H. BERTOT

Démonstration du théorème 35

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 2 (1843), p. 36

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1843_1_2__36_0>

DÉMONSTRATION DU THÉORÈME 35 (p. 395, t. I).

PAR M. BERTOT (H.),
Elève du Collége Louis-le-Grand.

Soit SABCD (*fig.* 2) l'angle polyèdre de l'octaèdre régulier, et *abcd* la section faite dans cet angle par un plan quelconque; je dis que l'on a :

$$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\alpha'}=\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\beta'},$$

en désignant par α, α', β, β' les lignes Sa, Sc, Sb, Sd.

En effet cette égalité revient à celle-ci :

$$\frac{\alpha+\alpha'}{\alpha\alpha'}=\frac{\beta+\beta'}{\beta\beta}$$

Mais les angles ASC et BSD sont droits; donc les deux membres de la dernière égalité sont les réciproques des côtés des carrés inscrits dans les triangles aSc, bSd et dont l'un des angles coïncide avec l'angle droit du triangle correspondant. Donc en désignant ces côtés par x et y, il faut faire voir que l'on a : $\frac{1}{x}=\frac{1}{y}$ ou $x=y$.

Observons que la ligne SO étant à la fois dans les plans ASC et BSD se trouve au point de rencontre des lignes ac et bd, et, que, de plus, elle est bissectrice des angles ASC et BSD.— Mais dans un triangle rectangle la bissectrice de l'angle droit est la diagonale du carré dont l'un des angles coïncide avec cet angle droit. — Donc les deux carrés x^2 et y^2 ont la même diagonale, donc ils sont égaux. — C. Q. F. D (*).

(*) Ce même genre de théorèmes existe encore pour d'autres pyramides et même pour le cône. Nous y reviendrons. Tm.