

BARBET

Note sur la symétrie des angles trièdres

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 6 (1847), p. 104-106

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__104_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1847, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOTE

Sur la symétrie des angles trièdres.

PAR M. BARRET,

Chef d'institution.

On a coutume de dire dans les éléments de géométrie que deux angles trièdres composés d'angles plans égaux chacun

à chacun, et disposés d'une manière différente, ayant leurs angles trièdres égaux, mais ne pouvant point coïncider, présentent un cas d'égalité par *symétrie* ou sont *symétriques* l'un de l'autre. C'est ordinairement la première fois que l'on emploie le mot *symétrie*, dont le sens ne parait pas suffisamment justifié.

Si l'on convient que deux figures sont *symétriques*, lorsqu'un point quelconque de l'une et un point de l'autre se trouvent sur une perpendiculaire commune à un plan intermédiaire, et à égales distances de ce plan, on démontre que deux angles trièdres sont symétriques quand ils sont composés d'angles plans égaux chacun à chacun, et disposés d'une manière différente.

On remarque d'abord que les angles dièdres formés par les plans qui contiennent les angles égaux sont égaux chacun à chacun.

Ayant appliqué l'une contre l'autre deux des faces égales suivant ASB (*fig. 20*), on aura l'angle ASC' égal à l'angle ASC , et le dièdre $BASC'$ égal à l'angle dièdre $BASC$. Si du point D pris sur la face ASC on mène DP perpendiculaire sur la face commune ASB , et qu'on la prolonge jusqu'à la rencontre de la face ASC' en D' , que du point P on mène PG perpendiculaire à SA , et qu'on joigne le point G aux points D' et D , les droites $D'G$ et DG seront perpendiculaires à SA (par le théorème des trois perpendiculaires); les angles $D'GP$ et DGP mesureront donc, dans l'un et l'autre angle trièdre, les dièdres égaux qui ont pour arête commune SA ; les deux triangles $D'PG$ et DPG sont donc égaux, et l'on aura $D'P = DP$, donc les deux angles trièdres sont symétriques par rapport au plan ASB .

1^{re} Remarque. Deux lignes SD' et SD symétriques par rapport au plan ASB , sont également inclinées sur le plan de symétrie à cause de l'égalité des triangles $D'SP$, DSP

2° *Remarque.* Un point quelconque de l'arête SC , appartenant à la fois aux deux faces ASC et BSC a son symétrique sur les deux faces ASC' et BSC' , c'est-à-dire sur l'arête SC' de ces deux faces, de telle sorte que l'arête SC' est symétrique de l'arête SC . Ces deux arêtes sont également inclinées sur le plan de symétrie ASB .

3° *Remarque.* Le plan de symétrie pourrait être placé entre les deux angles trièdres, dont les faces représentées par ASB resteraient parallèles, et à égales distances de ces faces.

Si on prend sur ces arêtes les distances SC et SC' égales entre elles, les points C et C' sont symétriques.

On peut déduire facilement de ce qui précède que les deux prismes triangulaires $abc'b'c'd'$, $bcd'a'b'c'$ (fig. 21), dans lesquels est décomposé le parallélépipède oblique aa' , sont symétriques l'un de l'autre. Dans ces prismes, on a les angles trièdres en a et en a' , en b et en b' , en c et en c' symétriques deux à deux, de telle sorte qu'en plaçant le prisme triangulaire $bcd'a'b'c'$ sous le prisme triangulaire $abc'b'c'd'$, en $abc'b''c'd''$, $a'b'$ sur ab , $a'c'$ sur ac , $b'c'$ sur bc ; on a deux angles trièdres symétriques en a , deux en b , deux en c , ayant pour faces communes les angles en a , en b et en c , du triangle abc , et pour plan de symétrie celui de ce triangle. Les deux arêtes symétriques ad' et ad'' étant égales, les sommets d' et d'' sont symétriques. Il en est de même des sommets b' et b'' , c' et c'' .
