NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

A. EUDES

Réduire à l'horizon l'angle de deux droites

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 4 (1845), p. 360-362

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1845_1_4__360_1>

RÉDUIRE A L'HORIZON L'ANGLE DE DEUX DROITES.

PAR M. A. EUDES,
professeur au collége royal d'Angers.

—

Pour abréger, désignons par V et H les plans de projection.

1er Cas. Aucune des deux droites n'est horizontale.

Soient AB, AC (*fig.* 40), ces deux droites qui se coupent au point A, et qui percent H respectivement en B et en C; prenons pour V le plan vertical qui contient l'une des deux droites, AB par exemple; en sorte que xy (*fig.* 1), étant la ligne de terre, et $A\alpha$ étant la verticale du point A, la droite AB fait en A avec $A\alpha$ l'angle $BA\alpha$, un des angles donnés; la projection de AB est xy, il s'agit de trouver la projection de AC; ce qui se réduit à trouver le point C où cette droite vient percer H, puisqu'alors αC sera cette projection et $B\alpha C$ sera l'angle demandé.

Concevons que le plan vertical qui contient AC tourne autour de $A\alpha$ comme axe pour venir s'appliquer sur V; AC viendra se placer en AC′, qui fait l'angle $C'A\alpha$, un des angles donnés, et le point C dans ce mouvement n'étant pas sorti de H, qui est perpendiculaire à l'axe de rotation $A\alpha$ sera venu se placer en C', intersection de AC' avec xy, après avoir décrit dans H une circonférence dont le centre est α et le rayon $\alpha C'$; réciproquement le point C' rétabli dans sa véritable position se trouvera donc en quelque point de cette circonférence.

Un second rabattement de AC va nous donner un second lieu du point C.

Qu'on fasse tourner le plan même des droites (AB, AC), autour de AB pour l'appliquer sur V ; la droite AC viendra se placer en AC'' qui fait avec AB l'angle BAC'', le troisième des angles donnés, et le point C tombera à une distance AC'' égale à AC' ; ces deux longueurs sont les rabattements de la même distance AC

En relevant ce point C'' pour le rétablir dans sa véritable position, il ne sortira pas du plan perpendiculaire à l'axe de rotation AB, perpendiculaire par conséquent à V, lequel plan a pour trace $C''\gamma$, perpendiculaire à AB ; le point C'' rétabli en sa vraie position, devra donc faire sa projection verticale en quelque point de cette trace $C''\gamma$; ce point devant d'ailleurs appartenir à H, sa projection verticale est quelque part sur xy; cette projection est donc le point γ d'intersection de la perpendiculaire $C''\gamma$ à AB avec xy.

Élevant alors en γ une perpendiculaire à xy, le point C sera l'intersection de cette perpendiculaire et de la circonférence ($\alpha C'$), et l'angle demandé sera $B\alpha C$.

Comme vérification on observe que BC'' est le rabattement de BC, et doit lui être égal.

La construction devient impossible si le point γ tombe en dehors du cercle ($\alpha C'$), et il en sera ainsi lorsque $BAC'' < BAC'$ ou lorsque $BAC'' > BAI$, c'est qu'en effet l'impossibilité est dans la question même ; les deux droites AB, AC dans leur vraie position, forment avec la verticale Aα un angle trièdre dont les trois faces BAα, BAC, CAα doivent satisfaire aux conditions BAC $>$ BAα + CAα et BAC $<$ BAα + CAα, lesquelles reviennent à BAC$''$ $>$ BAC$'$ et BAC$''$ $<$ BAI.

2^e *Cas.* L'une des deux droites est horizontale ;

1° On prend pour V le plan vertical qui contient cette horizontale (AB par exemple).

La droite AB (*fig.* 41), sera dans ce cas parallèle à xy ; il n'y aura d'ailleurs rien à changer aux constructions précédentes, ainsi que l'indique la figure. C$'\alpha$C sera l'angle cherché; la vérification seule manquera; il y aura impossibilité dans les mêmes circonstances.

2° On prend pour V le plan vertical de celle des deux droites qui n'est pas horizontale de AB, par exemple.

Comme AC est horizontale et ne rencontre plus H : on cherche les projections d'un point quelconque C de cette droite pris à une distance arbitraire AC du point A (*fig.* 42), en sorte que le premier rabattement autour de Aα qui donnait dans les cas précédents la longueur de AC est ici inutile, puisque d'ailleurs la distance AC devant se projeter sur H en vraie grandeur, la projection horizontale de ce point C sera un des points de la circonférence décrite du point α comme centre avec AC pour rayon ; il suffira donc de rabattre AC autour de AB, puis la construction précédente s'appliquera en remarquant que la projection verticale du point C devant se trouver sur la parallèle à xy passant par le point A, sera à l'intersection (C$'$) de cette parallèle et de la perpendiculaire C$''\gamma$ à l'axe AB ; en abaissant la perpendiculaire CC$'$ à xy, le point d'intersection de cette perpendiculaire et de la circonférence (αC) sera la projection horizontale du point C, et l'angle BαC sera l'angle cherché. La vérification manquera encore et il y aura impossibilité dans les mêmes circonstances.