MORIN

Sur l'expression de l'arc elliptique

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 2 (1843), p. 493

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1843_1_2__493_0>

SUR L'EXPRESSION DE L'ARC ELLIPTIQUE.

PAR M. MORIN,
Ancien notaire à Nogent (Eure-et-Loir).

« Si l'on coupe un cylindre droit par un plan oblique à sa base et qui rencontre cette base en un diamètre, on détachera ainsi du cylindre un segment qui sera circonscrit : 1° par un demi-cercle faisant partie du plan de la base ; 2° par une demi-ellipse faisant partie du plan sécant ; 3° une surface convexe comprise entre les périmètres du demi-cercle et de la demi-ellipse.

» Appelant h la hauteur du segment, r le rayon de la base, on sait que le volume du segment est $\frac{2}{3} hr^2$ et que sa surface *convexe* est $2\,hr$, ou equivalent au rectangle ayant pour base le diametre et pour hauteur celle du segment. »

On en conclut que, si l'on développe la surface du cylindre, la demi-ellipse deviendra une courbe des cosinus ayant pour équation $y = \frac{h}{r}\cos x$, et que, pour rectifier l'arc d'une ellipse ayant pour demi-petit axe r et pour demi-grand axe $\sqrt{h^2 + r^2}$, on a l'intégrale $\int \frac{h}{r^2}\sqrt{\frac{r^4}{h^2} + \sin^2 x}\,.\,dx$ (x représente ici un arc du cercle ayant r pour rayon) (*).

Cette différentielle est beaucoup plus commode à intégrer par série que celle qui est donnée par les moyens ordinaires.

(*) Legendre parvient au même résultat par une autre considération (*Fonct. elliptique*, t. I, p. 15). TM.