

BRASSINE

**Notes sur deux points du cours de  
mathématiques spéciales (relatifs aux  
tangentes des coniques et aux sommes  
des nombres figurés)**

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 6  
(1847), p. 120-122

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1847\\_1\\_6\\_\\_120\\_0](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__120_0)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1847, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

## NOTES

*sur deux points du Cours de mathématiques spéciales (relatifs aux tangentes des coniques et aux sommes des nombres figurés).*

**PAR M. BRASSINE,**

Professeur à l'École d'artillerie de Toulouse.

---

1° Dans les traités de Géométrie analytique, on vérifie, après avoir trouvé l'équation de la tangente, que cette droite ne rencontre pas la section conique en un point différent du point de contact. Cela peut se déduire, sans aucun calcul, de la forme de l'équation de la tangente. Prenons, par exemple, la tangente  $a^2yy' - b^2xx' = -a^2b^2$  (1) à l'hyperbole  $a^2y^2 - b^2x^2 = -a^2b^2$ .  $x'$ ,  $y'$  étant les coordonnées du point de contact. Si la droite (1) avait un second point,  $y''$ ,  $x''$ , commun avec l'hyperbole, on aurait l'équation de condition  $a^2y''y' - b^2x''x' = -a^2b^2$ . Donc l'équation de la tangente serait aussi  $a^2y''y - b^2x''x = -a^2b^2$  (2), puisque cette dernière, satisfaite par les coordonnées  $y''$ ,  $x''$  d'un point de la courbe, est aussi vérifiée par les coordonnées  $y'$ ,  $x'$ . Par suite, l'équation (2) doit être identique avec l'équation (1), lorsqu'on dégage  $y$ ; ce qui exige que  $y'' = y'$  et  $x'' = x'$ .

2° On donne très-simplement, dans les traités élémentaires d'algèbre, les formules qui expriment les nombres de combinaisons, deux à deux, trois à trois, etc. de  $n$  lettres. On pourrait former les combinaisons deux à deux de  $n$  lettres  $a, b, c, \dots, k, l$  en forment toutes celles qui contiennent  $a$ , et qui sont au nombre de  $n-1$ , toutes celles qui ne contenant pas  $a$  contiennent  $b$  et qui sont au nombre de  $n-2$ , etc... ; mais

comme on sait déjà que le nombre total de combinaisons deux à deux est  $\frac{n(n-1)}{2}$ , on aura :

$$n-1 + n-2 + \dots + 1 = \frac{n(n-1)}{2}.$$

Les combinaisons trois à trois seront formées de celles qui contiennent  $a$  et qui sont au nombre de  $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ ; de celles qui ne contenant pas  $a$ , contiennent  $b$ , et qui sont au nombre de  $\frac{(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2}$ , etc. Donc on aura la sommation :

$$\frac{(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2} + \frac{(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2} + \frac{(n-3)(n-4)}{1 \cdot 2} + \dots + 1 = \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}.$$

Par le même procédé, on trouverait les sommations correspondantes aux combinaisons quatre à quatre, etc. La somme précédente peut servir pour le calcul de la pile de boulets triangulaire.

3° On peut mener une tangente en un point  $m$  d'une ellipse, en joignant une extrémité du grand axe avec ce point et prolongeant cette ligne jusqu'à la perpendiculaire élevée à l'autre extrémité de cet axe. Le milieu de la partie de la perpendiculaire comprise entre l'extrémité du grand axe et ce point de rencontre est un second point de la tangente. (Au lieu d'employer les axes, on peut se servir des diamètres conjugués, et appliquer le procédé à l'hyperbole et à la parabole.)

4° Aux théorèmes sur les diamètres conjugués, que j'ai donnés dans le journal de M. Liouville et dans les Annales, et qui se déduisent d'une méthode indiquée t. VII, p. 120 du Journal de Mathématiques, pour en trouver toutes les propriétés des diamètres conjugués, on peut ajouter le suivant :

« Soient deux points  $m'$ ,  $m''$  conjugués pris sur une ellipse. On mène en ces points les rayons de courbure de cette ellipse.

**Ces rayons conjugués, projetés respectivement sur un des rayons vecteurs passant en  $m'$  ou  $m''$ , donnent deux projections dont la somme est constante.**

**5° PROBLÈME.** Par un foyer d'une ellipse, mener deux cordes  $c$  et  $c'$  faisant entre elles un angle donné, telles que la somme inverse  $\frac{1}{c} + \frac{1}{c'}$  soit un minimum. Si l'angle compris par les cordes est droit, cette somme sera constante.

•