G. FORCADE-PRUNET

Lieu des sommets des angles droits circonscrits à l'ellipse. Solution géométrique

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 13 (1854), p. 192-193

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__192_1>

LIEU DES SOMMETS DES ANGLES DROITS CIRCONSCRITS A L'ELLIPSE.

SOLUTION GÉOMÉTRIQUE ;

PAR M. G. FORCADE-PRUNET.

Soient O le centre de l'ellipse, F et F' les foyers, A'MA un angle *droit* circonscrit, A et A' étant les points de contact; prolongeons le rayon vecteur F'A jusqu'en N, de manière qu'on ait AN = AF, et menons MN.

MO étant une médiane, on a

$$2\,\overline{MO}^2 + 2\,\overline{OF}^2 = \overline{MF}^2 + \overline{MF'}^2.$$

(*) Nom que porte, à l'Universisé de Cambridge, l'édifice où l'on fait les examens pour l'obtention des grades. Les questions sont publiées dans un journal auquel nous ferons des emprunts.

D'après un théorème de M. Poncelet,

$$\text{angle } A'MF' = AMF = AMN$$

(*Géom.* de MM. Briot et Bouquet, 2^e^ éd., p. 112),

de sorte que

$$\text{angle } F'MN = A'MA = 90^\circ;$$

donc

$$\overline{F'N}^2 = \overline{MF'}^2 + \overline{MN}^2 = \overline{MF'}^2 + \overline{MF}^2 = 4a^2,$$

où $2a$ est le grand axe; donc

$$2\overline{MO}^2 + 2\overline{OF}^2 = 4a^2, \quad \overline{MO}^2 = 2a^2 - (a^2 - c^2) = a^2 + c^2,$$

où c est l'excentricité: ainsi MO est constant. C. Q. F. D.

Même démonstration pour l'hyperbole; on trouve

$$\overline{MO}^2 = a^2 - c^2.$$