

LÉON ANNE

Note sur la division d'un trapèze dans le rapport de m à n par une parallèle aux bases

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 6 (1847), p. 461-464

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__461_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1847, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOTE

Sur la division d'un trapèze dans le rapport de m à n par une parallèle aux bases.

PAR M. LÉON ANNE,

Professeur,

Ancien élève de l'Ecole polytechnique.

—

La solution de ce problème indiquée par M. Rivals, page 387 de ce volume, conduit aux conséquences suivantes, remarquables par leur généralité.

1° Soit b la base d'un triangle T , x la parallèle à b qui partage la surface T dans le rapport de m à n , et t le triangle qui est une de ces deux parties :

$$T - t : t :: b^2 - x^2 : x^2 :: m : n,$$

d'où
$$x^2 = \frac{n}{n+m} b^2,$$

expression indépendante de tous les autres éléments du triangle.

Donc, tous les triangles qui ont b pour base, ont leurs surfaces partagées dans le rapport de m à n par une droite

parallèle à la base et de longueur $b \sqrt{\frac{n}{m+n}}$ dans cha-

cun de ces triangles , quels que soient et la hauteur et les angles.

2° Si b est la base d'un triangle quelconque , face latérale d'une pyramide quelconque , en inscrivant dans ce triangle latéral une droite parallèle à b et de longueur $b \sqrt{\frac{n}{n+m}}$, et menant par cette droite un plan parallèle à la base de la pyramide , ce plan partage la surface convexe de la pyramide dans le rapport de m à n , puisque tous les triangles latéraux sont tous partagés dans le rapport de m à n .

3° Si b est le rayon de base d'un cône quelconque , si l'on coupe ce cône par un plan parallèle à la base , et donnant pour section un cercle de rayon $b \sqrt{\frac{n}{m+n}}$; ce plan partage la surface convexe du cône dans le rapport de m à n ; puisque les surfaces convexes des deux cônes semblables sont entre elles comme les carrés des rayons des bases.

4° Si b est la base d'un triangle quelconque , face latérale d'une pyramide quelconque , en inscrivant dans ce triangle latéral une droite parallèle à b et de longueur $b \sqrt[3]{\frac{n}{m+n}}$, et menant par cette droite un plan parallèle à la base de la pyramide , ce plan partage le volume de la pyramide dans le rapport de m à n ; puisque les volumes de deux pyramides semblables sont entre eux comme les cubes des arêtes homologues.

5° Si b est le rayon de base d'un cône quelconque , si l'on coupe ce cône par un plan parallèle à la base , et donnant pour section un cercle de rayon $b \sqrt[3]{\frac{n}{m+n}}$, ce plan partage le volume du cône dans le rapport de m à n , puisque les volumes des cônes semblables sont entre eux comme les cubes des rayons des bases.

6° Soient a la base inférieure d'un trapèze, b la base supérieure, x la sécante parallèle aux bases et partageant la surface du trapèze dans le rapport de m à n ; soient enfin A, B, X les triangles de bases a , b , x formés en prolongeant les côtés non parallèles du trapèze

$$\left. \begin{array}{l} A-X:X::a^2-x^2:x^2 \\ X:X-B::x^2:x^2-b^2 \end{array} \right\} A-X:X-B::a^2-x^2:x^2-b^2::m:n.$$

D'où
$$x^2 = \frac{m}{m+n} b^2 + \frac{n}{m+n} a^2,$$

expression indépendante de tous les éléments du trapèze autres que les bases parallèles.

Donc tous les trapèzes de mêmes bases a , b ont leurs surfaces partagées dans le rapport de m à n par une droite parallèle à ces bases et de longueur $\sqrt{\frac{m}{m+n} b^2 + \frac{n}{m+n} a^2}$ dans chacun de ces trapèzes, quels que soient et la hauteur et les angles.

7° Si un trapèze quelconque de base a , b est la face latérale d'un tronc de pyramide quelconque, en inscrivant dans le trapèze latéral une droite parallèle aux bases a , b et de longueur $\sqrt{\frac{m}{m+n} b^2 + \frac{n}{m+n} a^2}$, et menant par cette droite un plan parallèle aux bases du tronc de pyramide; ce plan partage la surface convexe du tronc de pyramide dans le rapport de m à n , puisque tous les trapèzes latéraux sont partagés dans le rapport de m à n .

8° Si a , b sont les rayons des bases d'un tronc de cône quelconque, si l'on coupe ce tronc de cône par un plan parallèle aux bases et donnant pour section un cercle de rayon $\sqrt{\frac{m}{m+n} b^2 + \frac{n}{m+n} a^2}$, ce plan partage la surface

convexe du tronc de cône dans le rapport de m à n , puisque les surfaces convexes des cônes semblables sont entre elles comme les carrés des rayons des bases.

9° Si a, b sont les bases d'un trapèze quelconque, face latérale d'un tronc de pyramide quelconque, en inscrivant dans ce trapèze latéral une droite parallèle aux bases a, b et de longueur $\sqrt[3]{\frac{m}{m+n} b^3 + \frac{n}{m+n} a^3}$, et menant par cette droite un plan parallèle aux bases du tronc de pyramide, ce plan partage le volume du tronc de pyramide dans le rapport de m à n , puisque les volumes des pyramides semblables sont entre eux comme les cubes des arêtes homologues.

10. Soient a, b , les rayons de bases d'un tronc de cône quelconque, si l'on coupe ce tronc de cône par un plan parallèle aux bases, et donnant pour section un cercle de rayon $\sqrt[3]{\frac{m}{m+n} b^3 + \frac{n}{m+n} a^3}$; ce plan partage le volume du tronc de cône dans le rapport de m à n ; puisque les volumes des cônes semblables sont entre eux comme les cubes des rayons des bases.
