NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

AMPÈRE

Théorie du calcul élémentaire

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 4 (1845), p. 105-109

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1845_1_4__105_0>

THÉORIE DU CALCUL ÉLÉMENTAIRE.

PAR M. AMPÈRE. (Œuvre posthume.) (*)

INTRODUCTION.

1. Le calcul, considéré sous le point de vue le plus général, est l'ensemble de toutes les opérations que nous pouvons exécuter sur les nombres.

2. Les plus simples de ces opérations n'exigent qu'un moment de réflexion, et deviennent plus ou moins familières à tous les hommes qui vivent en société. Mais notre intelligence ne pourrait suffire aux combinaisons qu'elles exigeraient dès qu'elles deviennent plus compliquées, sans l'heureuse invention des signes dont nous nous servons pour écrire toutes celles de nos pensées qui se rapportent à des nombres.

3. Outre l'avantage de les fixer ainsi sous nos yeux, pour n'avoir plus à craindre de les confondre ou de les oublier, nous sommes, à l'aide de ces signes, et de quelques règles simples et faciles à retenir, parvenus à pouvoir nous assurer de la justesse de ces opérations, sans être obligés de fatiguer notre esprit et notre mémoire des raisonnements qui, sans cela, nous auraient été nécessaires pour atteindre le même but.

4. C'est l'usage continuel que nous faisons de ces signes dans toutes nos opérations sur les nombres qui a fait donner plus particulièrement le nom de *calcul*, à l'art ingénieux dont nous venons de donner une légère notion, et dont cet ouvrage est destiné à développer toutes les ressources.

(*) Communiquée par le savant professeur, fils de l'illustre géomètre. Tm.

5. En analysant l'idée que nous avons d'un nombre, on s'aperçoit aisément que ce n'est que le résultat de la comparaison de deux grandeurs; développons avant d'aller plus loin la signification que nous donnons ici à ce dernier mot. D'après la définition adoptée par tous les mathématiciens, le nom de *grandeur* s'applique également à tout ce qu'on peut concevoir comme susceptible d'augmentation ou de diminution, dans les objets dont ils étaient environnés; la longueur, l'épaisseur, le poids d'un corps, sa vitesse s'il est en mouvement, la fortune d'un homme, l'étendue d'un champ, sont donc autant de grandeurs (*).

8. On ne peut acquérir une idée juste et précise d'un objet qu'en y distinguant autant de grandeurs différentes qu'il y a de manières de le concevoir, augmenté ou diminué, et en déterminant la valeur, c'est-à-dire le point précis d'augmentation ou de diminution de chacune de ces grandeurs. Il ne suffit pas, par exemple, de savoir qu'un corps a une certaine longueur, un certain poids, qu'il se meut avec une certaine vitesse, etc. Il faut encore savoir précisément quels sont cette longueur, ce poids, cette vitesse.

9. Le moyen le plus général et souvent le seul dont nous puissions nous servir pour déterminer ainsi les valeurs des différentes grandeurs sur lesquelles nous sommes dans le cas d'opérer, consiste à les comparer à une autre grandeur prise parmi celles qui nous sont plus familières ou qui se trouvent plus à notre portée, en cherchant par quelles opérations exécutées sur celle-ci, nous pourrions construire les grandeurs qu'il est question de déterminer. L'idée de cette sorte d'opération réduite au plus grand état de simplicité, est précisément ce qu'on appelle un *nombre;* on connaît qu'elle est réduite à cet état, quand on peut procéder à la construc-

(*) Les paragraphes 6 et 7 sont rayés dans le manuscrit.

tion sans recourir à aucune autre grandeur. Chaque idée numérique est désignée par un mot ou *nom de nombre*.

10. Nous ferons connaître ces noms. Le choix de la grandeur qu'on prend pour terme de comparaison n'est pas absolument arbitraire, il faut qu'il se trouve entre elle et celle qu'on lui compare, un certain degré de ressemblance qui existe par exemple entre une épaisseur et une longueur ou une hauteur, et non pas entre une longueur et un poids.

On a donné le nom d'*homogènes* aux grandeurs, qui peuvent être comparée immédiatement, et donner des nombres pour résultats de leur comparaison ; les grandeurs *hétérogenes* sont celles qui se trouvent dans le cas contraire.

12. On voit par l'exemple que nous venons de donner, que des grandeurs désignées par des noms différents, et qu'on pourrait, sous ce point de vue, regarder comme n'étant pas de la même espèce, ne laissent pas souvent d'être homogènes, et qu'on donne au contraire un même nom à quelques grandeurs absolument hétérogènes, telles par exemple que celles qu'on réunit en géométrie sous le nom générique d'étendue. Il suffit d'être prévenu de ces irrégularités dans le langage usité pour éviter toute incertitude, relativement à l'homogénéité ou à l'hétérogénéité de deux grandeurs; la définition précédente suffit d'ailleurs pour se décider à cet égard dans le petit nombre de cas où le sentiment de l'évidence ne bannirait pas l'ombre du doute.

13. Les grandeurs dont nous venons de nous occuper, ne peuvent être considérées que comme des modifications de l'objet où nous les observons, et sans lequel elles ne pourraient exister ; il y en a d'autres dont l'idée encore plus abstraite suppose la coexistence de plusieurs objets dont la comparaison seule peut nous donner l'idée de ces grandeurs. C'est ainsi qu'en voyant deux corps nous concevons quelque chose entre eux, qui peut être augmenté ou diminué, et

que nous appelons leur *distance* ; qu'en pensant à deux lignes qui se rencontrent, nous concevons qu'elles peuvent en se rencontrant toujours au même point, être approchées ou écartées l'une de l'autre, et nous avons l'idée de la grandeur qu'on appelle *angle*, etc. La grandeur de ce genre qu'on doit considérer avec plus de soin est celle que l'on appelle *inégalité* de deux grandeurs, et dont nous traiterons ci-après plus au long.

14. Pour déterminer les différentes grandeurs qu'on peut distinguer dans un corps, il faudra, d'après ce qui précède, comparer chacune à une grandeur homogène qui se trouve dans un corps que nous puissions soumettre à chaque instant à l'examen de tous nos sens. Les hommes qui se livrèrent les premiers à cette recherche, durent naturellement choisir dans leur propre corps, les grandeurs qui devaient leur servir de termes de comparaison pour y rapporter toutes les autres ; ils pouvaient comparer, par exemple, les longueurs à celle de leur bras ou de leur pied, les épaisseurs à celle de leur doigt, les poids à celui de leur corps ; mais ces grandeurs n'étant pas toujours les mêmes dans un même individu et éprouvant encore plus de variété quand on veut juger d'après soi des déterminations faites par une autre personne, on imagina bientôt d'établir des termes de comparaison plus fixes, et dont chacun pût aisément, dans l'ordre établi de la société, se procurer des modèles qui fussent les mêmes pour tous ; quelques-uns des noms qui servent à les désigner comme *aune*, *pied*, etc., conservent encore des traces étymologiques de leur première signification. Les nombres qui résultent de ces comparaisons, et qui déterminent toutes les grandeurs qu'on distingue dans un même objet, forment par leur réunion une description de cet objet aussi détaillée qu'on peut la faire sans le montrer, ou une figure qui le représente ; c'est ce qu'on obtient quand on peut dire, par

exemple, que sa longueur est de tant de toises, son poids de tant de livres, le prix qu'il a habituellement dans le commerce, de tant de francs, etc. Nous n'insisterons pas sur l'utilité de cette espèce de description d'un objet; sans cela l'idée que nous acquérons de ceux qui sont soumis à l'examen de nos sens deviendrait si confuse, dès qu'ils seraient loin de nous, par la faiblesse de notre mémoire, qu'elle ne pourrait plus nous être d'aucune utilité dans toutes les opérations qui exigent de la précision; il nous serait d'ailleurs impossible de communiquer cette idée sans le secours des mêmes nombres, en sorte que notre langage même ne peut s'en passer, et que nous sommes obligés d'y avoir recours, dès que nous voulons donner de la précision à ce que nous avons à dire relativement à quelque grandeur que ce soit. Il nous reste à dire un mot de la manière dont on détermine ces nombres dans chaque cas particulier.

(*La suite prochainement.*)