NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

BECK

Problème de géométrie descriptive

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 4 (1845), p. 565-567

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1845_1_4__565_0>

PROBLÈME DE GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE

PAR M. BECK,
Professeur au college de Verviers.

—

On donne la projection horizontale d'une droite et l'angle que cette droite fait avec un plan D : trouver la projection verticale.

(Fig. 54) La droite cherchée étant supposée déterminée, toutes les droites qui lui seront parallèles et qui seront dans le plan vertical P, qui la projette horizontalement, répondront pareillement à la question ; il y a donc une infinité de solutions.

Par suite, en prenant un point quelconque a dans ce plan P, ce point pourra être considéré comme appartenant à l'une des droites cherchées, droite qui serait déterminée si l'on connaissait un second de ses points.

Or, nous pouvons supposer que le point a est le sommet d'un cône droit dont la base serait sur le plan donné, et dont les génératrices feraient avec ce plan l'angle donné ; pour avoir la droite demandée, il faut chercher celle de toutes ces génératrices dont l'extrémité est dans le plan P, et cette extrémité, que nous désignerons par x, étant connue par ses projections, serait le second point cherché ; rien de plus facile que de la déterminer, car ce point x est situé sur la circonférence de la base du cône, circonférence qui se trouve dans le plan donné, il doit se trouver dans le plan P et par conséquent, c'est le point de rencontre de cette circonférence avec la ligne d'intersection du plan P et du plan donné.

Construction. — Pour résoudre le problème, il faut donc, afin de connaître le rayon de la base, commencer par déterminer le triangle rectangle générateur du cône droit :

Pour cela abaissons du point a une perpendiculaire sur le plan donné, et cherchons le point où elle perce ce plan : ce point est le centre de la base du cône.

Pour le déterminer, rabattons sur le plan horizontal l'axe du cône en faisant tourner le plan qui projette cet axe horizontalement, autour de sa trace horizontale comme charnière; l'intersection de ce plan et du plan donné rabattue est mn; le rabattement a' du sommet a du cône se trouve en élevant au point a^h de la charnière une perpendiculaire egale à la distance $a^o g$ de ce sommet a au-dessus du plan horizontal, et par conséquent en menant $a'c$ perpendiculaire à mn, on aura le rabattement de l'axe du cône sur le plan H ; pour avoir le triangle générateur $ca'r$, il suffit de faire au point a' un angle a égal au complément de l'angle donné, et l'on trouve ainsi que cr est le rayon de la circonférence dont c est le centre.

Telle est la première partie de la construction.

Il faut maintenant construire cette base dans le plan D : pour cela rabattons le plan donné sur le plan H en le faisant tourner autour de sa trace horizontale A comme charnière; le centre c, qui se trouve aussi dans le plan projetant horizontalement la perpendiculaire, vient en c' sur la projection horizontale de cette perpendiculaire à une distance de la charnière marqué par cm; le point r vient en r'; donc si du point c' comme centre avec $c'r'=rc$ pour rayon, on décrit une circonférence, cette circonférence sera celle de la base du cône rabattue sur le plan H.

Nous avons encore à rabattre la ligne d'intersection des plans P et D; le point K de cette intersection, se trouvant sur la charnière, reste immobile; il suffit donc de rabattre un second point de cette droite, le point b, par exemple :

ce point se meut dans un plan perpendiculaire à la charnière, il viendra se rabattre en b' sur la trace horizontale b^hq de ce plan à une distance du point q marquée par l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les deux côtés de l'angle droit sont bb^h et b^hq ; la ligne d'intersection rabattue est donc $b'k$.

Cette ligne d'intersection rencontre la circonférence $c'r'$ en un point d qui est l'extrémité x cherchée rabattue sur le plan OH ; c'est ce point dont il faut chercher les projections : pendant sa rotation, ce point s'est mû dans un plan perpendiculaire à la charnière ; sa projection horizontale doit donc être située sur la trace horizontale dp de ce plan, et comme elle doit se trouver aussi sur la projection A^h de la droite, elle sera en d^h à la rencontre de A^h et de la perpendiculaire dp ; sa projection verticale doit se trouver en d à une distance de la ligne de terre marquée par l'un des côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle dont l'autre côté est d^hp et dont l'hypoténuse est dp ; par conséquent en joignant a^od^o, on a la projection verticale cherchée.

L'intersection $b'k$, rencontrant la circonférence $c'r'$, en un second point l, qui est projeté verticalement en l^o, on a, en joignant a^ol^o, la projection verticale d'une seconde droite passant par le point a et qui répond à la question.