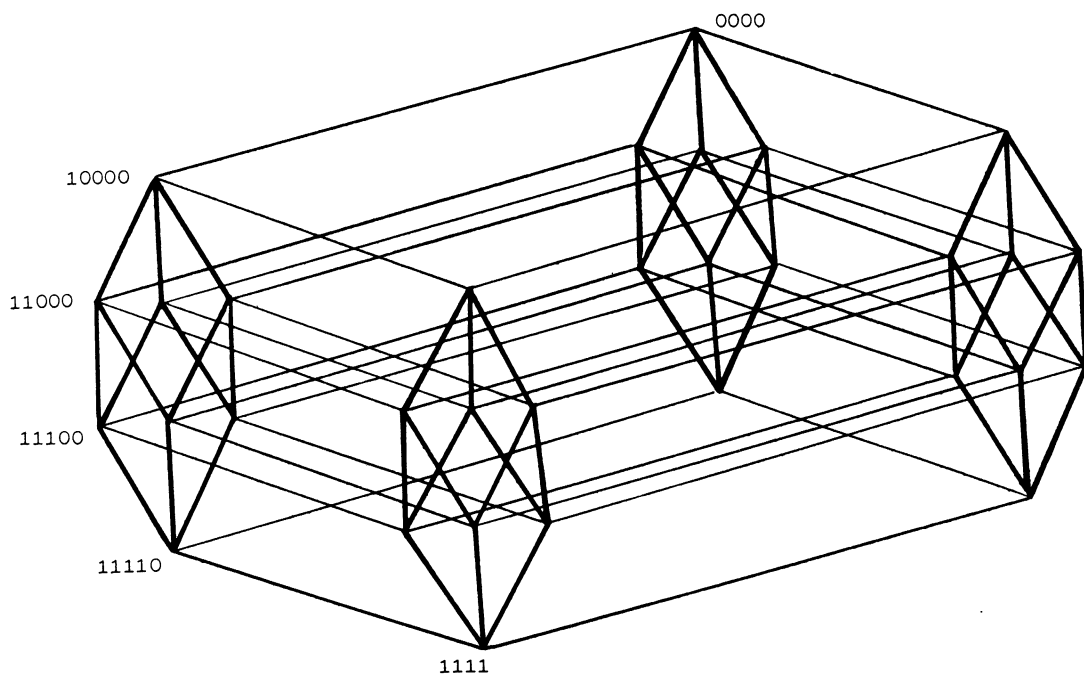


$S_2$  se dédouble et donne  $S_3$

Si nous sommes bon dessinateur, il n'est pas impossible de tracer  $S_4, S_5, S_6$ , et même  $S_7$ . Nous donnons ci-dessous  $S_4$  et  $S_5$



Simplexe  $S_4$



Simplexe  $S_5$

Inversement on peut se demander comment séparer un simplexe en deux parties isomorphes: il suffit pour cela de choisir une coordonnée et de séparer les mots pour lesquels cette coordonnée est égale à 1 de ceux pour lesquels elle est égale à 0.

On exhibe la lignée des simplexes  $S_0, S_1, S_2, \dots, S_n$  en dépliant  $S_0$   $n$  fois, on peut inversement replier  $S_n$  en  $n$  opérations, en respectant ou non l'ordre des coordonnées adopté pour déplier  $S_0$ .

Si la règle du dédoublement est caractéristique du simplexe on peut toutefois en donner un énoncé plus riche.

### Homomorphismes de $S_n$ dans $S_k$ (lorsque $k < n$ )

Considérons par exemple le simplexe  $S_5$ , c'est-à-dire les  $2^5$  mots à 5 coordonnées égales à 0 ou 1. Nous l'avons tracé ci-dessus.

Intéressons-nous au seul point de vue suivant: première et cinquième coordonnée des mots. Nous définissons ainsi pour  $S$  une relations d'équivalence dont les classes peuvent s'écrire:

$$\begin{array}{ll} 0 \dots 0 & 0 \ 0 \\ 0 \dots 1 & \text{ou simplement} \quad 0 \ 1 \\ 1 \dots 0 & 1 \ 0 \\ 1 \dots 1 & 1 \ 1 \end{array}$$

En d'autres termes ses classes constituent un  $S_2$ , et chaque classe (remplir les pointillés) est un  $S_3$ .

Disons aussi que nous avons appliqué  $S_5$  dans  $S_2$  et que la partition de  $S_5$  afférante à cette application est constituée de quatre  $S_3$ . Cette application est un homomorphisme pour l'inclusion car il est évident que les classes de deux éléments de  $S_5$ , inclus l'un dans l'autre, sont incluses l'une dans l'autre. Nous avons un homomorphisme pour l'inclusion et partant pour toute opération de treillis déduite de l'inclusion.

Une telle relation d'équivalence peut être établie sur toute partie des coordonnées. Aussi

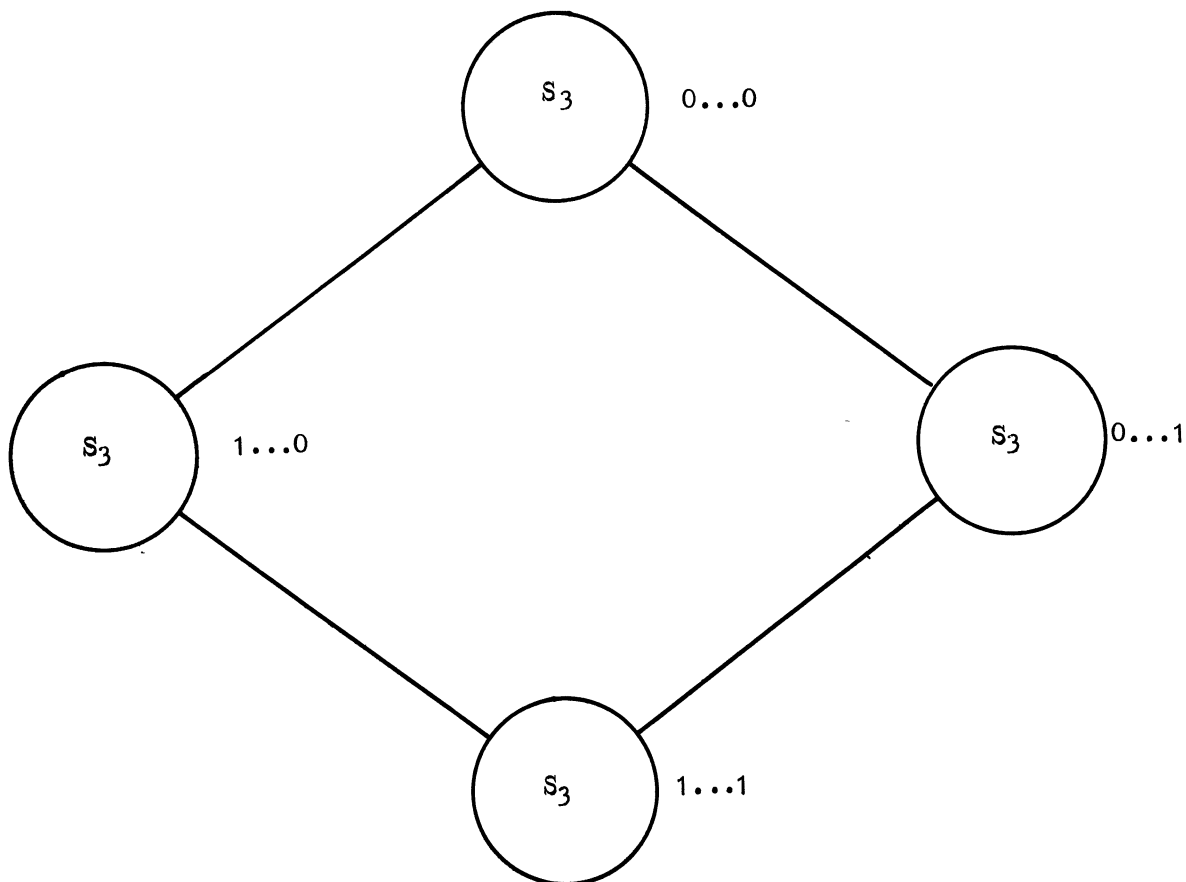
$$\text{nous écrivons} \quad S_5 = S_2 \times S_3$$

$$\text{et aussi} \quad S_5 = S_3 \times S_2$$

$$S_5 = S_4 \times S_1 \quad (\text{règle du dédoublement})$$

$$S_5 = S_5 \times S_0$$

Les simplexes se multiplient, les indices s'ajoutent. Nous avons rencontré une des procédures usuelles de l'algèbre: le produit direct.



Homomorphisme de  $S_5$  dans  $S_2$

P. ROSENSTIEHL

(à suivre)

-----

CHANTIERS MATHÉMATIQUES

Programme des émissions pour le 3ème trimestre

<u>Lundi à 17 h.55</u>	<u>Vendredi à 17 h.55</u>
26-4-65 Equations linéaires	23-4-65 Algèbre des événements
3-5-65 Produits scalaires 1	30-4-65 Calcul des Probabilités
10-5-65 Produits scalaires 2	7-5-65 Dissection
17-5-65 Formes quadratiques	14-5-65 Langages machines
24-5-65 Statistique et calcul vectoriel	21-5-65 Egalité
31-5-65 En guise de conclusion	28-5-65 P. de Fermat

Des documents d'accompagnement, par fascicules trimestriels, sont en vente à l'Institut Pédagogique National: 29, rue d'Ulm, Paris 5ème.

Collection Mathématiques et Sciences de l'Homme

B. MATALON

ANALYSE HIERARCHIQUE

C. FLAMENT

THEORIE DES GRAPHS ET GROUPES SOCIAUX

MOUTON, GAUTHIER - VILLARS, Editeurs