

PAUL SERRET

**Note sur un nouvel indice de l'existence de racines imaginaires dans une équation**

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 6 (1847), p. 200-201

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1847\\_1\\_6\\_200\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6_200_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1847, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

## NOTE

*Sur un nouvel indice de l'existence de racines imaginaires dans une équation.*

**PAR M. PAUL SERRET,**

Élève d'Avignon.

---

1. On sait qu'une équation a toujours des racines imaginaires quand plusieurs termes consécutifs de cette équation présentent trois coefficients en progression géométrique, ou quatre coefficients en progression arithmétique. La première proposition se déduit immédiatement du théorème de de Gua, et indirectement de celui de Descartes; la seconde, dont la remarque est due à M. Hermite, est une conséquence de la première.

2. *Théorème.* Si dans une équation quatre termes consécutifs ont leurs coefficients en proportion géométrique, et si de plus les antécédents ont le même signe, l'équation aura des racines imaginaires.

Cette remarque que je crois nouvelle, et que l'on peut déduire du théorème de Descartes, se déduit aussi immédiatement du théorème de de Gua.

En effet,  $A_{n-1}$ ,  $A_n$ ,  $A_{n+1}$ ,  $A_{n+2}$  étant les coefficients de quatre termes consécutifs, on doit avoir séparément, si toutes les racines sont réelles, les deux relations :

$$(a) \quad A_n^2 > A_{n-1} \cdot A_{n+1}, \quad A_{n+1}^2 > A_n \cdot A_{n+2}.$$

Or, par suite de la restriction faite dans l'énoncé, on a à la fois :

$$A_{n-1} \cdot A_{n+1} > 0, \quad \text{et} \quad A_n \cdot A_{n+2} > 0,$$

mais des deux relations (a) on déduit la suivante :

$$A_n^2 \cdot A_{n+1}^2 > A_{n-1} \cdot A_n \cdot A_{n+1} \cdot A_{n+2},$$

ou bien, divisant par le facteur positif  $A_n \cdot A_{n+1}$ , on aura :

$$(b) \quad A_n \cdot A_{n+1} > A_{n-1} \cdot A_{n+2};$$

or, dans le cas actuel, on a :

$$A_n \cdot A_{n+1} = A_{n-1} \cdot A_{n+2};$$

donc on ne pourrait avoir en même temps les deux relations (a), donc l'équation a des racines imaginaires.

3. Soient  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  les coefficients de quatre termes consécutifs d'une équation; supposons-les en proportion arithmétique; on reconnaîtra facilement que l'équation aura des racines imaginaires, si l'on a :  $\frac{b^2 - ac}{bd - c^2} > 0$ , en multipliant l'équation proposée par  $x - \frac{c}{b}$ .