

LEBESGUE

**Théorèmes à démontrer, et questions
à résoudre sur la théorie des équations
et des coniques**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 4
(1845), p. 271-272

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1845_1_4_271_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1845, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

THÉORÈMES A DÉMONTRER

Et questions à résoudre sur la théorie des équations et des coniques.

PAR M. LEBESGUE.

—

L'équation $x^m - A_1 x^{m-1} + A_2 x^{m-2} \dots \pm A_m = 0$, multipliée par x^{n-m} , conduit tout de suite à

$$\zeta_n - A_1 \zeta_{n-1} + A_2 \zeta_{n-2} \dots \pm A_m \zeta_{n-m} = 0, \quad (a)$$

en représentant par ζ_a la somme des a° puissances des m racines.

Démontrer pour le cas de n entier positif ou négatif :
1° que tous les termes du groupe ζ_n sont détruits par une partie des termes du groupe $A_1 \zeta_{n-1}$, que les termes restants de ce groupe sont détruits par une partie des termes du groupe suivant $A_2 \zeta_{n-2}$ et ainsi de suite. 2° Montrer que pour

le cas de n positif $< m$, le groupe $A_n \int_0$ de $m A_n$ étant décomposé en $n A_n + (m - n) A_n$, l'équation (a) se partagera en deux

$$\int_n - A_1 \int_{n-1} + A_2 \int_{n-2} \dots \pm A_{n-1} \int_1 \mp n A_n = 0,$$

$$(m - n) A_n - A_{n+1} \int_{-1} + A_{n+2} \int_{-2} - \dots \pm A_m \int_{-(m-n)} = 0.$$

L'équation (a) peut-elle conduire à quelques conséquences utiles pour le cas des puissances fractionnaires?

Théorèmes et problèmes sur l'ellipse.

(On les étendra à l'hyperbole).

I. Trouver la distance p d'une normale à l'ellipse au centre de cette courbe.

II. La distance maximum est $a - b$, en représentant par a et b les demi-axes.

III. Toute autre distance p répond à deux normales (on ne considère qu'un quart d'ellipse).

Ces normales, et les points de l'ellipse par lesquels on les mène, peuvent être dits *associés*.

IV. Un certain point est associé à lui-même, il répond à la distance maximum.

Les propositions précédentes conduisent à la construction de Fagnano pour les arcs d'ellipse à différence rectifiable, et montrent qu'elle n'est qu'un cas particulier des belles constructions de M. Chasles.