

JULES MOUTIER

Question 158

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 6 (1847), p. 365-366

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__365_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1847, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTION 158 (t. VI, p. 271).

PAR M. JULES MOUTIER,

élève du collège de Versailles.

Si $tgx = \pm \sqrt{-1}$, on aura aussi $tg(a + b) = \pm \sqrt{-1}$,
 quelle que soit la valeur réelle ou imaginaire de $tg b$.

Posons $tg b = \alpha + \beta \sqrt{-1}$; α, β pouvant être nuls, posi-
 tifs ou négatifs :

$$tg(a + b) = \frac{\pm \sqrt{-1} + \alpha + \beta \sqrt{-1}}{1 \mp (\alpha + \beta \sqrt{-1}) \sqrt{-1}} = \frac{\alpha + (\beta \pm 1) \sqrt{-1}}{1 \pm \beta \mp \alpha \sqrt{-1}}$$

Le module de cette expression étant l'unité, nous poserons

$$\frac{\alpha + (\beta \pm 1) \sqrt{-1}}{1 \pm \beta \mp \alpha \sqrt{-1}} = \cos \varphi + \sin \varphi \sqrt{-1};$$

$$\alpha + (\beta \pm 1) \sqrt{-1} = (1 \pm \beta) \cos \varphi + \sin \varphi (1 \pm \beta) \sqrt{-1} \mp \alpha \cos \varphi \sqrt{-1} \pm \alpha \sin \varphi;$$

ce qui revient aux deux équations :

$$\alpha = (1 \pm \beta) \cos \varphi \pm \alpha \sin \varphi,$$

$$\beta \pm 1 = (1 \pm \beta) \sin \varphi \mp \alpha \cos \varphi.$$

En éliminant $\sin \varphi$, il vient $\cos \varphi = 0$; donc

$$\varphi = (2k + 1) \frac{\pi}{2},$$

et par suite

$$\sin \varphi = \pm 1 ;$$

donc enfin

$$\operatorname{tg}(a + b) = \pm \sqrt{-1}.$$
