

GEORGES RITT

Solution de la question 152

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 6
(1847), p. 389-391

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__389_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1847, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 152 (p. 242).

PAR M. GEORGES RITT.

Prenons un point K dans une ellipse dont AB est un diamètre. Joignons les extrémités A , B de ce diamètre au point K , et prolongeons les droites AK , BK jusqu'aux points m' , m'' où elles vont couper la courbe; menons aux points

m' , m'' des tangentes à l'ellipse qui se couperont en un point extérieur T. Cela posé, la droite KT sera parallèle au diamètre conjugué du diamètre AB. (Brassine.)

Soit $a^2y^2 + b^2x^2 - a^2b^2$ (1) l'équation de l'ellipse rapportée au diamètre donné AB et son conjugué pris pour axe des abscisses.

α , β coordonnées du point donné K intérieur ou extérieur à la courbe.

$$y - b = \frac{\beta - b}{\alpha} x, \quad (2)$$

$$y + b = \frac{\beta + b}{\alpha} x, \quad (3)$$

Équations des droites AK, BK.

L'élimination entre (1) et (2) donne pour les coordonnées du point m' ,

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{2a^2bx(\beta - b)}{a^2(\beta - b)^2 + b^2\alpha^2}, \\ y' &= \frac{b(b^2\alpha^2 - a^2(\beta - b)^2)}{a^2(\beta - b)^2 + b^2\alpha^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Au lieu d'éliminer entre (1) et (3) pour trouver les coordonnées du point m'' , il suffit de changer dans les valeurs (4), b en $-b$ et l'on obtient :

$$\begin{aligned} x'' &= \frac{2a^2bx(\beta + b)}{a^2(\beta + b)^2 + b^2\alpha^2}, \\ y'' &= \frac{-b(b^2\alpha^2 - a^2(\beta + b)^2)}{a^2(\beta + b)^2 + b^2\alpha^2}. \end{aligned}$$

Les tangentes aux points m' (x', y'), m'' (x'', y'') ont pour équations :

$$\begin{aligned} a^2yy' + b^2xx' - a^2b^2 &= 0, \\ a^2yy'' + b^2xx'' - a^2b^2 &= 0; \end{aligned}$$

d'où l'on tire, pour le point de rencontre T, les coordonnées

$$x = - \frac{a^2 (y' - y'')}{x' y'' - y' x''},$$
$$y = \frac{b^2 (x' - x'')}{x' y'' - y' x''}.$$

Substituant dans ces équations les valeurs précédentes, on trouvera : $x = 0, y = \beta;$

ce qui démontre le théorème.

Au surplus, le théorème de M. Brassine n'est qu'un cas particulier de la théorie générale des polaires.