

GEORGES RITT

Solution de la question 151

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 6
(1847), p. 388-389

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__388_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1847, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 151 (p. 242).

PAR M. GEORGES RITT.

Supposons m' , m'' , m''' sur une ellipse; menons par les points m' , m'' des tangentes à cette courbe que nous supposons se couper en un point T; joignons le point m'' au point m''' , et, par le point T, menons une sécante parallèle à la corde $m''m'''$; cela fait, si l'on joint le point m''' au premier point m' , la ligne de jonction $m'''m'$ passe au milieu de la corde, interceptée sur la sécante partant du point T et parallèle à $m''m'''$. (Brassiné.)

Prenant pour axes le diamètre parallèle à $m''m'$ et le diamètre passant par T, l'équation de la courbe sera

$$a^2y^2 + b^2x^2 - a^2b^2 = 0,$$

et la distance du centre au point T sera $\frac{b^2}{y'}$.

Les coordonnées étant pour m' ($-x', y'$), pour m'' ($x'y'$), pour m''' (x'', y''), l'équation de $m''m'''$ sera

$$y - y' = \frac{y'' - y'}{x'' - x'}(x - x') \text{ ou } y - y' = -\frac{b^2 \cdot x'' + x'}{a^2 \cdot y'' + y'}(x - x').$$

En vertu de l'équation de la courbe.

L'équation de la parallèle menée par T ,

$$y - \frac{b^2}{y'} = -\frac{b^2 x'' + x'}{a^2 y'' + y'} x. \quad (1)$$

Enfin l'équation de $m'm''$

$$y - y' = \frac{y'' - y'}{x'' + x'} (x + x') \text{ ou } y - y' = -\frac{b^2 x'' - x'}{a^2 y'' + y'} (x + x'). \quad (2)$$

L'élimination directe entre (1) et (2) donne pour les coordonnées du point de rencontre

$$\begin{aligned} X &= \frac{x'y'' + y'x''}{2y'}, \\ Y &= \frac{a^2 y'y'' - b^2 x'x'' + a^2 b^2}{2a^2 y'}. \end{aligned}$$

Et l'on vérifie aisément que la relation

$$\frac{Y}{X} = \frac{\left(\frac{y'' + y'}{2}\right)}{\left(\frac{x'' + x'}{2}\right)},$$

ou bien
$$\frac{a^2 y'y'' - b^2 x'x'' + a^2 b^2}{a^2 (x'y'' + y'x'')} = -\frac{b^2 (x'' - x')}{a^2 (y'' - y')},$$

est satisfaite ; ce qui démontre le théorème.