Nouvelles annales de mathématiques

Lebesgue

Théorèmes à démontrer, et questions à résoudre sur la théorie des équations et des coniques

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 4 (1845), p. 271-272

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1845_1_4__271_1>

THÉORÈMES A DÉMONTRER

Et questions à résoudre sur la théorie des équations et des coniques.

PAR M. LEBESGUE.

L'équation $x^m - A_1 x^{m-1} + A_2 x^{n-2} \ldots \pm A_m = 0$, multipliée par x^{n-m}, conduit tout de suite à

$$S_n - A_1 S_{n-1} + A_2 S_{n-2} \ldots \pm A_m S_{n-m} = 0, \qquad (a)$$

en représentant par S_a la somme des a^e puissances des m racines.

Démontrer pour le cas de n entier positif ou négatif : 1° que tous les termes du groupe S_n sont détruits par une partie des termes du groupe $A_1 S_{n-1}$, que les termes restants de ce groupe sont détruits par une partie des termes du groupe suivant $A_2 S_{n-2}$ et ainsi de suite. 2° Montrer que pour le cas de n positif $< m$, le groupe $A_n S_0$ de mA_n étant décomposé en $nA_n + (m - n) A_n$, l'équation (a) se partagera en deux

$$S_n - A_1 S_{n-1} + A_2 S_{n-2} \ldots \pm A_{n-1} S_1 \mp nA_n = 0,$$

$$(m - n) A_n - A_{n+1} S_{-1} + A_{n+2} S_{-2} - \ldots \pm A_m S_{-(m-n)} = 0.$$

L'équation (a) peut-elle conduire à quelques conséquences utiles pour le cas des puissances fractionnaires?

Théorèmes et problèmes sur l'ellipse.

(On les étendra à l'hyperbole).

I. Trouver la distance p d'une normale à l'ellipse au centre de cette courbe.

II. La distance maximum est $a - b$, en représentant par a et b les demi-axes.

III. Toute autre distance p répond à deux normales (on ne considère qu'un quart d'ellipse).

Ces normales, et les points de l'ellipse par lesquels on les mène, peuvent être dits *associés*.

IV. Un certain point est associé à lui-même, il répond à la distance maximum.

Les propositions précédentes conduisent à la construction de Fagnano pour les arcs d'ellipse à différence rectifiable, et montrent qu'elle n'est qu'un cas particulier des belles constructions de M. Chasles.