

J. F. DOSTOR

**Programme de la symétrie plane et  
de celle de l'espace**

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 6  
(1847), p. 166-174

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1847\\_1\\_6\\_\\_166\\_0](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__166_0)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1847, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

---

PROGRAMME

*de la symétrie plane et de celle de l'espace.*

**PAR M. J. F. DOSTOR,**  
Docteur ès sciences mathématiques.

—  
SYMÉTRIE PLANE.

*Définitions.*

*Définition I.* Deux points sont *symétriques* par rapport à un troisième point, appelé *centre de symétrie*, lorsque la droite, qui les joint, passe par ce centre et y est divisée en parties égales.

*Définition II.* Deux points sont *symétriques* par rapport à une droite, appelée *axe de symétrie* lorsque la droite, qui les joint, est perpendiculaire en son milieu sur cet axe.

*Définition III.* Deux figures sont *symétriques par rapport* à un centre ou à un axe, lorsqu'on peut les placer de façon que leurs points soient deux à deux symétriques par rapport à ce centre ou à cet axe. Dans cette position, les deux figures sont dites *symétriquement placées*.

*Remarque.* Les deux figures peuvent être des parties d'une seule et même figure.

*Définition IV.* Dans deux figures symétriques par rapport à un centre ou à un axe, les éléments prennent quelquefois le nom d'éléments *homologues*.

*Symétrie par rapport à un centre.*

*Théorème I.* Deux droites, symétriques par rapport à un centre, sont parallèles et égales.

**Réciproque.** Deux droites, parallèles et égales, sont symétriques par rapport à un centre.

**Corollaire.** Lorsque les extrémités de deux droites sont symétriques par rapport à un centre, ces droites sont elles-mêmes symétriques par rapport à ce centre.

**Théorème II.** Deux angles symétriques par rapport à un centre ont leurs côtés parallèles dirigés en sens contraires, et sont égaux.

**Réciproque.** Deux angles, compris entre des côtés parallèles et dirigés en sens contraires, sont symétriques par rapport à un centre.

**Corollaire.** Lorsque les côtés de deux angles sont symétriques par rapport à un centre, ces angles sont eux-mêmes symétriques par rapport à ce centre.

**Théorème III.** Deux polygones, symétriques par rapport à un centre, ont leurs côtés parallèles dirigés en sens contraires et égaux, et sont eux-mêmes égaux.

**Réciproque.** Deux polygones, qui ont leurs côtés parallèles égaux et dirigés en sens contraires, sont symétriques par rapport à un centre.

**Corollaire I.** Lorsque les sommets de deux polygones sont symétriques par rapport à un centre, ces polygones sont eux-mêmes symétriques par rapport à ce centre.

#### *Symétrie par rapport à un axe.*

**Théorème I.** Deux droites, symétriques par rapport à un axe, sont égales et également inclinées sur cet axe.

**Remarque.** Lorsque les extrémités de deux droites sont symétriques par rapport à un axe, ces droites sont elles-mêmes symétriques par rapport à cet axe.

**Théorème II.** Deux angles, symétriques par rapport à un axe, sont égaux et ont leurs côtés dirigés dans le même sens.

**Remarque.** Lorsque les côtés de deux angles sont sy-

métriques par rapport à un axe, ces angles sont eux-mêmes symétriques par rapport à cet axe.

*Théorème III.* Deux polygones, symétriques par rapport à un axe, ont leurs côtés égaux également inclinés sur l'axe et sont égaux.

*Remarque.* Lorsque les sommets de deux polygones sont symétriques par rapport à un axe, ces polygones sont eux-mêmes symétriques par rapport à cet axe.

*Comparaison des symétries par rapport à un centre et à un axe.*

*Théorème.* Deux figures, symétriques par rapport à deux axes rectangulaires, sont symétriques par rapport à leur point d'intersection.

*Réciproque.* Deux figures, symétriques par rapport à un axe et un point de cet axe, sont symétriques par rapport à un second axe, mené par le centre perpendiculairement au premier.

*Corollaire.* Tout polygone doué de deux axes de symétrie rectangulaires a ses côtés en nombre doublement pair.

#### SYMÉTRIE DE L'ESPACE.

##### *Définitions.*

*Définition I.* Deux points dans l'espace sont *symétriques* par rapport à un troisième point appelé *centre de symétrie*, lorsque la droite qui les joint passe par ce centre, et y est divisée en parties égales.

*Définition II.* Deux points dans l'espace sont *symétriques* par rapport à une droite ou à un plan appelé *axe* et *plan de symétrie*, lorsque la droite qui les joint est perpendiculaire en son milieu sur cet axe ou sur ce plan.

*Définition III.* Deux figures dans l'espace sont *symétriques par rapport à un centre, à un axe ou à un plan*, lorsqu'on peut les placer de façon que leurs points soient deux à deux

symétriques par rapport à ce centre , à cet axe ou à ce plan. Dans cette position , les deux figures sont dites *symétriquement placées*.

*Remarque.* Les deux figures peuvent être des parties d'une seule et même figure.

*Définition IV.* Dans deux figures symétriques par rapport à un centre , à un axe ou à un plan , les éléments *symétriques* prennent quelquefois le nom d'éléments *homologues*.

*Symétrie par rapport à un centre.*

*Théorème I.* Deux droites symétriques par rapport à un centre sont parallèles et égales.

*Réciproque.* Deux droites parallèles et égales sont symétriques par rapport à un centre.

*Corollaire.* Lorsque les extrémités de deux droites sont symétriques par rapport à un centre , ces droites sont elles-mêmes symétriques par rapport à ce centre.

*Théorème II.* Deux angles symétriques par rapport à un centre ont leurs plans parallèles , leurs côtés dirigés en sens contraires , et sont égaux.

*Réciproque.* Deux angles qui ont leurs côtés parallèles et dirigés en sens contraires sont symétriques par rapport à un centre.

*Corollaire.* Lorsque les côtés de deux angles sont symétriques par rapport à un centre , ces angles sont eux-mêmes symétriques par rapport à ce centre.

*Théorème III.* Deux polygones symétriques par rapport à un centre ont leurs plans et leurs côtés parallèles et dirigés en sens contraires , et sont égaux.

*Réciproque.* Deux polygones égaux qui ont leurs plans et leurs côtés parallèles et dirigés en sens contraires sont symétriques par rapport à un centre.

*Corollaire.* Lorsque les sommets de deux polygones sont symétriques par rapport à un centre, ces polygones sont eux-mêmes symétriques par rapport à ce centre.

*Théorème IV.* Deux dièdres symétriques par rapport à un centre ont leurs faces parallèles dirigées en sens contraires et sont égaux.

*Réciproque.* Deux dièdres qui ont leurs faces parallèles et dirigées en sens contraires sont symétriques par rapport à un centre.

*Corollaire.* Lorsque les sections droites de deux dièdres sont symétriques par rapport à un centre, ces dièdres sont eux-mêmes symétriques par rapport à ce centre.

*Théorème V.* Deux angles polyèdres symétriques par rapport à un centre ont leurs faces parallèles égales et dirigées en sens contraires, et leurs dièdres égaux et situés, en même temps que les faces, dans un ordre inverse.

*Réciproque.* Deux angles polyèdres qui ont leurs faces parallèles et dirigées en sens contraires, leurs faces et leurs dièdres égaux chacun à chacun et situés dans un ordre inverse, sont symétriques par rapport à un centre.

*Corollaire.* Lorsque les arêtes de deux angles polyèdres sont symétriques par rapport à un centre, ces angles polyèdres sont eux-mêmes symétriques par rapport à ce centre.

*Théorème VI.* Deux polyèdres symétriques par rapport à un centre ont leurs faces parallèles égales, leurs dièdres égaux et situés, en même temps que les faces, dans un ordre inverse.

*Réciproque.* Deux polyèdres qui ont leurs faces parallèles et dirigées en sens contraires, leurs faces et leurs dièdres égaux chacun à chacun et situés dans un ordre inverse, sont symétriques par rapport à un centre.

*Corollaire.* Lorsque les sommets de deux polyèdres sont

**symétriques par rapport à un centre., ces polyèdres sont eux-mêmes symétriques par rapport à ce centre.**

*Symétrie par rapport à un axe.*

**Théorème.** Deux figures symétriques par rapport à une droite sont égales entre elles.

*Symétrie par rapport à un plan.*

**Théorème I.** Deux droites symétriques par rapport à un plan sont égales et également inclinées sur le plan.

*Remarque.* Lorsque les extrémités de deux droites sont symétriques par rapport à un plan, ces droites sont elles-mêmes symétriques par rapport à ce plan.

**Théorème II.** Deux angles symétriques par rapport à un plan sont égaux et ont leurs plans également inclinés sur le plan de symétrie.

*Remarque.* Lorsque les côtés de deux angles sont symétriques par rapport à un plan, ces angles sont eux-mêmes symétriques par rapport à ce plan.

**Théorème III.** Deux polygones symétriques par rapport à un plan sont égaux et situés dans des plans également inclinés sur le plan de symétrie.

*Remarque.* Lorsque les sommets de deux polygones sont symétriques par rapport à un plan, ces polygones sont eux-mêmes symétriques par rapport à ce plan.

**Théorème IV.** Deux dièdres symétriques par rapport à un plan sont égaux et ont leurs faces également inclinées sur le plan de symétrie.

*Remarque.* Lorsque les sections droites de deux dièdres sont symétriques par rapport à un plan, ces dièdres sont eux-mêmes symétriques par rapport à ce plan.

**Théorème V.** Deux angles polyèdres symétriques par

rapport à un plan ont leurs faces et leurs dièdres égaux , et ces faces également inclinées sur le plan.

*Remarque.* Lorsque les arêtes de deux angles polyèdres sont symétriques par rapport à un plan , ces angles polyèdres sont eux-mêmes symétriques par rapport à ce plan.

*Théorème VI.* Deux polyèdres symétriques par rapport à un plan ont leurs faces et leurs dièdres égaux , et ces faces également inclinées sur ce plan.

*Remarque.* Lorsque les sommets de deux polyèdres sont symétriques par rapport à un plan , ces polyèdres sont eux-mêmes symétriques par rapport à ce plan.

*Comparaison des symétries par rapport à un centre et à un plan.*

*Théorème.* Deux figures symétriques par rapport à trois plan rectangulaires sont symétriques par rapport à leur point d'intersection.

*Réciproque.* Deux figures symétriques par rapport à deux plans rectangulaires et un point de leur intersection sont symétriques par rapport à un second plan mené par le centre perpendiculairement à cette intersection.

*Corollaire.* Tout polyèdre ou angle polyèdre doué de trois plans de symétrie a ses faces en nombre quadruplement pair.

*Théorème II.* Deux figures symétriques par rapport à un centre peuvent être symétriquement placées par rapport à un plan donné quelconque.

*Réciproque.* Deux figures symétriques par rapport à un plan peuvent être symétriquement placées par rapport à un point donné quelconque.

*Théorème III.* Deux figures symétriques d'une même troisième sont égales entre elles.



*Théorème IV.* Deux tétraèdres ou deux trièdres symétriques sont décomposables en tétraèdres ou trièdres additifs ou soustractifs égaux et superposables.

*Théorème V.* Deux polyèdres ou angles polyèdres symétriques sont décomposables en un même nombre de tétraèdres ou de trièdres symétriques, et assemblés par les sommets d'angles symétriques.

*Réciproque.* Lorsque deux polyèdres ou deux angles polyèdres sont composés d'un même nombre de tétraèdres ou de trièdres symétriques assemblés par les sommets d'angles symétriques, ces polyèdres ou angles polyèdres sont symétriques.

*Théorème VI.* Deux tétraèdres ou trièdres symétriques sont équivalents.

*Théorème VII.* Deux polyèdres ou angles polyèdres symétriques sont équivalents.

*Corollaire II.* Tout polygone doué d'un centre de symétrie est formé d'un nombre pair de côtés.

*Corollaire II.* Tout polyèdre doué d'un centre de symétrie est terminé par un nombre pair de faces.

*Corollaire III.* Tout parallélogramme est symétrique par rapport au point de concours des diagonales.

*Corollaire III.* Tout parallépipède est symétrique par rapport au point de concours des diagonales. — Tout plan diagonal divise le parallépipède en deux prismes triangulaires symétriques.

*Corollaire.* La ligne perpendiculaire sur le milieu d'une droite est un axe de symétrie de cette droite. — *Corollaire.* La bissectrice d'un angle quelconque et celle de l'angle au sommet d'un triangle isocèle sont des axes de symétrie de ces figures.

*Corollaire.* Dans le losange, les diagonales, dans le rectangle, les droites qui joignent les milieux des côtés opposés,

et dans le carré, les diagonales et les droites qui joignent les milieux des côtés opposés, forment des systèmes d'axes de symétrie rectangulaires.

*Corollaire.* Le plan perpendiculaire sur le milieu d'une droite est un plan de symétrie de cette droite. — *Corollaire.* Le plan bissecteur d'un angle plan, celui d'un dièdre quelconque et du dièdre à l'arête d'un trièdre isoangle sont des plans de symétrie de ces figures. — *Corollaire.* Dans le parallépipède rectangle, les trois plans perpendiculaires au milieu des arêtes, dans le cube, les trois plans perpendiculaires au milieu des arêtes et les six plans qui passent par des arêtes opposées parallèles, sont des systèmes de plans de symétrie.

*Note.* Des programmes semblables, aussi bien rédigés, aussi méthodiques pour l'égalité, l'équivalence et la similitude, en y joignant les principales propositions de la théorie des transversales et l'exposé des méthodes métamorphiques, formeraient un résumé instructif de géométrie élémentaire. Tm.

---