Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 9 (1850), p. 330-339

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9__330_0>

BIBLIOGRAPHIE (*).

Éléments de Géométrie descriptive ; par M. *J. Babinet*, ancien élève de l'École Polytechnique, membre de l'Institut, etc. Paris, 1850.

Voilà un livre destiné à réussir par deux raisons : d'abord il est bien fait ; ensuite il vient à propos remplir une lacune dans l'enseignement de la Géométrie descriptive. On peut, en effet, classer les ouvrages consacrés à cette science en deux catégories ; l'une comprenant les grands traités de Monge, de Hachette, de M. Vallée, de M. Leroy, de M. Th. Olivier, et l'autre une série de traités beaucoup plus élémentaires, destinés aux commençants ou à ceux qui doivent passer certains examens.

Or, depuis quelque temps, ces examens se sont étendus ; on exige beaucoup plus des candidats aux diverses écoles publiques. Par exemple, à l'École Polytechnique, le cours de géométrie descriptive proprement dite a été relégué tout entier dans le programme d'admission, et l'on ne s'occupe plus à l'École que des applications à la coupe des pierres, à la charpente, etc.

De là, urgence de fournir aux jeunes gens un traité plus complet que les livres de la seconde catégorie, et plus élémentaire que les grands ouvrages des maîtres dont je viens de parler.

Tel paraît avoir été le but principal que s'est proposé

(*) Tous les ouvrages annoncés dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques* se trouvent chez M. Bachelier, libraire, quai des Augustins, n° 55.

M. Babinet en écrivant ce nouvel ouvrage. M. Babinet n'a jamais professé la géométrie descriptive, et peut-être s'en apercevra-t-on au style de son livre; mais, en sa qualité d'examinateur à l'École Polytechnique, il a pu, mieux que bien des professeurs, juger des difficultés spéciales que ce genre d'études présente aux élèves, des idées fausses qu'ils se font souvent, faute d'avoir été avertis, sur une science si différente de celles dont on les occupe d'ordinaire; il a dû réfléchir plus que personne aux moyens de ramener l'esprit des élèves au vrai point de vue où l'on doit se placer pour bien apprécier cet ensemble qui est, à la fois, une science et un art.

Là est la source des qualités qui distinguent ce livre. Le point de vue concret, le but pratique si essentiellement propres à la géométrie descriptive, y sont rappelés à chaque pas. Et si M. Babinet est, surtout à l'Académie, un savant théoricien auquel les doctrines les plus abstraites sont familières, on se souvient néanmoins, en lisant son nouveau Traité, que le célèbre physicien a débuté par être un officier d'artillerie, habitué à se servir de la science comme d'un outil.

Quant aux difficultés d'examen, aux chicanes de détail par lesquelles on peut s'assurer si l'élève a compris et s'il est réellement maître de son sujet, elles ont été largement traitées. L'auteur ne cherche pas à tout dire, on ne viendrait point à bout d'épuiser les difficultés; mais il insiste sur les moyens généraux de les résoudre toutes, et n'épargne pas les exemples. Parmi ceux-ci, on remarquera bon nombre de questions nouvelles élégamment résolues pour la plupart. Sans doute l'élève éprouvera quelque peine à se familiariser avec la manière concise et parfois trop brève de M. Babinet; il en voudra à l'auteur de n'avoir pas suivi l'usage, qui consiste à toujours présenter les données graphiques dans certaines positions commodes et conventionnelles; mais il reconnaîtra bientôt l'avantage de cette manière à ses propres progrès, à la facilité rapidement acquise de répondre à tout, de se tirer par lui-même des difficultés imprévues.

Après ces éloges que je crois mérités, ne pourrai-je aussi hasarder quelques critiques? Si elles sont fondées, l'auteur pourra facilement en tenir compte dans les éditions futures. Ces critiques porteront sur trois points : l'ordre des matières, la nouvelle théorie du développement et l'appendice qui termine le livre.

Pourquoi l'auteur place-t-il les intersections de surfaces avant les plans tangents ? Je n'ai rien trouvé dans l'ouvrage qui justifiât cette dérogation aux usages établis. On peut dire, à l'appui de l'usage, que le mode de contact d'une surface et d'un plan est la première chose à enseigner, après le mode de génération, pour l'exacte connaissance de cette surface. Par exemple, l'élève est bien plus frappé de la différence essentielle qui existe entre les surfaces de révolution du second degré, s'il considère leurs contacts avec un plan, que s'il étudie la nature des courbes d'intersection. Celles-ci peuvent être de même espèce pour des surfaces bien différentes; les contacts, au contraire, diffèrent aussi profondément que les surfaces mêmes. Ensuite, pour représenter graphiquement les surfaces et pour savoir où chercher les points de leurs mutuelles intersections, il est bon de déterminer préalablement les limites de leurs projections; or ces limites impliquent la considération des plans tangents. Enfin si l'on attache tant d'importance aux tangentes, en géométrie descriptive, n'est-ce pas, en partie, parce qu'elles guident l'œil et la main du dessinateur dans le tracé exact des courbes d'intersection?

Passons à la nouvelle théorie du développement enseignée par M. Babinet. L'auteur a grandement raison d'insister sur la méthode générale qui consiste à construire l'épure du développement par une suite de triangles juxtaposés dont les trois côtés sont mesurés directement sur l'épure de la surface développable. Cela revient à identifier, en pratique, une telle surface avec un assemblage de facettes planes analogue à un prisme ou à une pyramide. Mais tant qu'il ne s'agira que de cônes ou de cylindres, et c'est là le cas ordinaire, on préférera toujours, je pense, à cette succession de triangles où un des côtés doit être constamment fort petit et où les erreurs inévitables du tracé peuvent s'accumuler et devenir très-sensibles, on préférera, dis-je, la construction habituelle par la section auxiliaire, droite dans le cylindre, sphérique pour le cône. Il ne faut pas, en effet, oublier cette simple remarque pratique : le nombre des points nécessaires pour tracer une courbe à la main est bien moindre (surtout quand on peut déterminer quelques tangentes) que le nombre d'ouvertures de compas qu'il faut porter sur cette courbe pour en déterminer la longueur. Faites donc en sorte, quand cela est possible, que ces deux opérations si distinctes ne se confondent pas. Au reste, l'auteur n'a point négligé les solutions ordinaires; seulement il les donne à contre-cœur.

Reste l'appendice, où M. Babinet a renvoyé l'examen de plusieurs difficultés et quelques détails sur les rabattements ou sur les changements de plan de projection. L'auteur aurait mieux fait, à mon avis du moins, de présenter ces considérations très-importantes dès le commencement du livre. Il a cité, à deux reprises, un dicton attribué à l'école de Monge : « Apprenez à trouver le » point de rencontre d'une droite et d'un plan et la dis- » tance de deux points; c'est là toute la géométrie des- » criptive. » Ne serait-ce pas un meilleur conseil à donner aux élèves que de leur dire : « Apprenez à changer de

» plans de projection, et vous saurez lever toutes les dif-
» ficultés? » Ces difficultés tiennent toutes, en effet, à ce que les données occupent des positions défavorables par rapport aux plans coordonnés; il suffit de changer ceux-ci. C'est ce que savent bien tous les élèves formés par notre éminent professeur, M. Olivier, dont les méthodes mériteraient d'être plus largement introduites dans l'enseignement qu'elles ne l'ont été jusqu'ici.

Ajoutons, pour terminer cette critique, que M. Babinet aurait pu, sans inconvénient, supprimer certains problèmes et certaines épures, telles que la tangente à une courbe quelconque par la singulière méthode de Hachette, l'intersection d'un tore par une sphère et la spirale conique; je regrette aussi de ne pas voir, dans la section droite d'un cylindre oblique, une reproduction plus fidèle de l'épure maintenant classique de M. Olivier.

Si je voulais mettre autant de détails dans l'éloge que dans la critique, cette analyse serait beaucoup trop longue. Il y aurait à féliciter M. Babinet de tout ce qu'il a dit d'excellent sur les raccordements des courbes et des surfaces, sur les développements graphiques, sur les ombres, la perspective, etc., surtout de ses conseils au lecteur et des problèmes d'exercice qu'il lui propose à chaque pas. L'auteur me paraît avoir lui-même résolu ce triple et difficile problème : réunir, sous le plus mince format, tout ce qui est nécessaire pour familiariser l'élève avec le véritable esprit des méthodes, sans perdre de vue les exigences de l'examen. Après avoir étudié ce livre, l'élève sera, je crois, parfaitement préparé à tous les genres de difficultés.

H. Faye,
Membre de l'Institut.

Leçons nouvelles de Géométrie élémentaire; par M. *A. Amiot* (*), professeur de mathématiques au Lycée Bonaparte, à Paris. In-8°, I-VII, 338 pages, figures dans le texte.

L'auteur adopte la grande dichotomie de la science de l'étendue en *géométrie plane* et *géométrie de l'espace*, division naturelle que M. Vincent a introduite le premier, à ce que je crois, dans l'enseignement. Les sous-divisions sont indiquées par *livres* et *chapitres*.

Le livre I^{er} (5-28) est intitulé : *La ligne droite et la ligne brisée*, et il débute par la *recherche de la commune mesure de deux lignes et de leur rapport* : c'est la troisième proposition du dixième livre d'Euclide. Arbogast a eu l'idée de fonder sur cette recherche la théorie des incommensurables. Legendre aussi a placé cette recherche en tête de sa *Géométrie*, mais sans en tirer peut-être tout le parti convenable. C'est encore M. Vincent qui a, le premier, développé didactiquement l'idée d'Arbogast. Dans l'ouvrage actuel, l'exposition de cette doctrine est très-claire et a, entre autres, le mérite de la brièveté. La *même locution* sert aux démonstrations du même genre, ce qui donne des facilités à l'intelligence et à la mémoire. Le chapitre III (13-16) traite *de la perpendiculaire et des obliques*. Nous croyons que ces théorèmes font double emploi avec les théorèmes sur l'égalité et les inégalités des triangles, objets du chapitre V ; il faudrait éviter de donner de simples corollaires comme des propositions fondamentales. Le chapitre suivant (17-21) traite des parallèles, *geometrarum crux*. M. Gergonne a donné le sage conseil d'adopter pour axiome que, par un même point, on ne peut mener qu'une seule parallèle à une droite.

(*) Ne pas confondre avec un homonyme, aussi savant géomètre, professeur au lycee Saint-Louis (*voir* tome VI, page 407.)

Pourquoi faire de cet axiome le sujet d'un *théorème?* c'est le premier de ce chapitre. Il me semble que le même raisonnement pourrait servir à démontrer que, par un même point, on ne peut mener deux asymptotes à l'hyperbole. Dans le chapitre VII, consacré aux polygones, on ne dit rien des polygones non convexes. C'est une lacune. On rencontre souvent ce genre de polygones dans les arts, par exemple, en fortification. On peut consulter l'excellent article de M. Barbet (page 183).

Le livre II (35-72) est intitulé : *De la circonférence du cercle.* La tangente est considérée comme la position extrême d'une sécante tournant autour d'un de ses points d'intersection. Cette définition *infinitésimale* est utile. La mesure des angles dans le cercle et des problèmes sur des constructions diverses remplissent les chapitres IV, V, VI, VII (49-63). Le chapitre VIII est intitulé : *Polygones inscrits et circonscrits.* En parlant du quadrilatère circonscrit, on a omis le quadrilatère non convexe et l'observation si juste de M. Steiner (t. VIII, p. 367). Le livre est terminé par trente problèmes ; le second a pour objet de demontrer que la somme des distances aux sommets d'un point situé dans l'*intérieur* d'un triangle est comprise entre le demi-périmètre et le périmètre du triangle. La même propriété existe dans tous les triangles géodésiques.

Le livre III est intitulé : *Des transversales dans le triangle* (73-126). Voici donc enfin la géométrie *segmentaire* introduite régulièrement ; elle n'est plus reléguée dans les recoins obscurs d'un appendice, ni imprimée en illisibles caractères microscopiques. Les théorèmes sont exposés avec le même soin que ceux de la géométrie ordinaire. On considère les transversales dans le triangle, dans la circonférence ; la division harmonique et anharmonique ; les *puissances* de M. Steiner ; les radicaux de

M. Gautier, les involutions de Desargues, les centres d'involution de M. Chasles et les polaires de la Hire; c'est encore une heureuse innovation, presque une hardiesse, de citer des géomètres dans un ouvrage élémentaire de géométrie. N'est-il pas à craindre que les élèves ou des élèves ne veuillent les connaître ?

Il est à regretter qu'on n'ait pas fait usage de l'expression *homographique*, si commode, si pittoresque, et d'autant plus importante qu'elle sert de base à une *méthode*, enseignée aujourd'hui en Sorbonne. Dans le chapitre de la *similitude*, on parle du centre de similitude d'Euler et de l'*homothétie* de M. Chasles.

Ce livre est terminé par une série de problèmes et de *lieux géométriques* très-instructifs. Il est fâcheux qu'on ait relégué la génération *bifocale* du cercle dans un corollaire; c'est une proposition fondamentale. C'est ici l'endroit où il fallait traiter de la génération bifocale des coniques et de la génération *modulaire* (*), qui comprend aussi la parabole; car les coniques appartiennent aux éléments de géométrie synthétique autant que le cercle et la droite. Elles ont plus d'importance et ne présentent pas plus de difficultés, en se bornant aux propriétés *cinématiques*, résultant de la loi du mouvement.

Le livre IV (127-175) est intitulé : *Propriétés métriques des figures*. Le théorème dit de Pythagore est le premier du chapitre II (page 137). La démonstration semble peu naturelle: celle d'Euclide me paraît préférable. Le théorème IV donne l'aire du triangle en fonction des côtés, par la voie analytique; l'aire du cercle est donnée selon la méthode d'Arbogast, par les *limites*. On a omis ce théorème qui sert de fondement à cette théorie:

(*) Les Anglais nomment génération *modulaire*, tout lieu géométrique, résultant de foyers, de directrices et d'un rapport (module) donnés.

lorsque deux quantités constantes sont toujours renfermées entre deux variables dont la différence diminue indéfiniment, les quantités constantes sont égales. π est calculé d'après le procédé dit du géomètre *allemand* Schwab. Il est vrai que J. Schwab est né, en 1765, à Mannheim ou aux environs ; mais lorsqu'il a publié son procédé, il était citoyen français, établi à Nancy. Voici le titre de son ouvrage : *Éléments de géométrie où la théorie de la ligne droite et des parallèles est démontrée rigoureusement et à la portée des commençants, avec un nouveau moyen d'approcher plus promptement du rapport de la circonférence au diamètre ;* par *J. Schwab ;* première partie : *Géométrie plane.* Nancy, 1813, in-8° de 107 pages. L'auteur est mort dans cette ville, le 23 novembre de la même année (*).

Le livre V est le premier de la géométrie de l'espace ; il traite des angles solides et des faisceaux planaires harmoniques et anharmoniques. Le dernier chapitre, intitulé : *Symétrie,* contient les trois dispositions symétriques, par rapport à un *point*, à un *axe* et à un *plan.*

Les propriétés projectives, cylindriques et coniques auraient été bien placées ici.

Les deux derniers livres contiennent les propriétés et les mesures des surfaces coniques, cylindriques et sphériques. Les définitions sont d'une grande généralité et embrassent les surfaces *réglées* et les surfaces de révolution. Un chapitre spécial est consacré au triangle sphérique ; l'aire de ce triangle est le sujet du théorème V du livre VIII (page 317) : *L'aire d'un triangle sphérique est*

(*) Il avait quitte le pays natal pour venir jouir, en 1793, de la liberté illimitee en France. Dès son arrivee à Strasbourg, il fut incarcéré comme suspect etranger. Dans sa prison, il se mit a étudier le français, en apprenant par cœur tout le dictionnaire : c'était sa manière d'apprendre les langues.

égale au produit du rayon de la sphère par l'arc de grand cercle qui mesure la somme de ses angles, diminuée de deux angles droits. Énoncé clair.

A la suite de chaque livre on trouve des problèmes et des lieux géométriques très-instructifs.

Dans les ouvrages de géométrie, chaque théorème s'appuyant sur des *précédents* est rempli de citations de ces précédents. Dans les *Leçons nouvelles*, on ne rencontre aucune citation de ce genre ; c'est une singularité.

Au résumé, nous possédons enfin un Traité didactique où l'on peut apprendre la géométrie, non pas telle qu'elle était en 1800, mais telle qu'elle est en 1850. Étudier ce Traité est un excellent moyen de se préparer aux *examens*. Est-ce le meilleur moyen de se préparer aux *examinateurs?* je l'ignore (*). Lorsque tant d'ouvrages élémentaires, semblables à l'hirondelle, présentent beaucoup d'envergure et peu de corps, nous avons ici, au contraire, sous un petit volume, de grandes richesses. Profitons-en; mettons-nous à l'étude, et ne justifions pas cette assertion de Jean-Jacques, que nous préférons toujours une mauvaise manière de savoir à une meilleure manière d'apprendre.

(*) On me dit, *relata refero*, que cette annee les questions d'examen pour l'École Polytechnique sont d'une *simplicité primitive*. Sur la pente où nous sommes, je ne desespere pas de voir prescrire des *questionnaires* avec les reponses stereotypees pour toute espèce d'examen. Cette forme de catechisme convient même a un siècle qui aime tant a balbutier le langage et à grimacer les dehors de la piete. *Τάφοι κεκονιαμένοι.*