J. BLANCHARD

Solution du problème

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 4 (1845), p. 194-195

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1845_1_4__194_1>

SOLUTION DU PROBLÈME (92, p. 55).

PAR M. J. BLANCHARD (*),
élève de mathématiques élémentaires au collége royal de Versailles.

—

A est l'aire d'un polygone régulier inscrit dans une circonférence, et B l'aire du polygone régulier circonscrit semblable; démontrer que B—A, équivaut à l'aire du polygone régulier semblable, inscrit dans la circonférence qui a pour diamètre le côté de B, ou bien au polygone régulier circonscrit à la circonférence, qui a pour diamètre le côté de A.

(*Fig.* 20). Soit EC le côté du polygone B, FD celui de EC,

(*) Nous ne sommes pas sûr d'avoir bien devine la signature. Tm.

joignons EFO, ODC, menons ON perpendiculaire à EC, et qui coupe FD en I.

1er *Cas.* D'après un théorème connu $B:A::\overline{OC}^2:\overline{OD}^2$, par suite $$B-A:A::\overline{OC}^2-\overline{OD}^2:\overline{OD}^2.$$

Soit A′ le polygone semblable inscrit dans circ. NC,
$$A':A::\overline{NI}^2:\overline{NO}^2.$$

Cette proposition et la précédente ont les conséquents en proportion; donc
$$B-A:A'::\overline{OC}^2-\overline{OD}^2:\overline{NC}^2,$$
ou bien.
$$B-A:A'::\overline{OC}^2-\overline{ON}^2:\overline{NC}^2;$$
mais $$\overline{OC}^2-\overline{ON}^2=\overline{NC}^2,$$
donc $$B-A=A',$$ C.Q.F.D.

2e *Cas.* D'après un théorème analogue au théorème marqué plus haut
$$B:A::\overline{NO}^2:\overline{IO}^2,$$
d'où
$$B-A:B::\overline{NO}^2-\overline{IO}^2:\overline{NO}^2.$$

Soit B′ le polygone semblable circonscrit à circ. ID,
$$B':B::\overline{ID}^2:\overline{NO}^2.$$

Combinant cette proportion avec la précédente,
$$B-A:B'::\overline{NO}^2-\overline{IO}^2:\overline{ID};$$
mais $$NO=OD,$$
donc $\overline{ON}^2-\overline{IO}^2=\overline{OD}^2-\overline{IO}^2$, or $\overline{OD}^2-\overline{IO}^2=\overline{ID}^2$, dans le triangle OID, donc $B-A=B'$. C.Q.F.D.

Note. Ce théorème se trouve dans les mémoires de l'Académie des sciences, dont Dufaye était membre.

MM. Cardonnel, élève en philosophie au collége royal d'Auch, et Clément, élève au collége royal de Bourges, nous ont aussi adressé des solutions du même problème.