NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

AMPÈRE

Théorie du calcul élémentaire

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 4 (1845), p. 161-164

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1845_1_4__161_0>

THÉORIE DU CALCUL ÉLÉMENTAIRE.

PAR M. AMPÈRE. (Œuvre posthume.)

(Suite, voir p. 109.)

16. Lorsque les deux grandeurs qu'il s'agit de comparer sont à portée de l'être immédiatement, on obtient facilement le nombre cherché, par une opération très-simple, et qui consiste dans ce qu'on appelle *mesurer*; nous en parlerons en son lieu avec tout le détail nécessaire :

17. Mais si cette comparaison ne peut s'exécuter de cette manière, nous pouvons sans la faire, en obtenir le résultat, en partant des relations qui se trouvent entre les diverses grandeurs qui existent dans un même objet, ou dans des objets différents mais liés entre eux d'une manière quelconque; c'est alors que le but qu'on se propose ne peut être atteint que par des combinaisons d'idées qui surpasseraient le plus souvent toutes les forces de notre esprit, sans le secours des signes dont nous avons déjà parlé, et pour lesquelles on est obligé assez fréquemment d'avoir recours à toutes les ressources du calcul.

18. Il faut éclaircir ce que nous venons de dire des relations qui existent entre les diverses grandeurs, d'un même ou de différents objets. Le calcul *élémentaire* s'occupe des plus simples; le calcul *supérieur* les combine d'une manière particulière qui comprend tout ce qui dépend de ces sortes de relations, et complète ainsi le calcul él mentaire; enfin le calcul supérieur est entièrement fondé sur des considérations qui semblent au premier coup d'œil entièrement différentes, mais qui ne le paraissent plus autant à mesure qu'elles sont

mieux connues ; nous renverrons encore ici à la lecture de l'ouvrage entier, pour éclaircir ce que ces notions peuvent avoir d'obscur, et pour développer convenablement la différence qu'on observe entre le calcul analytique, et le calcul synthétique, dont la distinction est facile à établir dans chaque sorte de calcul (*).

20. La plus simple des comparaisons que nous pouvons faire entre deux grandeurs, nous donne l'idée du premier des nombres, désigné par le mot *un* : il exprime que les deux grandeurs comparées ont précisément la même valeur ; ainsi après avoir comparé la longueur d'un objet à celle qu'on appelle pied, et son poids à la livre, si on a trouvé précisément la même valeur à ces deux longueurs et à ces deux poids, on exprimera ce résultat en disant que sa longueur est d'un pied, et son poids d'une livre, où ces mots *un*, *une*, marquent évidemment le jugement que nous portons sur la manière d'être d'une des deux grandeurs, relativement à l'autre.

21. Il est à propos d'observer en passant que deux grandeurs homogènes de même valeur portent le nom d'*égales*, et celui d'*inégales* quand les valeurs en sont différentes.

Deux grandeurs hétérogènes ne sont évidemment susceptibles d'être inégales, ni égales. Quand deux homogènes sont inégales, on peut toujours les ramener à l'égalité en diminuant l'une ou en augmentant l'autre convenablement, celle qu'il faut augmenter pour cela est celle qu'on appelle *la plus petite*, l'autre est *la plus grande*.

22. Quand on représente les grandeurs par les différentes sortes de signes dont on est convenu de se servir pour cela, et que nous ferons bientôt connaître, on place entre elles ce signe =, qui se prononce *égale*, pour exprimer qu'elles sont égales, et quand elles sont inégales, on se sert d'un de ceux-

(*) Le § 19 manque. Tm.

ci $>$ ou $<$ dont le premier signifie *plus grand que*, et le second *plus petit que*, en ayant soin d'en tourner toujours la pointe du côté de la plus petite des deux grandeurs (*).

23. L'idée de l'égalité ne peut nous donner que celle du seul nombre *un*, puisqu'elle ne peut exister que d'une seule manière, mais rien ne peut mettre des bornes à la quantité des nombres qui résultent de la comparaison de deux grandeurs inégales, parce que rien ne peut en mettre aux diverses sortes d'inégalités que l'on peut concevoir. On n'a d'abord eu l'idée que d'une seule espèce de nombres ; les différentes applications qu'on a faite des procédés du calcul, à la détermination des grandeurs, en a fait découvrir successivement trois autres (**). On ne peut avoir aucun doute sur l'ordre, dans lequel l'esprit humain s'est élevé successivement à cette connaissance. On verra dans l'explication que nous allons en donner, qu'aucune des trois premières espèces, les seules qui aient été connues des anciens, n'a pu être inventée que dans l'ordre où nous allons les présenter, et la quatrième est une découverte trop récente pour que nous en ignorions l'époque.

24. Il est certain que la *première* sorte de comparaison qui ait été faite entre deux grandeurs, est celle d'une quantité quelconque, et d'une des unités qui entraient dans sa composition, c'est cette comparaison qui nous a donné l'idée des nombres exprimés par ces mots *deux*, *trois*, *quatre*, etc , dont la signification est connue de tout le monde.

25. Cette comparaison offrant des plus grands avantages

(*) Note sur les instruments, compas, balance, etc., qui nous servent à déterminer l'égalité ou l'inégalité des grandeurs, et dont l'élève doit avoir au moins une idée.

(**) On pourrait admettre une cinquième espèce, si cet assemblage de signes, auquel on a donné le nom de quantites imaginaires, répondait à une idée quelconque, qu'on pût ranger dans la classe de nos idées numériques ; il me paraît que tous les mathématiciens sont d'accord pour la négative; il n'en est pas de même des nombres négatifs, à l'égard desquels je renvoie à ce que j'en dirai tout à l'heure.

aux hommes vivant en société, il n'est pas étonnant qu'elle leur soit bientôt devenue familière, et que pour en exprimer toutes les circonstances, ils aient donné à ces sortes de réunion, le nom de *quantités*, et celui d'*unité* à chacun des objets dont elles étaient composées. Ainsi que nous l'avons déjà expliqué, en ramenant ces deux mots à leur signification primitive, on en fait encore aujourd'hui un grand usage dans le calcul, mais de nouvelles idées en ont bien altéré la signification, comme on va le voir dans ce qui suit. Il est probable qu'il en a été de même du mot nombre; il ne s'appliquait d'abord qu'aux seuls entiers, mais il a reçu en même temps une signification de plus en plus étendue.

(*La suite prochainement.*)