NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

GUILMIN

Lettre de M. Guilmin

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 4 (1845), p. 311-312

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1845_1_4__311_1>

LETTRE DE M. GUILMIN.

M. le rédacteur,

Votre dernier numéro contient (p. 257) une lettre qui a dû être remarquée pour la forme, si ce n'est pour le fonds. Je vous serai très-obligé d'insérer une dernière réponse.

Il m'a semblé que M. Catalan démontrait trop longuement une proposition d'algèbre élémentaire, j'ai cru utile aux élèves d'en indiquer une démonstration plus simple. Cette démonstration, M. Catalan ne l'a pas comprise ; cependant, il paraît l'avoir étudiée avec tant de bonne volonté, que je me fais un plaisir de lui venir en aide.

Il s'agit de cette proposition : une fraction continue périodique
$$a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{c+\cfrac{1}{a+\text{etc.},}}}$$

est égale à l'une des racines d'une équation du second degré à coefficients rationnels.

Soit x *la valeur* de la fraction continue proposée. Pour démontrer la proposition, on écrit :

$$x = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{x}}}.$$

Cette égalité est rigoureusement vraie ; c'est ce que j'ai voulu démontrer. Je pose :

$$x = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{y}}},$$

en appelant y *la valeur* de la fraction continue

$$a + \cfrac{1}{b + \text{etc.}},$$

qui commence à la deuxième période.

Je suppose qu'ayant formé consécutivement les réduites de x et de y, en nombre aussi grand que l'on voudra, on compare deux à deux les réduites de même rang dans les deux calculs ; on les trouvera constamment égales. Une de ces réduites $\frac{Q}{Q'}$, différera de x et de y, dans le même sens, d'une quantité moindre que $\frac{1}{Q'^2}$; mais $\frac{1}{Q'^2}$ peut devenir aussi petit que l'on voudra ; donc x et y sont égaux.

J'ai ensuite démontré *tous* les théorèmes qu'avait démontrés M. Catalan.

Je crains d'avoir répondu trop sérieusement à cette lettre. Je ne dirai rien de la finesse des plaisanteries, de l'urbanité du style ; je m'en rapporte, à cet égard, au jugement de vos lecteurs.

Agréez, Monsieur le rédacteur, l'assurance de mes sentiments les plus dévoués.

A. Guilmin.