

CHELINI

Sur une classe d'équations du premier degré

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 6
(1847), p. 129-131

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__129_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1847, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SUR UNE
CLASSE D'ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ,
d'après M. CHELINI.

I. Nous avons consigné dans les *Nouvelles Annales* (t. V, p. 162) la solution élégante que M. J. Binet a donnée de cette classe si importante d'équations dans le *Journal de Mathé-*

matiques (t. II, p. 248) ; elle est fondée sur la décomposition des fractions rationnelles. Le procédé de M. Chelini, indépendant de cette opération, est plus rapide et plus élémentaire. M. Liouville était aussi parvenu au même procédé (Journal de Mathématiques, t. XI, p. 466).

II. Soit le système de n équations du premier degré entre les inconnues x_1, x_2, \dots, x_n :

$$\begin{aligned} \frac{x_1}{a_1 - \alpha_1} + \frac{x_2}{a_2 - \alpha_2} + \dots + \frac{x_n}{a_n - \alpha_n} &= 1 ; \\ \frac{x_1}{a_2 - \alpha_1} + \frac{x_2}{a_2 - \alpha_2} + \dots + \frac{x_n}{a_n - \alpha_n} &= 1 ; \\ \vdots & \\ \frac{x_1}{a_n - \alpha_1} + \frac{x_2}{a_n - \alpha_2} + \dots + \frac{x_n}{a_n - \alpha_n} &= 1. \end{aligned}$$

a_1, a_2, \dots, a_n sont des quantités connues quelconques ;
 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ sont connues et *inégales*.

Considérons les n inconnues x_1, \dots, x_n comme étant connues, et écrivons l'équation

$$\frac{x_1}{x - \alpha_1} + \frac{x_2}{x - \alpha_2} + \dots + \frac{x_n}{x - \alpha_n} = 1 ;$$

chassant les dénominateurs, elle sera une équation du degré n , ayant évidemment pour racines les n quantités a_1, a_2, \dots, a_n . Faisons $\alpha_i - x = y$, l'équation devient :

$$1 + \frac{x_1}{y} + \frac{x_2}{y + \alpha_2 - \alpha_1} + \dots + \frac{x_n}{y + \alpha_n - \alpha_1} = 0$$

équation en y degré n , ayant pour racines :

$$\alpha_1 - a_1 ; \alpha_1 - a_2, \dots, \alpha_1 - a_n.$$

Chassant le dénominateur, et prenant le dernier terme de l'équation, on a la relation connue :

$$(\alpha_1 - a_1)(\alpha_1 - a_2) \dots (\alpha_1 - a_n) = (-1)^n x_1 (\alpha_2 - \alpha_1)(\alpha_3 - \alpha_1) \dots (\alpha_n - \alpha_1),$$

d'où l'on tire la valeur de x_1 , qui revient à celle de M. Binet

(t. V, p. 165) ; changeant α , en α_1 , et *vice versa*, on a la valeur de x_1 , et ainsi des autres.

III. Ce procédé de M. Chelini est assez simple pour prendre désormais place dans les traités élémentaires. Ces équations ont acquis une grande célébrité par les beaux travaux de M. Lamé et les théorèmes de M. Chasles sur les surfaces du second degré dites homofocales. En général, les auteurs d'éléments ne font pas assez attention au choix des exemples, qu'ils prennent au hasard, sans autre but que d'exercer au calcul ; tandis que les exemples doivent être cherchés dans les ouvrages des grands maîtres, et préparer les élèves aux connaissances plus relevées dans les sciences mathématiques et physico-mathématiques. Il est vrai que quand nous nous mettons à écrire des *Éléments*, nous nous accordons de suite la dispense de connaître les grands maîtres. Tel médite un traité d'arithmétique qui sourirait de pitié au conseil qu'on lui donnerait d'étudier auparavant la théorie des nombres de Legendre. Il est si commode d'enseigner sans avoir besoin d'apprendre.
