NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Tables des valeurs de $\Delta^n 0^m$

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 13 (1854), p. 272-274

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__272_0>

TABLES DES VALEURS DE $\Delta^n o^m$.

$\Delta^n o^m$ est la valeur $\Delta^n x^m$ en y faisant $x = 0$;

$$f(x+1) - f(x) = \Delta f(x),$$

et l'on a

$$\Delta^n o^m = n^m - \frac{n}{1}(n-1)^m + \frac{n(n-2)}{1.2}(n-2)^m$$
$$- \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}(n-3)^m + \ldots .$$

(LACROIX, *Calcul des différ.*, n° 86.)

Comme ces valeurs reviennent très-souvent dans le calcul aux différences finies (maintenant employé dans la résolution numérique des équations), nous croyons utile de donner la Table suivante consignée (page 9) dans cet excellent ouvrage : *A collection of examples of the applications of the calculus of finite differences*, by J.-F.-W. Herschel; Cambridge, 1820, in-8° de 42 pages.

	Δ^1	Δ^2	Δ^3	Δ^4	Δ^5	Δ^6	Δ^7	Δ^8	Δ^9	Δ^{10}
o^1	1									
o^2	1	2								
o^3	1	6	6							
o^4	1	14	36	24						
o^5	1	30	150	240	120					
o^6	1	62	540	1560	1800	720				
o^7	1	126	1806	8400	16800	15120	5040			
o^8	1	254	5796	40824	126000	191520	141120	40320		
o^9	1	510	18150	186480	834120	1905120	2328480	1451520	362880	
o^{10}	1	1022	55980	818520	5103000	16435440	29635200	30240000	16329600	3628800

On a

$$\Delta^n . 0^n = 1.2.3 \ldots n;$$

$$\Delta^n . 0^{n+1} = 1.2.3 \ldots n+1 . \frac{n}{2};$$

$$\Delta^n . 0^{n+2} = 1.2.3 \ldots n+2 . \frac{3n^2+n}{24};$$

$$\Delta^n . 0^{n+3} = 1.2.3 \ldots n+3 . \frac{n^3+n^2}{48};$$

$$\Delta^n . 0^{n+4} = 1.2.3 \ldots n+4 . \frac{15n^4+30n^3+5n^2-2n}{5760}$$

(Lacroix, *Cal. diff.*, p. 861, 946);

lorsque n est très-grand, on a les valeurs approchées

$$\Delta^n . 0^n = \sqrt{2\pi} . n^{\frac{1}{2}} \left(\frac{n}{e}\right)^n,$$

$$\Delta^n . 0^{n+1} = \frac{\sqrt{2\pi}}{2} . n^{\frac{5}{2}} \left(\frac{n}{e}\right)^n,$$

$$\Delta^n . 0^{n+2} = \frac{\sqrt{2\pi}}{8} . n^{\frac{9}{2}} \left(\frac{n}{e}\right)^n,$$

$$\Delta^n . 0^{n+3} = \frac{\sqrt{2\pi}}{49} . n^{\frac{13}{2}} \left(\frac{n}{e}\right)^n.$$

A la fin de l'ouvrage, on trouve *Examples of the solutions of fonctional equations, by Charles Babbage;* c'est le célèbre inventeur de la machine mathématique la plus universelle, la plus prodigieuse qu'on ait jamais imaginée; elle calcule une série quelconque dont on connaît la loi par différences.

Sir John Herschel est le célèbre astronome auteur de l'article *Lumière* dans l'*Encyclopédie métropolitaine*, directeur de la Monnaie, poste occupé jadis par Newton. C'est un des esprits les plus vastes, un des caractères les plus beaux, les plus élevés que possède l'Angleterre. L'ouvrage cité ci-dessus est extrêmement instructif pour s'exercer au calcul par différence, direct et inverse. Ce sir John Herschel est le fils illustre de l'illustre William Herschel Uranus. Rappelons, en passant, que la première idée de Herschel, en découvrant sa planète, était de lui donner le nom de son bienfaiteur, le roi Georges : cet homme avait aussi du génie dans le cœur.